

부밴드 블록 적응 필터의 수렴 속도 향상

박 봉수, 이 대영, 강 석중, 류 근택, 배 현덕
충북대학교 전자공학과

Convergence Speed Improvement of Subband Block Adaptive Filter

Bong-Su Park, Dae-Young Lee, Seok-Jong Kang, Geun-Taek Ryu, Hyeon-Deok Bae
Department of Electronics, Chungbuk National University
dspbong@hanmail.net, leedy21@hanmir.com, ryu777@telecom.kdc.ac.kr, hdbae@chungbuk.ac.kr

요 약

본 논문에서는 부밴드에서의 수렴 성능 향상을 위하여 새로운 블록 LMS 알고리즘과 부밴드 각 적응필터에 가변 적응이득을 사용하는 가변 적응이득 블록 LMS 알고리즘을 제안한다. 이들 알고리즘들을 유도하기 위해 새로운 비용함수를 제안하며, 유도된 비용함수는 적응 필터 계수에 대해 2차 형식인 특징을 가진다. 제안한 알고리즘의 수렴 성능을 평가하기 위하여 부밴드 LMS 알고리즘과 가변 적응이득 알고리즘을 컴퓨터 모의 실험을 통해 비교함으로써 성능의 우수성을 입증하였다.

1. 서 론

적응 알고리즘은 채널 등화, 반향제거, 시스템 식별, 스펙트럼 추정 등을 포함한 여러 분야에 널리 이용되고 있다[1]. 특히 LMS 알고리즘[2]은 간단한 구조와 좋은 수렴 특성 때문에 널리 사용되고 있으나 필터의 차수가 크게 증가하는 경우에는 수렴 속도가 느려지며 입력 신호의 상관(correlation)행렬 고유치 분포가 클수록 수렴 속도가 저하된다는 단점이 있다. 이러한 단점을 보완하기 위해서 최근에 부밴드 적응 필터링에 근거한 몇몇 방법들이 제안되었다[4][5]. 부밴드 분해에 기본을 두고 있는 적응 알고리즘은 신호를 부밴드로 분할할 때마다 생길 수 있는 에일리어징을 해결하는 것이 필요하다. 이러한 단점을 극복하기 위해 분해필터뱅크 출력을 오버샘플링(over-sampling)하는 기법[6]과 인접한 부밴드들 사이에 적응 교차필터(cross filter)를 포함시키는 방

법[7]등의 적응 알고리즘이 제안되었다. 또한 최근에는 다위상(polyphase) 구조의 적응 필터를 시스템 식별에 응용한 연구가 보고되었다[4]. 이 연구에서는 에일리어징(aliasing)의 제거가 이루어졌으며 일반적인 부밴드 적응 필터링이 갖는 계산량보다 적은 계산량으로 LMS 알고리즘이 보다 빠른 수렴 속도를 얻을 수 있음을 보였으나 비용함수가 적응 필터 계수에 대한 2차 형식(quadratic form)이 아니라는 단점을 가지고 있다. 본 논문에서는 [4]에서 제시한 적응필터 구조를 이용하여 새로운 부밴드 블록 LMS 알고리즘을 제안한다. 제안한 알고리즘에서는 신호를 블록으로 처리하며, 새롭게 유도된 2차 형식의 비용함수를 이용한다. 또한 LMS형 알고리즘에 일반적으로 사용되는 고정 적응이득 대신, 각각의 적응필터에 가변 적응이득[8][9]을 적용하여 빠른 수렴 특성을 얻고자 한다. 그리고 제안한 알고리즘의 성능평가를 위해서 기존 알고리즘[4][8][9]과 수렴속도를 비교한다. 본문의 2장에서 기존 부밴드 LMS 알고리즘과 블록 LMS 알고리즘, 가변 적응이득을 적용한 부밴드 블록 LMS 알고리즘에 대해 기술한다. 제안한 알고리즘의 성능평가를 위한 컴퓨터 모의 실험은 3장에서 수행하였으며 4장에서 결론을 맺는다.

