한국전산구조공학회
2000년도 가을 학술발표회 논문집

접합부의 성질을 고려한 볼 접합 단층 래티스 돔의 탄소성 좌굴해석

The Elasto-Plastic Buckling Analysis of Ball-jointed Single Layer Latticed Domes Considering the Connection Characteristics

한 상 을* 권 현 재** 신 용 환** 배 상 달** 이 진 섭***
Han, Sang-Eul Kwon, Hyun-Jae Shin, young-Hwan Bae, Sang-Dal Lee, Jin-seop

ABSTRACT

The present paper investigates the elasto-plastic buckling of ball-jointed single layer latticed domes considering the connection characteristics. The domes are composed of tubular member elements, ball joints and connectors. To judge yielding of the member, the ends and central part of tubular member elements are assumed as five elasto-plastic springs. Elasto-plastic buckling load can be identified the yielding load of estimated member. As a numerical analysis technique, loading incremental method based on the Newton-Raphson method is used. The effects of connection characteristics are investigated by the following points; (1) the length of rigid zone, (2) looseness of screw, (3) diameter of connector

Finally, it is emphasized that the connection characteristics as well as the material non-linearity have significant effects upon the buckling load of domes.

1. 서 론

단층 래티스돔 부재의 접합방식은 좌굴 내력에 영향을 준다. 부재들은 각각 용접, 볼트, 나사, 키, 접합제, 홈, 핀, 프레스 등에 의해서 접합되지만 해석상의 용이함을 위해서는 일반적으로 접합부에 휨 모멘트를 완전히 전달하는 강접합 래티스돔과 휨 모멘트를 전혀 전달하지 못하는 핀접합 래티스돔으로 가정된다. 실제 돔 형상에 있어서는 [그림 1]에서와 같이 제작 및 시공이 간단한 mero system을 주로 사용하고 있다. mero system은 내부에 나사구멍이 있는 철제 구와 원추형 단부를 갖는 둥근 튜브부재를 볼트 등으로 연결하여 한 절점에 다수의 부재가 결합되는 시스템으로서 접합부는 핀접합과 강접합의 중간적인 반강접합의 성질을 갖는다. 이러한 반강접합 성질을 고려한 연구의 예로는 T. SUZUKI[1]의 볼접합 단층 래티스돔의 좌굴실험 및 탄소성 좌굴해석, K. HEKI[2]의 볼죠인트를 사용한 복층 입체트러스의 막형 실험, 접합부의 강역과 회전스프링을 고려한 탄성좌굴해석, T. UEKI[3]의 단층 래티스돔의 재하실험 및 탄소성 좌굴해석 등이 있다. 이러한 연구결과에 따르면 볼접합 단층 래티스돔은 강접합인 경우의 해석결과에 비해 좌굴내력이 낮으며, 이 차이는 접합부의 성질에 기인하는 것으로 나타났다.

따라서, 본 논문에서는 먼저 반강접합된 단층 래티스돔의 탄소성 좌굴하중을 구한 후 T. UEKI의 연구 결과와 비교하여 그 타당성을 입증하였으며, 나아가 접합부의 영향을 3가지 측면 -강역의 길이, 접합부의 풀림,

* 정회원 · 인하대학교 건축공학과 교수
** 학생회원 · 인하대학교 건축공학과 석사과정
*** 인하대학교 건축공학과 강사

접합부의 직경-으로 고려하여 기하학적 및 재료적 비선형 좌굴해석을 하였다. 또한 해석결과로부터 초기 항복이 일어난 접합부의 단면 변화에 따른 탄소성 좌굴하중을 구하고 그에 따른 변형형상을 분석하였다.

