

한국전산구조공학회 2000년도 가을 학술발표회 논문집

비탄성 정적해석을 이용한 점성감쇠기의 설계

Design of Viscous Dampers Using Nonlinear Static Analysis

김 진 구* 최 현 훈**
Kim, Jinkoo Choi, Hyun-Hoon

ABSTRACT

Nonlinear dynamic time history analysis of a structure with energy dissipation devices is complicated and time consuming. In this regard the nonlinear static analysis is a practical alternative for evaluating the earthquake resisting capacity of a structure. In this study the nonlinear static response of a structure was obtained first, and the equivalent viscous modal damping ratio required to satisfy the performance objective was computed in the capacity spectrum format. Then proper amount of viscous dampers were installed to provide the required damping. Parametric study has been performed for the period of the structure, yield strength, and the stiffness after the first yield. According to the earthquake time history analysis results, the maximum displacement of the model structure with viscous dampers designed in accordance with the proposed method corresponds well with the target displacements that was used in the beginning of the design process.

1. 서 론

성능에 기초한 내진설계(performance based seismic design)는 건물의 사용 연한 동안 발생할 수 있는 지진 하중에 대하여 목표로 하는 성능수준을 만족하도록 설계하는 것을 기본 개념으로 한다. 성능에 기초한 내진 설계에서는 지진의 발생확률을 도입한 여러 단계의 지반운동수준에 대하여 성능목표를 달성하도록 하는 단계 내진성능수준(multi-level performance level)을 제시하고 있다.

지반운동수준에 따른 성능목표를 만족하는 설계를 위해서는 먼저 구조물의 보유 능력을 평가하는 작업이 수행되어야 한다. 구조물의 내진성능을 평가하는 방법에는 여러 가지가 있지만, 현재 내진공학 분야에서 연구가 활발하게 진행되고 있는 비선형 정적해석법(Nonlinear Static Analysis)은 건물의 능력을 파악할 수 있는 가장 간단하고 실용적인 방법이다. 또한 이를 바탕으로 개발된 능력스펙트럼법(Capacity Spectrum Method 이하 CSM)은 구조물의 횡하중에 대한 저항능력(capacity)과 구조물에 작용하는 지진의 요구

* 정회원 · 성균관대학교 건축공학과, 조교수
** 성균관대학교 건축공학과, 석사과정

(demand)를 하나의 그래프에서 표현함으로써 구조물의 내진성능을 평가하는 방법이다.

ATC-40 보고서⁽¹⁾에 따르면 기존 건물과 새로운 건물의 내진성능을 평가한 후 성능목표를 달성하도록 건물의 성능을 향상시키는 방법에는 건물의 강도와 강성을 증가시키는 방법, 건물의 변형능력을 향상시키는 방법, 면진장치(base isolation)를 설치하거나 에너지 소산장치(energy dissipation device)를 설치하는 방법 등이 있다. 그 중에서 마찰감쇠기, 소성변형감쇠기, 점성감쇠기, 점탄성감쇠기 등과 같은 수동형 에너지 소산장치를 설치하는 경우 건물의 성능을 평가하기 위한 비탄성 시간이력해석이 복잡해지고, 따라서 성능수준을 목표하는 수준까지 향상시키기 위하여 필요한 에너지 소산장치의 양을 산정하는 것도 매우 어렵다. 즉 감쇠기의 양을 임의로 설정한 후 비탄성 시간이력해석을 수행하여 응답을 구하고, 목표로 하는 응답의 크기와 비교하여 감쇠기의 양을 조절한 다음 다시 해석을 수행하여, 목표응답에 도달할 때까지 같은 과정을 반복하는 등 상당한 시간과 노력이 필요하게 된다.

본 연구에서는 CSM을 이용하여 반복과정이 없이 목표로 하는 성능수준을 만족할 수 있는 감쇠기의 양을 구하는 방법에 관하여 연구하였다. 성능수준의 향상을 위하여 점성감쇠기를 이용하였으며, 단자유도계에서 건물의 주기, 요구되는 탄성강도에 대한 항복강도의 비, 항복 후 강성비(strain hardening ratio) 등을 변수로 하여 유효감쇠비를 구한 후 이 값을 이용하여 성능수준을 만족하기 위해 필요한 감쇠기의 양을 산정하였다.