2. 부밴드 블록 LMS 알고리즘

그림 1은 부밴드 분해에 기본을 두고 있는 적응필터 구조[4]이다. 여기서 미지 시스템 $S(x)$ 은 길이가 $2L$, 각 다위상 적응필터 $\hat{S}_0(z)$ 와 $\hat{S}_1(z)$ 는 L 길이의 임펄스 응답을 갖는다. 그리고 $H_0(z)$, $H_1(z)$ 은 분해필

터이다.

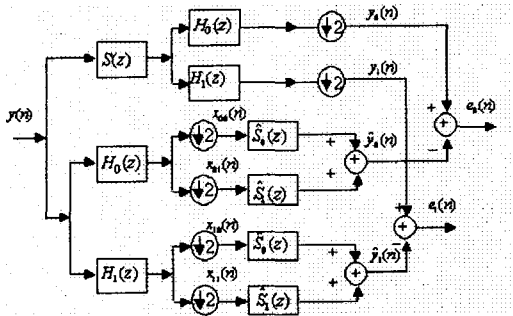


그림 1. 다위상 분해를 이용한 부밴드 적응필터 구조

그림 1에서 오차 $e_0(n)$ 과 $e_1(n)$ 을 z 변환하면 다음과 같이 표현된다.

$$E_0(z) = Y_0(z) - X_{00}(z)\hat{S}_0(z) - X_{01}(z)\hat{S}_1(z) \quad (1)$$

$$E_1(z) = Y_1(z) - X_{10}(z)\hat{S}_0(z) - X_{11}(z)\hat{S}_1(z) \quad (2)$$

(1)식과 (2)식을 이용한 비용함수는 다음과 같다.

$$J(n) = E(\alpha_0 e_0^2(n) + \alpha_1 e_1^2(n)) \quad (3)$$

여기서 α_0 와 α_1 는 각 분해필터 출력 파워(power)에 반비례하는 상수이다. 식(3)의 비용함수를 최소로 하는 계수를 찾기 위해 LMS 알고리즘을 그림1의 구조에 적용하여 정리하면 다음과 같은 계수 갱신식을 얻을 수 있다[4].

$$\hat{s}_{0k}(n+1) = \hat{s}_{0k}(n) + 2\mu[\alpha_0 e_0(n)x_{00}(n-k) + \alpha_1 e_1(n)x_{10}(n-k)] \quad (4)$$

$$\hat{s}_{1k}(n+1) = \hat{s}_{1k}(n) + 2\mu[\alpha_0 e_0(n)x_{01}(n-k) + \alpha_1 e_1(n)x_{11}(n-k)] \quad (5)$$

그러나 (3)식으로 주어지는 비용함수는 적응 필터 계수 \hat{s}_{0k} 와 \hat{s}_{1k} 에 대한 2차 형식이 아니라는 단점을 가진다

2.1 제안한 부밴드 블록 LMS 알고리즘

(4), (5)식과 같은 부밴드 LMS 알고리즘은 입력신호의 자기상관 행렬의 고유치 분포를 줄임으로서 전밴드

(full band) LMS 알고리즘보다 빠른 수렴 속도를 보이지만 비용함수가 2차형식이 아니므로 수렴성 증명에서 근사 해석을 해야 한다. 이 문제는 각 다위상 필터 입력 신호를 블록으로 처리하여 2차 형식의 비용함수를 얻음으로서 해결이 가능하다. 신호를 블록으로 처리하기 위해 입력 $x_{00}(n), x_{01}(n), x_{10}(n), x_{11}(n)$ 에 대해 각각 다음과 같은 형태의 $L \times L$ 행렬(블록)을 구성한다.

$$\mathbf{X}_{00}(n) = \begin{bmatrix} x_{00}(n) & x_{00}(n-1) & \dots & x_{00}(n-L+1) \\ x_{00}(n+1) & x_{00}(n) & \dots & x_{00}(n-L+2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{00}(n-L+1) & x_{00}(n-L+2) & \dots & x_{00}(n) \end{bmatrix} \quad (6)$$