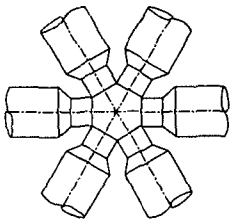


그림 1. Mero System

2. 해석방법

2.1 해석을 위한 가정

해석을 위해 [그림 2]와 같이 구형상의 볼에 부재 단부가 접합된 실제 부재를 [그림 3]과 같이 볼, 컨넥터, 파이프로 모델화하였다. [그림 3]에서 $\lambda_1 l_0$는 강역의 길이, $\lambda_2 l_0$는 컨넥터의 길이를 나타낸다. 접합부의 풀림의 영향은 λ_2값에 따라 변하는 것으로 가정하고, 접합부 및 접합부 부근의 항복을 고려하기 위해, [그림 4]와 같이 S. KATO가 제안한 각 부재 양단과 보부재 중앙에 5개의 탄소성 스프링 요소로 가정하였다. 응력-변형도 관계는 [그림 5]와 같이 bi-linear 형으로 항복 이후에는 강성이 1/100로 작아지는 것으로 설정하여 E_t의 값을 21t/cm^{2}로 하였다.

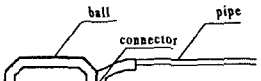


그림 2. 접합부의 실제 형태

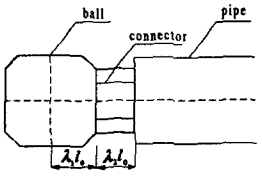


그림 3. 해석모델

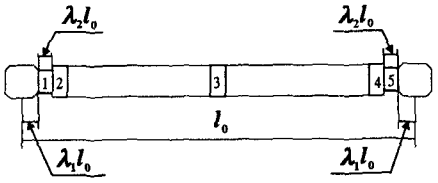


그림 4. 탄소성 스프링 요소

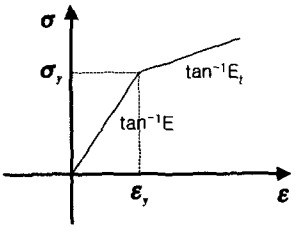


그림 5. 응력-변형도 관계

부재의 항복은 식 (2.1)으로 평가하며, 항복 후에는 [그림 6]의 항복곡면상을 유동하는 것으로 가정한다.

$$Y = \left(\frac{N}{N_p}\right)^2 + \sqrt{\left(\frac{M_y}{M_p}\right)^2 + \left(\frac{M_z}{M_p}\right)^2} = 1 \qquad (2.1)$$

여기에서,

Y : 항복함수

N : 스프링의 축력

N_p : 부재의 항복축력

M_y, M_z : 스프링의 y, z 축 둘레의 휨모멘트

M_p : 부재의 y, z 축 둘레의 전 소성모멘트

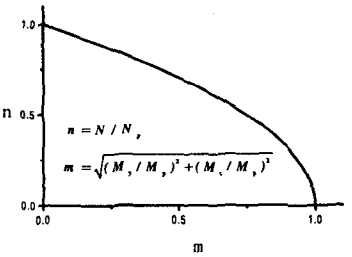


그림 6. 탄소성 요소의 항복곡면

부재 양단 접합부의 회전강성은 y축, z축 모두 동일한 것으로 가정하고 이것을 K_B로 한다.

해석에 있어서는 접합부의 특성을 식 (2.2)와 같이 무차원화 회전스프링상수 x를 이용하여 표현한다. 본 논문에서는 $x = 1, 4, 8, 100$에 대해 해석하였다.

$$x = K_B \frac{l_o}{EI_y} = K_B \frac{l_o}{EI_z} \tag{2.2}$$

여기에서 EI_y는 y축 강관부재의 휨강성, EI_z는 z축 강관부재의 휨강성, l_0는 부재의 길이이다. 접합부 축방향의 스프링강성 K_x는 부재의 신축강성 EA/l_0의 1000배로 설정하여 회전강성에 비하여 대단히 큰 것으로 한다.

본 연구에서는 [그림 4]와 같이 부재의 양단에 컨넥터가 있는 모델로 설정하여 강관부재 및 컨넥터의 단면적을 각각 A_p, A_c 단면 2차 모멘트를 각각 I_p, I_c로 하여 하나의 보부재로 치환하고 이때의 유효 단면적 A_e, 유효 단면 2차 모멘트 I_e로 나타내었다.

$$I_e = \frac{I_p}{(1-2\lambda_1-2\lambda_2)+2\lambda_2 I_p/I_c} \tag{2.3}$$
$$A_e = \frac{A_p}{(1-2\lambda_1-2\lambda_2)+2\lambda_2 A_p/A_c}$$

여기서 λ_1, λ_2는 각각 강역의 무차원화반경, 컨넥터 부분의 무차원화 길이를 나타낸다.