2. 점성감쇠기의 특성

점성감쇠기는 중공업과 군사용으로 널리 사용되어 왔으며 최근에는 교량이나 건물의 진동 제어나 내진 보강용으로도 많이 적용되고 있다. 일반적으로 점성감쇠기는 실리콘의 합성물질 또는 높은 점성의 유체가 들어 있는 실린더에 피스톤이 연결된 형태로 되어 있으며, 그림 1은 점성유체감쇠기인 Taylor Device의 구조를 나타내고 있다. 점성감쇠기는 실린더 안쪽에 있는 피스톤이 점성이 높은 유체에서 움직이며 에너지를 소산시킨다.

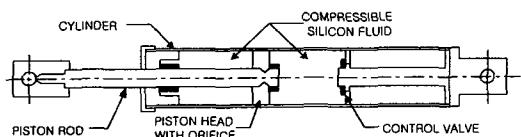


그림 1. 실린더형 점성감쇠기(Taylor Device)

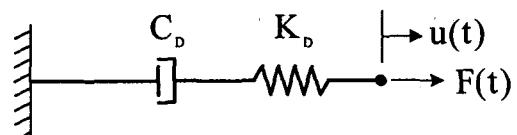


그림 2. 맥스웰(Maxwell) 모델

점성감쇠기는 넓은 진동수범위에서 선형응답을 보이도록 설계되고, 온도의 영향을 받지 않기 때문에 힘과 응답과의 관계가 일정하다. 높은 진동수 영역에서 점성감쇠기는 점탄성감쇠기(viscoelastic damper)와 같이 강성 및 점성의 특성을 나타내지만, 낮은 진동수 영역에서는 순수 점성의 성질을 나타낸다. 따라서 점성감쇠기의 거동의 모형화에는 주로 그림 2와 같이 스프링과 dashpot이 직렬로 연결된 맥스웰 모델이 사용되며, Constantinou & Symans(1993)는 실험결과를 바탕으로 수학적 모형화를 위하여 다음과 같은식을 제안하였다.⁽²⁾

$$F(t) + \lambda \frac{dF(t)}{dt} = C_D \frac{du(t)}{dt} \quad (1)$$

$$\lambda = \frac{C_D}{K_D} \quad (2)$$

식 (1)에서 $u(t)$ 는 시간 t 에서 변위, $F(t)$ 는 감쇠기의 감쇠력, 그리고 C_D 는 감쇠기의 감쇠상수를 나타낸다.

며 실험을 통하여 구해진다. 식 (2)에서 λ 는 이완시간(relaxation time)을 의미하며, C_D 는 진동수가 0일 때의 감쇠상수, K_D 는 매우 큰 진동수에서의 강성이다. 감쇠력이 작을 경우 λ 는 0.006초와 같이 매우 작으므로 식(1)의 좌변 두 번째 항은 무시할 수 있기 때문에 일반적으로 약 4Hz이하의 낮은 진동수 영역의 거동일 경우 식(1)은 식(3)과 같이 된다.

$$F(t) = C_D \frac{du(t)}{dt} \quad (3)$$

따라서 구조물의 성능을 향상시키기 위하여 점성감쇠기를 설치하였을 때 구조물의 강성은 변하지 않고 단지 감쇠만 증가한다.