같은 방법으로 $x_{01}(n), x_{10}(n), x_{11}(n)$ 에 대한 $L \times L$ 행렬 $\mathbf{X}_{01}(n), \mathbf{X}_{10}(n), \mathbf{X}_{11}(n)$ 을 얻을 수 있으며 이 행렬들을 이용하여 다음과 같은 $2L \times 2L$ 행렬 $\mathbf{X}(n)$ 을 구성한다.

$$\mathbf{X}(n) = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{00}(n) & \mathbf{X}_{01}(n) \\ \mathbf{X}_{10}(n) & \mathbf{X}_{11}(n) \end{bmatrix} \quad (7)$$

그리고 그림1의 $y_0(n), y_1(n)$ 에 대해서도 다음과 같은 벡터를 얻을 수 있다.

$$\mathbf{y}_0(n) = [y_0(n), y_0(n+1), \dots, y_0(n+L-1)]^T \quad (8)$$

$$\mathbf{y}_1(n) = [y_1(n), y_1(n+1), \dots, y_1(n+L-1)]^T \quad (9)$$

그러면 $\mathbf{d}_0(n), \mathbf{d}_1(n), \mathbf{e}_0(n)$ 과 $\mathbf{e}_1(n)$ 에 대해서도 같은 형태의 벡터 표현식을 얻을 수 있으므로 그림 1에서의 필터링 관계는 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}_0(n) \\ \mathbf{y}_1(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{00}(n) & \mathbf{X}_{01}(n) \\ \mathbf{X}_{10}(n) & \mathbf{X}_{11}(n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{s}}_0(n) \\ \hat{\mathbf{s}}_1(n) \end{bmatrix} \quad (10)$$

편의를 위해 (10)식을 다음과 같이 간단하게 표현한다.

$$\mathbf{y}_n = \mathbf{X}_n \hat{\mathbf{s}}_n \quad (11)$$

여기에서 Clark등이 제안한 비용함수[3]

$$\psi_n \equiv \frac{1}{2L} E[e^T_n e_n] \quad (12)$$

에 대한 순시값을 이용한 비용함수는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \Psi(\hat{s}_n) = & \frac{1}{2L} ([d^T_n d_n] - 2[d^T_n X_n] \hat{s}_n \\ & + \hat{s}_n^T [X_n^T X_n] \hat{s}_n) \end{aligned} \quad (13)$$

따라서 제안한 블록 LMS 알고리즘의 계수 갱신식의 벡터 표현은 다음과 같다.

$$\hat{s}_{n+1} = \hat{s}_n + \frac{\mu}{L} X_n^T e_n \quad (14)$$

여기에서 μ 는 적응이득이며 μ 가 $0 < \mu < \frac{1}{\lambda_{\max}}$ 을 만족하여야 하며 λ_{\max} 는 $[X_n^T X_n]$ 의 가장 큰 고유치이다.

2.2 가변 적응이득을 이용한 부밴드 블록 LMS 알고리즘

부밴드 블록 적응알고리즘에서는 각 다위상 적응필터에 동일하고 고정된 적응이득을 사용하고 있으므로, 가변 적응이득을 각 다위상 필터에 별도로 적용함으로써 수렴속도를 향상시킬 수 있다. 식(14)를 이용 각 적응필터 계수 갱신에 가변 적응이득을 적용하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \hat{s}_0(n+1) = & \hat{s}_0(n) + \frac{\mu_0}{L} (X_{00}^T(n) e_0(n) \\ & + X_{01}^T(n) e_1(n)) \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \hat{s}_1(n+1) = & \hat{s}_1(n) + \frac{\mu_1}{L} (X_{10}^T(n) e_0(n) \\ & + X_{11}^T(n) e_1(n)) \end{aligned} \quad (16)$$

위 두식을 이용한 적응필터의 수렴성능은 [8]에서 제안한 다음과 같은 가변 적응이득을 이용, 향상시킬 수 있다.