2.2 수치해석 알고리즘

보부재의 강성매트릭스는 좌굴처짐각법을 이용하여 정식화하였고, 해석을 효율적으로 하기 위해 강역, 스프링, 보의 강성을 모두 고려한 단위 부재 강성매트릭스를 구한 후 전체 강성매트릭스로 조합하였다.

해석에서 이용한 수치해석 방법은 Newton-Raphson법을 기초로한 하중증분법이며 불평형력에 대한 수렴판단기준은 식(2.4)와 같고, 허용오차는 $\beta = 0.01$ 으로 하였다.

$$||g|| = (g^T g)^{1/2} < \beta \, ||P_e|| \tag{2.4}$$

여기에서,

g : 불평형력

P_e : 외력

탄소성 해석을 위한 수치해석 알고리즘은 [그림 7]과 같다.

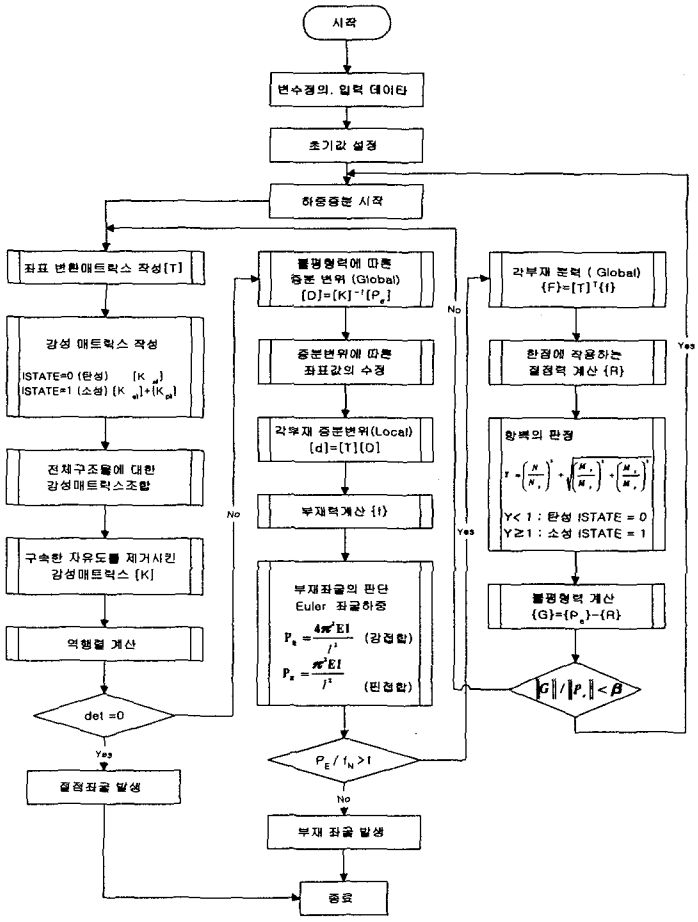
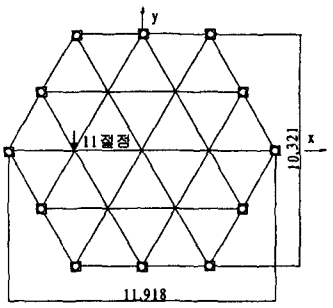


그림 7. 수치해석 알고리즘

3. 탄소성 좌굴해석의 결과및 고찰

3.1 해석모델 1

[그림 8]과 같이 육각형 평면을 갖는 단층 래티스돔의 중앙절점의 부재 반개각은 $\theta=3^{\circ}$ 이고 지지조건은 핀지지이다. 구성부재의 성질은 [표 1]과 같고, 11번 절점에 집중하중을 가한다. 이 모델에서 λ_1, λ_2는 각각 $\lambda_1=0.026$, $\lambda_2=0.0246$ 이다.