3. 비탄성 정적해석법을 이용한 내진성능평가

3.1 CSM에 의한 내진성능평가

CSM은 구조물의 횡하중에 대한 저항능력(capacity)과 구조물에 작용하는 지진의 요구(demand)를 하나의 그래프에서 표현함으로써 구조물의 내진성능을 평가하는 방법이며, 그림 3은 CSM에 의하여 구조물의 응답을 구하는 일반적인 과정을 나타낸 것이다. 그림 3. (d)에서 능력곡선과 요구스펙트럼의 교차점은 작용하는 지진에 대한 구조물의 비탄성 응답과 성능수준을 의미한다. CSM은 구조물이 지진하중을 받을 때 어떻게 거동하는지를 시각적으로 평가할 수 있는 장점이 있다. 구조물의 능력은 비선형 정적해석(pushover analysis)에 의한 최상층의 횡변위(Δ_R)와 밀면전단력(V)으로 표현된다. 능력곡선을 요구스펙트럼과 직접 비교하기 위하여 구조물의 동적특성을 이용하여 Δ_R 과 V 의 능력곡선을 응답가속도(S_d)와 응답변위(S_a)의 능력스펙트럼으로 변환하게 된다. Δ_R 과 V 의 능력곡선을 S_d 와 S_a 의 능력스펙트럼으로의 변환은 식(4)에 의하여 구할 수 있다.

$$S_a = \frac{V}{M_1^*}, \quad S_d = \frac{\Delta_R}{\Gamma_1 \varphi_{R1}} \quad (4)$$

이 때 변환식에 이용되는 모드참여계수(Γ_1)와 유효모드질량(M_1^*)은 다음과 같다.

$$\Gamma_1 = \frac{\sum_{j=1}^N m_j \varphi_{j1}}{\sum_{j=1}^N m_j \varphi_{j1}^2}, \quad M_1^* = \frac{\left(\sum_{j=1}^N m_j \varphi_{j1}\right)^2}{\sum_{j=1}^N m_j \varphi_{j1}^2} \quad (5)$$

유효주기(T_{eff})는 S_a 와 S_d 의 관계에서 구해지며 스펙트럼 상에서는 방사의 형태로 나타난다.

$$T_{eff} = 2\pi \sqrt{\frac{S_d}{S_a g}} \quad (6)$$

요구스펙트럼은 일반적으로 주기(T)에 대한 응답변위, 응답속도, 응답가속도의 관계로서 표현되지만 능력스펙트럼과 하나의 그래프에 나타내기 위하여 S_d 와 S_a 좌표계의 ADRS(Acceleration Displacement Response Spectrum)형식으로 표현된다. 이 변환에는 식(7)의 관계를 이용한다.

$$S_d = (T^2/4\pi^2) S_a \quad (7)$$

구조물의 선형탄성응답은 5% 감쇠비의 요구스펙트럼을 이용하여 나타내고 높은 감쇠 요구스펙트럼은 구조물의 비탄성 응답을 나타낸다. 그림 4에서 점선은 구조물의 능력곡선으로 이것을 등가의 이선형(bilinear)