$$\mu_0(n+1) = \beta \mu_0(n) + \gamma (\alpha_0 e_0^2 + \alpha_1 e_1^2) \quad (17)$$

$$\mu_1(n+1) = \beta \mu_1(n) + \gamma (\alpha_0 e_0^2 + \alpha_1 e_1^2) \quad (18)$$

여기서 $0 < \beta < 1, \gamma > 0$ 이다. 그리고 부밴드 적응필터에서는 다위상 필터의 사용으로 각 필터의 길이가 작게 되므로 각 필터의 각 계수 $\hat{s}_{0i}, \hat{s}_{1i} (i=0, \dots, L-1)$ 에 가변 적응이득을 적용할 수 있다. 이 경우 가변 적응이득이 각 필터 계수마다 매 적응 순간 계산되어야 하므로 [9]에서 제안한 간단한 가변 적응이득은 다음과 같다.

$$\mu_i(n+1) = \mu_i(n) / A \quad (19)$$

혹은

$$\mu_i(n+1) = \mu_i(n) A \quad (20)$$

여기에서 $A > 1$ 이다. 식(19)는 식(15),(16)의 두 번째 항의 부호가 일정 샘플동안 변할 때 사용되며, (20)식은 일정 샘플동안 부호가 동일할 때 사용된다.

3. 컴퓨터 모의실험 및 결과 고찰

제안한 알고리즘을 시스템 식별에 적용하여 컴퓨터 모의 실험을 통해 기존알고리즘과 수렴속도를 비교하여 성능을 평가하였다. 시스템 식별을 위한 입력신호 $y(n)$ 은 다음과 같은 1차 AR process를 사용하였다.

$$y(n) = \rho y(n-1) + u(n) \quad (21)$$

여기에서 $\rho = 0.8$ 이고 $u(n)$ 은 화이트 가우시안 잡음이다. 미지 시스템은 8차로 하였고 성능을 평가하기 위한 지표로서 계수의 자승오차를 정규화 (normalized squared error in dB) 하여 사용하였다[4].

$$NSE[dB] = 10 \log_{10} \frac{\mathbf{v}[n]^T \mathbf{v}[n]}{\mathbf{s}[n]^T \mathbf{s}[n]} \quad (22)$$

여기서 $\mathbf{v}[n]$ 은 미지 시스템 $\mathbf{v}[n] = s - \hat{s}[n]$ 이다. 그림1에서 저역통과필터와 고역통과필터는 Daubechies의 16차 필터를 사용하였다. 수렴속도 성능은 제안한 부밴드 블록 알고리즘과 가변 적응이득 부밴드 블록 알고리즘을 기존의 알고리즘(부밴드 알고리즘, 가변 적응이득 전대역 알고리즘)과 비교함으로써 이루어 졌다.

그림 2에서는 부밴드 블록 알고리즘에 [8]의 가변 적응이득을 이용한 경우의 수렴특성을 보인다.

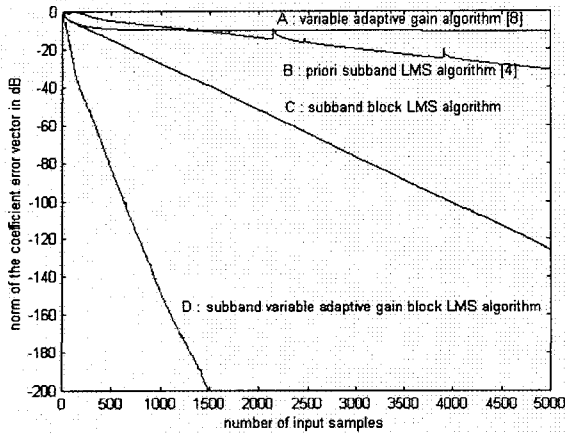


그림 2. 가변 적응이득 부밴드 블록 LMS 알고리즘의 성능비교 ([8]의 가변 적응이득 사용)