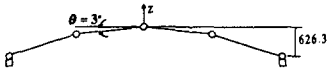


그림 8. 해석 모델 (단위:mm)

표 1. 구성부재의 성질

Young's modulus		E (t/cm^2)	2100
Modulus of strain hardening		E_t (t/cm^2)	21
Yield stress		σ_y (t/cm^2)	3.66
Member length		l_0 (cm)	298.37-300.0
Pipe	Area	A_p (cm^2)	17.07
	Moment of inertia	I_p (cm^2)	357.43
Connector	Area	A_c (cm^2)	13.80
	Moment of inertia	I_c (cm^2)	15.27
K_B	0.2 , 1×10^4, 2×10^4, 1×10^8 (tf · cm/rad)		

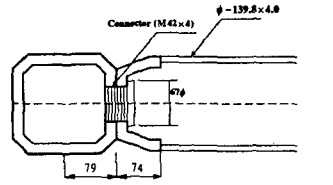


그림 9. 접합부 상세 (단위:mm)

[그림 8]의 모델을 대상으로 탄소성 좌굴해석을 한 결과 $K_B=0.2tf\cdot cm/rad$ 일 때는 기하학적 비선형성에 의한 극한점좌굴에 의해 최대내력이 결정되고, $K_B=1\times10^4$, 2×10^4, $1\times10^8 tf\cdot cm/rad$ 일 때는 부재모델화에서 가정한 스프링이 항복한 후 최대내력에 이르고, [그림 10]과 같이 식 (2.1)에서 가정한 항복곡면상을 K_B의 값이 클수록 축력이 감소하고 모멘트가 커지는 방향으로 이동한다. [그림 11]의 결과와 같이 $K_B=0.2tf\cdot cm/rad$ 일때, $P_{max}=2.88tf$ 로 [그림 12]의 T. UEKI의 해석결과 $P_{max}=2.88tf$과 일치하였으며, $K_B=2\times10^4 tf\cdot cm/rad$ 일 때의 $P_{max}=8.01tf$ 는 T. UEKI의 실측값 $P_{max}=8.33tf$에 근사한 값을 보였고, 그 이외의 회전강성에 대해서도 그림과 같이 비슷한 경향을 보였다.
$K_B=2\times10^4 tf\cdot cm/rad$ 일 때 볼 접합을 시험체로한 실험결과와 거의 일치하는 곡선을 보이는 것에 주목하면 그때의 x는 식 (2.2)에 의해 $x=8$임을 알 수 있다. 따라서 볼 접합으로 된 시스템일 경우, $x=8$로 하면 실제와 거의 비슷한 값을 얻을 수 있을 것으로 판단된다.

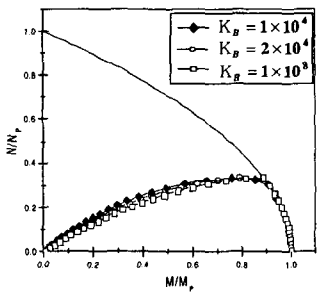


그림 10. 탄소성요소의 항복곡면

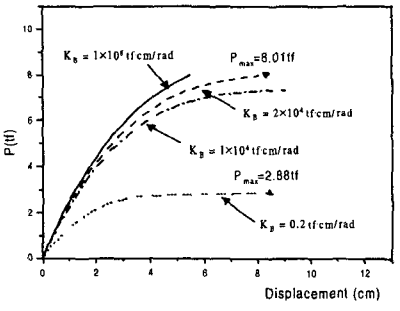


그림 11. 해석결과

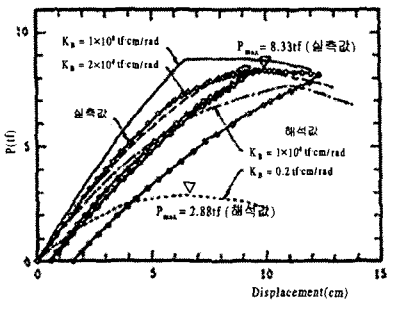


그림12. T. UEKI의실험및 해석결과

3.2 해석모델 2

[표 2]의 부재들로 구성된 [그림14]의 Grid dome을 해석모델로 하여 다음과 같은 조건들을 가정하였으며, 접합부분의 성질에 따라 탄소성 좌굴하중이 어떻게 변화하는지를 분석하기 위해 [그림 3]에서 제시한 강역길이($\lambda_1 l_0$), 접합부의 플림의 영향($\lambda_2 l_0$), 컨넥터의 직경에 따른 탄소성 좌굴하중 변화의 3가지의 경우에 대해 해석을 하였다. 또한, 해석결과 항복한 부분의 컨넥터와 파이프의 단면을 변화시켜 탄소성 좌굴해석을 하였다.