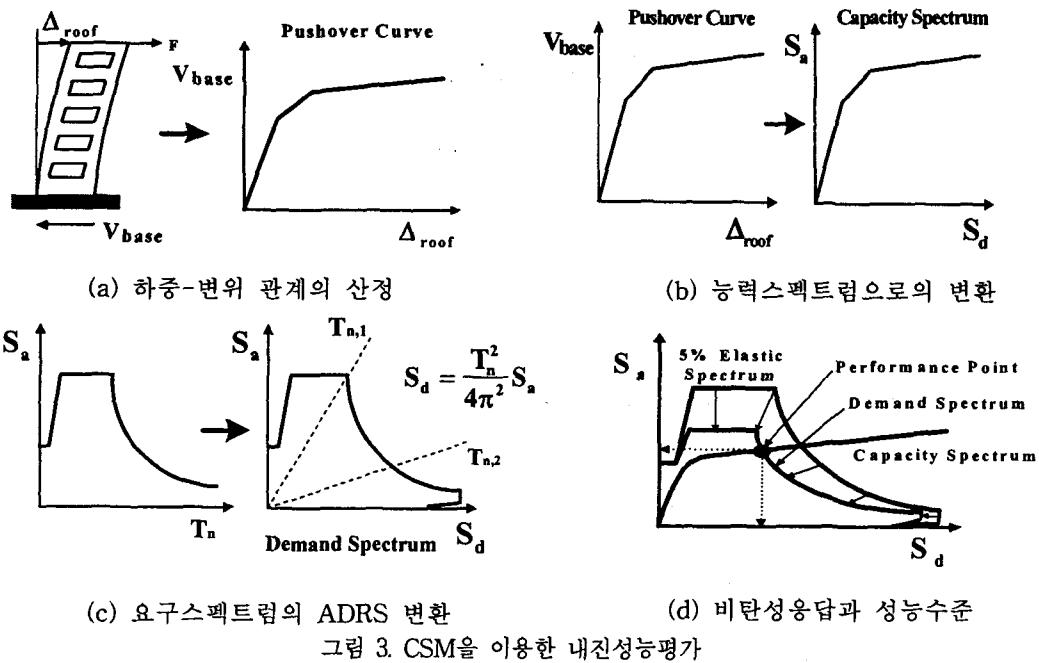


그림 3. CSM을 이용한 내진성능평가

곡선으로 표현한다. 등가의 이선형 곡선의 이력거동에 의하여 소산된 에너지를 이용하여 등가점성감쇠(β_{eq})를 구한 후 구조물의 이력특성을 고려하여 유효감쇠비(β_{eff})를 산정한다. 여기서 등가점성감쇠와 유효감쇠비는 식 (8), 식 (9)에 의해서 산정할 수 있다.⁽³⁾

$$\beta_{eq} = \frac{1}{4\pi} \frac{E_D}{E_S} = \frac{2(A_y D - D_y A)}{\pi A D} \quad (8)$$

$$\beta_{eff} = \beta + \kappa \beta_{eq} \quad (9)$$

여기서 E_D 는 감쇠에 의하여 소산되는 에너지를 나타내며 마름모의 면적을 말하며, E_S 는 구조물의 최대변형에너지로 빗금친 삼각형의 면적이다. β 는 구조물의 고유감쇠를 나타낸다.

지진하중을 받는 구조물의 이력특성은 여러 가지 조건들에 의하여 그림4와 같은 이상화된 이력특성을 나타내지 못한다. ATC-40과 FEMA 273, 274에서는 이러한 구조물의 이력특성을 반영하기 위하여 감쇠조정계수(damping modification factor, κ)를 사용하여 산정된 유효감쇠비를 조정한다.

3.2 적정 감쇠비의 산정

감쇠기가 설치된 구조물의 유효감쇠비는 식(10)과 같다.⁽⁴⁾

$$\beta_{eff} = \frac{1}{4\pi} \frac{E_{DS} + E_{DE}}{E_S} = \frac{E_{DE}}{2\pi m A D} + \frac{2\kappa(A_y D - D_y A)}{\pi A D} + \beta \quad (10)$$

추가된 첫 번째 항은 감쇠기의 이력거동에 의한 감쇠를 나타내게 된다. 식 (10)에서 E_{DE} 는 감쇠기에 의하

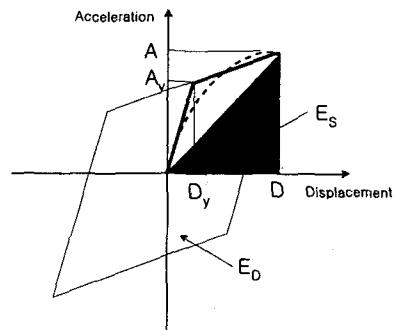


그림 4. 등가감쇠비의 산정

여 소산된 에너지로 등가의 점성감쇠와의 관계를 이용하면 식 (11)과 같이 감쇠기의 감쇠비를 구할 수 있다.

$$\beta_v = \frac{c T_e}{4 \pi m} \quad (11)$$

감쇠기가 설치된 구조물인 경우 Li and Reinhorn⁽⁵⁾의 연구결과에 따르면 감쇠조정계수는 0.2가 적절한 값으로 알려져 있다. 따라서 유효감쇠비를 이용한 감쇠기의 감쇠비는 식 (12)와 같다.

$$\beta_v = (\beta_{eff} - \beta - \frac{2x(A_y D - D_y A)}{\pi A D}) \frac{T_e}{T_{eff}} \quad (12)$$