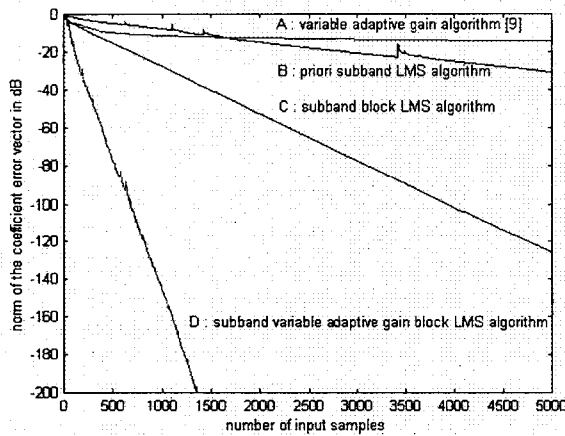


그림 3. 가변 적응이득 부밴드 블록 LMS 알고리즘의 성능비교 ([9]의 가변 적응이득 사용)

그림 3은 [9]의 가변 적응이득을 적용한 가변 적응이득 부밴드 블록 LMS 알고리즘의 수렴 성능을 평가한 것이다. 그림 2, 3에서 부밴드 블록 알고리즘이 부밴드 알고리즘이나 기존 가변 적응 이득 알고리즘보다 수렴 특성이 우수함을 알 수 있으며, 여기에 가변 적응이득을 사용할 경우 수렴속도가 상당히 향상됨을 알 수 있다.

4. 결 론

부밴드 LMS 알고리즘의 수렴성 향상을 위해 본 논문

에서는 비용합수가 2차 형식이 되는 부밴드 블록 적응 알고리즘을 제안하였다. 그리고 가변 적응이득을 적용함으로써 제안한 알고리즘의 수렴속도를 더욱 향상시켰다. 가변 적응이득은 다위상 적응 필터 각 계수에 적용하였으며 각각 [8]과[9]의 적응이득을 이용하였다.

제안한 알고리즘의 성능은 기존 부밴드 알고리즘과 가변 적응이득 알고리즘과 수렴 속도면에서 비교하여 우수성을 입증하였다. 향후 연구과제로는 가변 적응이득을 적용할 경우 증가하는 계산량을 줄일 수 있는 방법이 있을 것으로 사료된다.

참고문헌

- [1] S. Haykin, *Adaptive Filter theory*, 2nd Ed. Prentice-Hall, 1996.
- [2] B. Widrow and S. D. Stearns, *Adaptive Signal Processing*, Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, 1985.
- [3] G. A. Clark, S. R. Parker S. K. Mitra, " Block implementation of adaptive digital filters," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, Vol. ASSP-29, NO. 3, pp. 744-752, June 1981.
- [4] S. S. Pradhan and V. U. Reddy, "A New Approach to Subband Adaptive Filtering", *IEEE Trans. on Signal Processing*, Vol. 45, NO.3, pp 655-664, Mar. 1999.
- [5] Ricardo Merched, Paulo S. R. Diniz and Mariane R. Petraglia, " A New Delayless Subband Adaptive Filter Structure", *IEEE Trans. on Signal Processing*, Vol. 47, NO. 6, June 1999.
- [6] W. Kellermann, "Analysis and design of multirate systems for cancellation of acoustical echoes," *Proc. IEEE ICASSP*, 1988, pp. 2570-2573.
- [7] A Gilloire and M. Vetteli, " Adaptive Filtering in Subbands with Critical Sampling : Analysis, Experiments, and Application to Acoustic Echo Cancellation," *IEEE Trans. on Signal Processing*, Vol. 40, NO. 8, August 1992.
- [8] R. H. Kwong and E. W. Jhonston, " A variable step size LMS algorithm, " *IEEE Trans. Signal Processing*. Vol. 40, NO. 7, July 1992.
- [9] Richard W.Harris, Douglas M. Chabries, F.Avery Bishop "A Variable Step Adaptive Filter Algorithm " *IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Vol. ASSP-34, pp. 309-316, Apr. 1986.