1) 하중조건 : 등분포하중 [그림13]
2) 지지조건 : 핀지지 [그림15]
롤러지지 [그림16]
3) 부재반개각 (θ_0) : 2° ,3°
4) 무차원화 회전스프링상수(x) : 1, 4, 8, 100

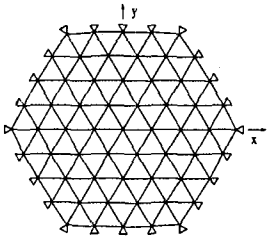


그림 15. 핀지지

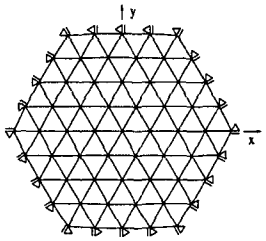


그림 16. 롤러지지

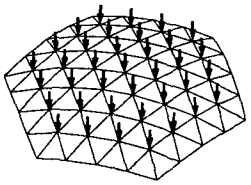


그림 13. 등분포하중

표 2. 구성부재의 성질

Young's modulus			E(t/cm²)	2100	
Modulus of strain hardening			E_t(t/cm²)	21	
Yield stress			σ_y(t/cm²)	2.4	
Member length			l_0(cm)	298.37-300.0	
Pipe	Diameter		Φ(mm)	139.8×0.4	
	Area		A_p (cm²)	17.07	
	Nondimensional radius		(λ_1)	0.01, 0.02, 0.03, 0.04	
Connector	Area	A_c (cm²)	Φ30	7.07	
			Φ35	9.62	
			Φ40	12.56	
			Φ45	15.90	
	Nondimensional length		(λ_2)	0.01, 0.015, 0.02, 0.025, 0.03	
L (m)	2 °	23.69	H (m)	2 °	1.66
	3 °	23.30		3 °	2.47

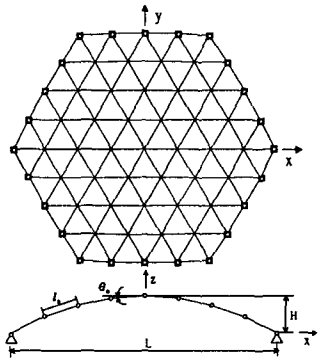


그림 14. Grid Dome

3.2.1 지지조건에 따른 좌굴모드의 변화

핀접합 단층 래티스돔이 기하학적 비선형성에 의한 절점좌굴이 발생하는 것에 반해 반강접합 단층 래티스돔은 부재단부 접합부분의 항복으로 최대 내력에 도달하고, 단일재로서 오일러 좌굴하중에 의한 부재좌굴은 발생하지 않는다. 좌굴모드의 형상은 [그림 17]에서 보는 바와 같이 핀지지인 경우는 육각형 모서리부근에서 딤플좌굴의 형태를 보이고, 외력이 증가함에 따라 단면전체가 항복하여 최대내력에 이른다.

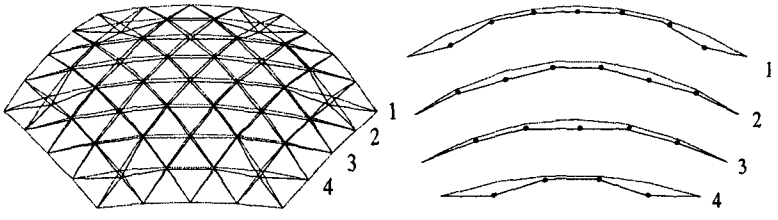


그림 17. 핀지지인 경우의 좌굴모드 (x=8)

롤러지지의 경우, [그림 18]에서와 같이 절점의 변위가 핀지지에 비해 크게 나타나고 지지점의 둘레부분이 전체적으로 좌굴하는 양상을 보였다.