4. 내진성능목표와 설계지반운동

1997년 지진공학회에서 수행한 「내진설계기준연구 II」⁽⁶⁾는 성능에 기초한 내진설계(Performance Based Seismic Design)를 기본개념으로 하고 내진성능수준과 성능수준별로 설계응답스펙트럼을 규정하고 있다. 이 연구에서는 전국을 두 개의 지진구역으로 나누고, 지진의 재현주기에 따라 위험도계수를 정하였다. 지반은 5 종류로 분류하였으며 각각의 지진구역과 지반에 적합한 표준 설계응답스펙트럼을 만들 수 있다. 지진구역과 지반종류에 따른 지진계수 C_a 와 C_v 는 표 1, 표2와 같다. 성능목표와 지반종류에 해당하는 지진계수를 이용하여 표준설계응답스펙트럼을 작성하는 방법은 그림 5에 나타나 있다.

본 연구에서는 내진성능목표에 적합한 표준설계응답스펙트럼을 만든 다음 이를 채택하여 비선형 정적해석을 수행하였다. 비선형 정적해석법에 의한 결과를 검토하기 위 한 비탄성 시간이력해석에 필요한 인공지진을 채택한 설계응답스펙트럼을 바탕으로 생성하였다.

인공지진은 Gasparini와 Vanmarcke⁽⁷⁾가 제안한 정현파 중첩을 이용한 프로그램인 SIMQKE를 이용하여 구하였다. 이와 같은 방법으로 구조물에 가장 큰 영향을 미칠 수 있는 지진계수 C_a 가 0.308g인 응답스펙트럼과 설계응답스펙트럼을 비교하면 그림 6과 같고 인공지진의 가속도 시간이력은 그림 7과 같다.

표1. 설계지진계수 C_a (지진구역 I)

내진성능목표	기능수행수준			붕괴방지수준			
	재현주기	50년	100년	200년	500년	1000년	2400년
재현주기	II등급	I등급	특등급	II등급	I등급	특등급	
S_A	0.036	0.051	0.066	0.090	0.126	0.180	
S_B	0.044	0.063	0.080	0.110	0.154	0.220	
S_C	0.052	0.074	0.095	0.130	0.182	0.260	
S_D	0.064	0.091	0.117	0.160	0.224	0.320	
S_E	0.088	0.125	0.161	0.220	0.308	0.440	

표2. 설계지진계수 C_v (지진구역 I)

내진성능목표	기능수행수준			붕괴방지수준			
	재현주기	50년	100년	200년	500년	1000년	2400년
재현주기	II등급	I등급	특등급	II등급	I등급	특등급	
S_A	0.036	0.051	0.066	0.090	0.126	0.180	
S_B	0.044	0.063	0.080	0.110	0.154	0.220	
S_C	0.072	0.103	0.131	0.180	0.252	0.360	
S_D	0.092	0.131	0.168	0.230	0.322	0.460	
S_E	0.148	0.211	0.270	0.370	0.518	0.740	

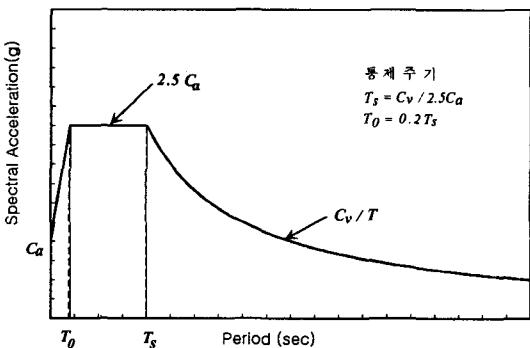


그림 5. 표준 설계응답스펙트럼

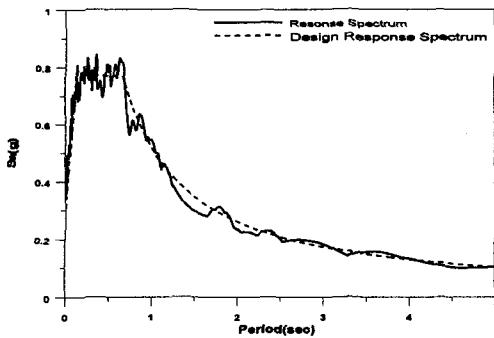


그림 6. 인공지진의 응답스펙트럼(0.308g)

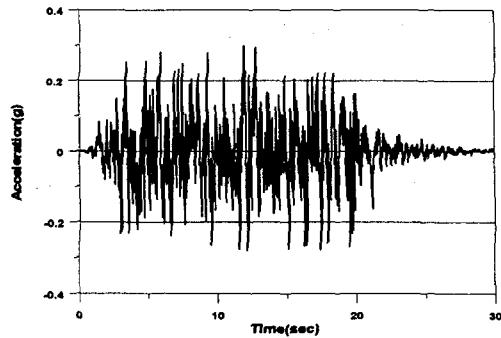


그림 7. 인공지진의 가속도 시간이력(0.308g)

5. 예제 구조물의 내진성능평가 및 감쇠기의 감쇠비 산정

본 논문에서 사용한 예제 구조물은 1층의 횡방향 자유도만 가진 단자유도계이며 구조물은 그림 8과 같이 이선형 이력특성을 가진다. 각 구조물의 특성에 따른 응답의 변화와 본 연구에서 제시하고자 하는 성능목표에 적합한 감쇠기의 감쇠비 산정의 적합성을 검증하기 위하여 다음과 같은 변수를 가진 27개 구조물에 대하여 해석을 수행하였다.

(1) 구조물의 탄성주기(T_e) : 0.1초, 0.5초, 1.0초

(2) 요구되는 탄성강도에 대한 항복강도의 비(e) : 각 주기의 구조물에 대하여 0.1, 0.3, 0.5

(3) 항복 후 강성비(α) : 각 주기의 구조물의 각 e 에 대하여 항복 후 강성비가 0.1, 0.15, 0.3

각 예제 구조물에 대하여 먼저 CSM을 이용하여 변위응답(D_C), 가속도응답(A_C), 유효감쇠비를 구하였다. 그림9와 표3에는 $T_e=0.5$, $e=0.3$, $\alpha=0.15$ 인 구조물에 대하여 수행한 응답을 구하는 과정을 나타내었다. 각 감쇠비의 요구스펙트럼과 능력스펙트럼의 교차점으로부터 변위와 가속도 응답을 구한 후 식(9)를 이용하여 유효감쇠비를 구한다. 산정한 유효감쇠비가 요구스펙트럼의 감쇠비와 같을 때까지 감쇠비를 변화시켜 가면서 계산을 반복수행한다. 이 구조물의 시간이력해석에 의한 변위(D_T) 응답은 36.81mm로 4%의 오차를 보인다.

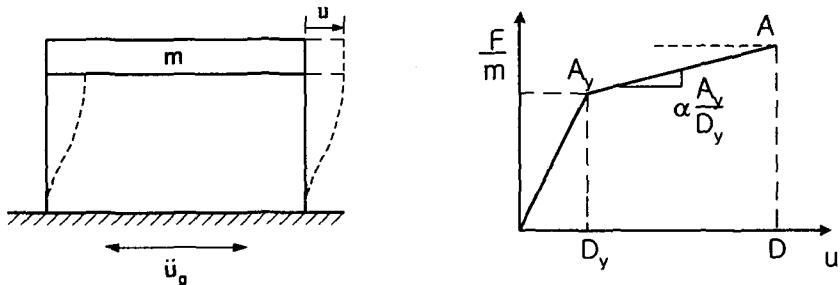


그림 8. 이선형 이력특성을 가진 단자유도계 구조물

각 예제 구조물에 대한 CSM에 의한 응답과 목표변위(D_{Target})까지 제어하기 위하여 필요한 감쇠기(β_v)의 양은 표4, 표5, 표6에 나타나 있다. 목표변위는 FEMA 273에서 제시하고 있는 비선형 정적해석 절차1에 의하여 산정하였다. CSM에 의하여 구한 응답이 목표변위를 초과하는 경우에 대하여 필요한 감쇠기의 감쇠비를 산정하였다. 산정한 감쇠비를 가진 구조물에 대하여 시간이력 해석에서 얻은 변위(D_v)는 $T_e=0.1$, $e=0.1$ 이고 $\alpha=0.05$, 0.15인 두 경우를 제외하고 제어하고자 하는 목표까지 변위가 감소하였다.