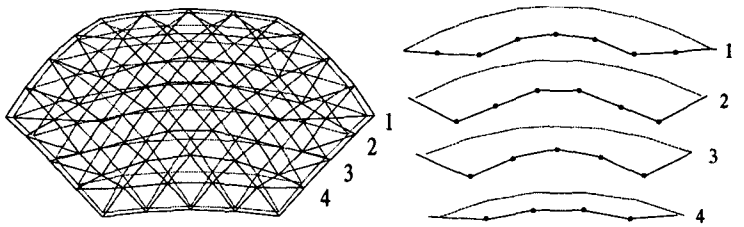


그림 18. 롤러지지인 경우의 좌굴모드 ($x=8$)

3.2.2 접합부의 영향에 따른 탄소성 좌굴하중

1) 강역길이($\lambda_1 l_0$)에 따른 탄소성 좌굴하중의 변화 (컨넥터: $\phi 35, \lambda_2 = 0.01$)

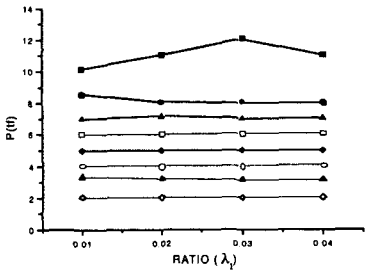


그림 19. 핀지지

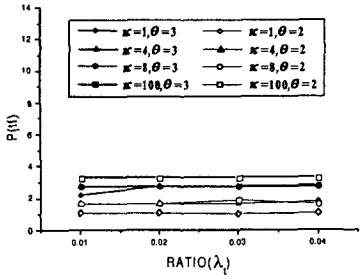


그림 20. 롤러지지

[그림 19]와 [그림 20]에서 보는 바와같이 핀지지일 때, $x=100$인 경우를 제외하고, 핀지지와 롤러지지 모두 강역길이에 대한 영향은 거의 없고, 롤러지지인 경우, 탄소성 좌굴하중의 값은 대체적으로 핀지지의 경우에 비해 낮은 경향을 보인다.

2) 접합부 풀림($\lambda_2 l_0$)의 영향에 따른 탄소성 좌굴하중의 변화 (컨넥터: $\phi 35$, $\lambda_1 = 0.03$)

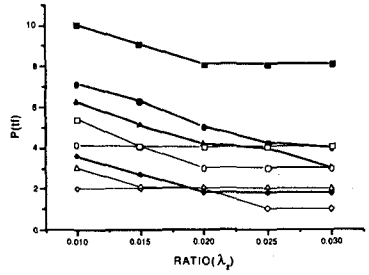


그림 21. 핀지지

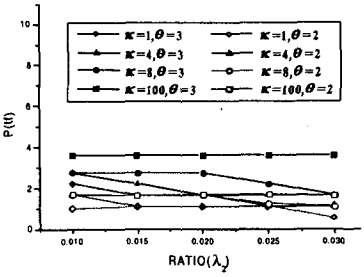


그림 22. 롤러지지

[그림 21]에서와 같이 핀지지인 경우, λ_2의 값이 0.02이전까지는 접합부 풀림의 영향이 크고, 그 이후에는 풀림의 영향에 의한 좌굴하중의 변화가 나타나지 않는다. [그림 22]에서와 같이 롤러지지일 때, 핀지지인 경우에 비해 좌굴하중의 변화는 작지만 λ_2의 값이 0.02보다 작을 때 무차원화 회

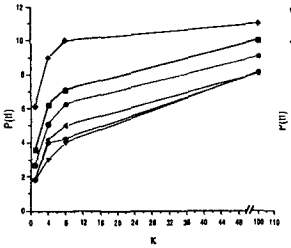


그림 23. 핀지지($\theta=3^\circ$)

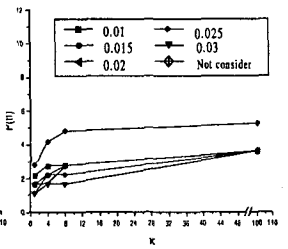


그림 24. 롤러지지($\theta=3^\circ$)