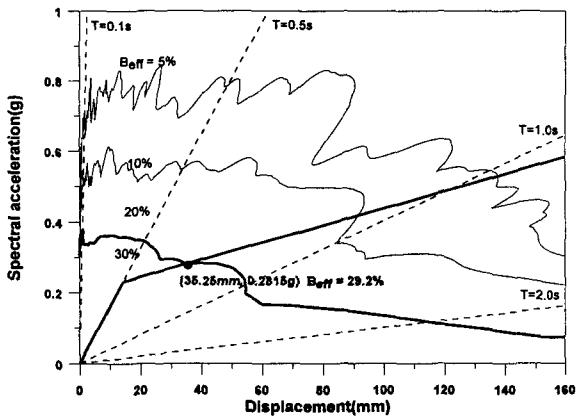


그림 9. CSM에 의한 응답 산정

표3. CSM에 의한 성능점의 산정

감쇠비	D_y	A_y	D_i	A_i	$\beta_{eff}(\%)$
5	14.35	0.231	138.1	0.53	25.3
10			92.2	0.42	28.4
20			62.5	0.35	30.2
30			33.6	0.28	28.8
:			:	:	:
29.2			35.25	0.282	29.2

표 4. $T_e = 0.1$ 초인 구조물의 응답과 감쇠기의 감쇠비 단위: mm

e	a	D_y	A_y	D_C	D_T	$B_{eff}(\%)$	D_C / D_T	D_{Target}	T_{eff}	β_v	D_v
0.5	0.05	0.81	0.325	1.44	2.56	28.7	0.56	2.42	0.2	9.82	2.69
	0.15			1.33	2.31	23.9	0.58				
	0.3			1.37	2.13	20.2	0.64				
0.3	0.05	0.48	0.195	7.8	4.77	33.1	1.63	2.42	0.18	10.59	2.01
	0.15			2.8	3.23	29.1	0.87				
	0.3			1.84	2.48	22.8	0.74				
0.1	0.05	0.16	0.0649	19.01	20.96	13.8	0.91	2.42	0.3	0.72	19.33
	0.15			8.14	6.89	11.4	1.18		0.22	1.42	6.49
	0.3			3.85	3.32	10.4	1.16		0.17	2.23	3.02

표 5. $T_e = 0.5$ 초인 구조물의 응답과 감쇠기의 감쇠비

e	a	D_y	A_y	D_C	D_T	$B_{eff}(\%)$	D_C / D_T	D_{Target}	T_{eff}	β_v	D_v
0.5	0.05	23.91	0.385	32.56	42.95	20.8	0.76	56.09	1.43	7.22	66.9
	0.15			33.6	41.58	19.7	0.81				
	0.3			35.21	39.59	17.5	0.89				
0.3	0.05	14.35	0.231	39.25	40.6	34.9	0.97	59.39	0.84	3.1	57.17
	0.15			35.25	36.81	29.2	0.96				
	0.3			34.68	34.15	22.9	1.02				
0.1	0.05	4.78	0.077	82.84	96.13	32.6	0.86	62.64	2.63	8.94	97.67
	0.15			61.23	60.21	22.7	1.02				
	0.3			82.48	74.96	12.0	1.10				

표 6. $T_e = 1.0$ 초인 구조물의 응답과 감쇠기의 감쇠비

e	a	D_y	A_y	D_C	D_T	$B_{eff}(\%)$	D_C / D_T	D_{Target}	T_{eff}	β_v	D_v
0.5	0.05	64.4	0.259	75	103	13.5	0.73	128.8	2.63	8.94	97.67
	0.15			76	99.27	13.0	0.77				
	0.3			78	97.12	12.3	0.80				
0.3	0.05	38.64	0.156	71.5	155.9	29.4	0.46	128.8	2.06	7.78	105.7
	0.15			70	130.1	25.7	0.54				
	0.3			76.5	86.53	21.8	0.88				
0.1	0.05	12.88	0.052	133.5	231.5	36.0	0.58	128.8	0.84	3.1	57.17
	0.15			126	159	25.2	0.79				
	0.3			120	155.3	16.4	0.77				

6. 결론 및 추후연구과제

본 연구에서는 비선형 정적해석법을 이용하여 구조물의 내진성능을 평가하고, 성능목표를 달성하기 위하여 에너지 소산장치 중에서 점성유체감쇠기를 이용하였다. 그리고 비선형 정적해석법에서 구한 유효감쇠비를 이용하여 목표변위까지 구조물의 변형을 제어하기 위하여 필요한 감쇠기의 양을 산정하는 방법을 제시하였다. 본 연구의 결과를 요약하면 다음과 같다.

1. 비선형 정적해석법에 의한 변위응답은 시간이력해석에 의한 응답보다 과소평가되는 경향이 있다. 특히, 항복 후 강성비가 0.05인 경우의 응답은 다른 구조물의 응답보다 시간이력해석에 의한 응답보다 많은 오차를 보였다. 이것은 요구스펙트럼은 등가의 선형시스템에 의하여 작성되지만 구조물은 탄성 강성에 비하여 항복 후 강성비가 매우 작기 때문인 것으로 사료된다.
2. 비선형 정적해석법에서 구한 유효감쇠비를 이용하여 성능목표를 달성하기 위하여 필요한 감쇠기의 양을 산정하였다. 산정된 감쇠기량을 가진 감쇠기를 설치하였을 때 목표변위까지 잘 제어되는 것을 보여주었다. 본 연구에서 제시한 방법은 감쇠기의 양을 산정하는데 쉽고 빠르게 적용할 수 있는 것으로 판단된다.
3. CSM에 의한 응답은 시간이력해석법에 의한 응답과 오차를 보였다. 오차를 줄이기 위하여 비탄성 요구스펙트럼에 의한 구조물의 응답평가가 필요하다. 시간이력해석에서 구한 응답을 바탕으로 제어에 필요한 감쇠기의 감쇠비를 구하고 해석을 수행하였을 때 목표변위에 더 정확하게 근접하는 것을 알 수 있었다.
4. 본 연구에서는 단자유도계를 대상으로 연구를 수행하였다. 따라서 추후연구과제로는 다자유도계를 등가의 단자유도계로 치환하고, 비선형 정적해석에서 구한 감쇠기의 감쇠비를 다시 다자유도계의 구조물에 분배하는 방법에 대한 연구가 수행되어야 할 것이다.

감사의 글

본 연구는 한국과학재단 특정기초연구 과제(과제번호:1999-1-310-001-3)의 일환으로 수행되었습니다. 이에 감사드립니다.

참 고 문 현

1. ATC(1996), "Seismic Evaluation and Retrofit of Concrete Buildings," ATC-40 Report, Applied Technology Council, Redwood City, California.
2. Soong, T.T., Dargush, G.F., "Passive Energy Dissipation System in Structural Engineering", State University of New York at Buffalo, 1996
3. Chopra, A.K., Dynamics of Structures, Prentice Hall, 1995.
4. Tsopelas, P., Constantinou, M.C., Kircher, C.A., and Whittaker, A.S. (1997), "Evaluation of Simplified Methods of Analysis for Yielding Structures," NCEER-97-0012, National Center for Earthquake Engineering Research, Buffalo, NY.
5. FEMA(1997), "NEHRP Guidelines for the Seismic Rehabilitation of Buildings," FEMA273, October, Washington, D.C. : Federal Emergency Management Agency.
6. 한국지진공학회, 내진설계기준연구(II), 1997.
7. Vanmarcke, E.H. and Gasparini, D.A., A Program for Artificial Motion Generation, User's Manual and Documentation, Dept. of Civil Engineering, Massachusetts Institute of Technology, 1976.