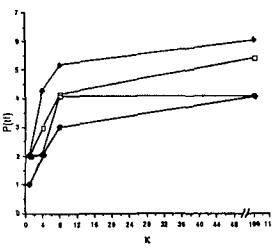


그림 25. 핀지지($\theta=2^\circ$)

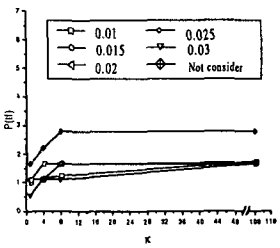


그림 26. 롤러지지($\theta=2^\circ$)

전스프링상수가 4인 경우에만 탄소성 좌굴하중이 감소하는 경향을 보이고 λ_2의 값이 0.02보다 클 때는 회전스프링상수가 8일 경우에만 탄소성 좌굴하중이 감소하는 경향을 보인다. [그림 23]에서 [그림 26]은 풀림의 영향을 고려하지 않은 경우와 풀림의 영향을 고려한 경우의 비교결과이다.

3) 컨넥터의 직경에 따른 탄소성 좌굴하중의 변화 ($\lambda_1 = 0.03$, $\lambda_2 = 0.01$)

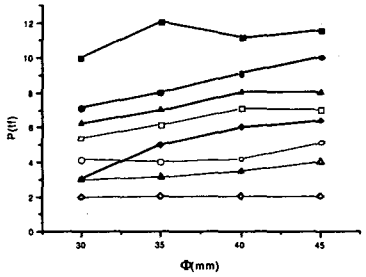


그림 27. 핀지지

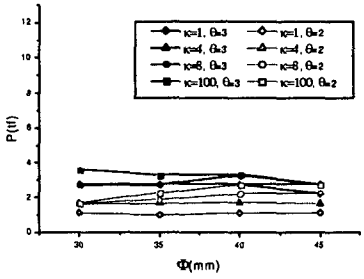


그림 28. 롤러지지

[그림 27]에서 보는 바와 같이 핀지지인 경우에는 접합부의 직경이 클수록 좌굴하중값이 높았고, $\theta = 2°$ 인 경우보다 $\theta = 3°$ 인 경우, 변화가 급격하게 나타났으며, [그림 28]의 롤러지지일 때, $x = 100$인 경우를 제외하면 약간 증가하는 경향을 보이지만 접합부의 반경에 따른 영향은 그다지 크지 않은 것으로 판단된다.

3.2.3 항복한 부분의 단면 변화에 따른 탄소성 좌굴해석

볼 접합 단층 래티스돔은 접합부분에서 항복이 일어나서 좌굴하는 경우가 대부분이다. 따라서 탄소성 해석결과 최대하중시에 항복한 부분의 강성을 증가시키면 좌굴내력을 증가시킬 수 있을 것으로 판단된다. 본 절에서는 항복한 부분의 파이프와 컨넥터의 단면을 변화시켜 탄소성 좌굴해석을 수행하여 그 결과를 분석하였다. 해석모델의 구성부재는 위와 동일하며, 무차원화 회전스프링상수 x는 8, 강역길이는 0.03, 접합부 풀림의 영향은 거의 없는 것으로 가정하여 λ_2는 0.01로 하였다. 해석조건은 다음과 같다.

1) pipe Φ13.98×4.0 , connector Φ35 [그림29]
2) 1)해석결과 최대하중시 항복한 부분의 connector Φ40 [그림30]
3) 1)해석결과 최대하중시 항복한 부분의 pipe Φ22.72×4.5 [그림31]
4) 1)해석결과 최대하중시 항복한 부분의 pipe Φ22.72×4.5, connector Φ40 [그림32]

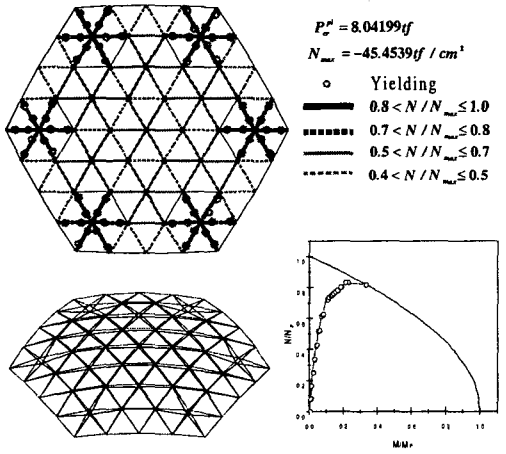


그림 29. 1)경우의 해석결과

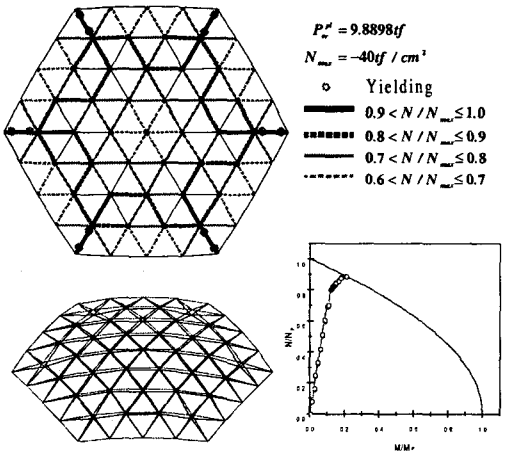


그림 30. 2)의 경우의 해석결과

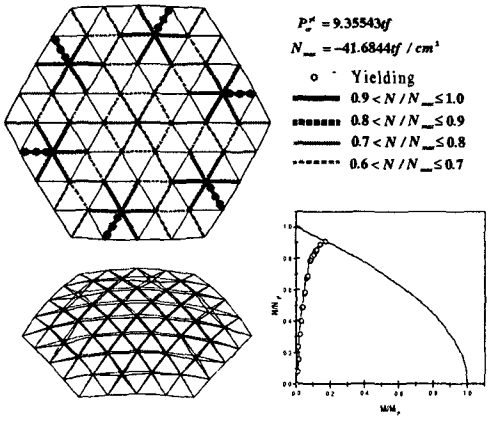


그림 31. 3)인 경우의 해석결과

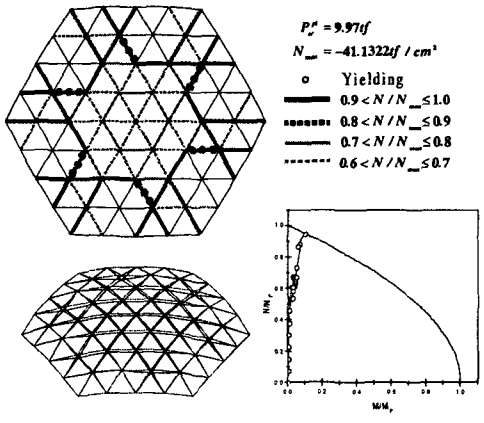


그림 32. 4)인 경우의 해석결과

해석결과 축력이 최대인 부분에서 주로 항복이 발생하였으며, 항복한 절점 부근의 파이프와 컨넥터 단면을 크게 하면 약 20%정도의 내력상승효과를 얻을 수 있었다.

5. 결론

본 논문에서는 핀접합과 강접합의 중간적 성질을 갖는 볼 접합 단층 래티스돔의 대상으로, 접합부를 고려한 탄소성 해석을 하였다. 해석결과를 요약하면 다음과 같다.

1) 접합부의 영향을 고려하여 해석한 결과 핀지지와 롤러지지 모두 강역길이에 따른 탄소성 좌굴하중의 변화는 거의 없으며, 접합부의 풀림의 영향에 대해서는 핀지지인 경우, λ_2의 값이 0.02이하일 때 변화의 폭이 크고, 롤러지지일 때는 핀지지에 비해 변화의 폭이 크지 않았다. 직경의 변화에 따른 영향은 핀지지인 경우, 직경이 클수록 좌굴하중이 크게 나타났고, 롤러지지일 때는 탄소성 좌굴하중의 변화가 거의 없었다.

2) 접합부의 조건을 변화시켜 해석한 결과 탄소성 좌굴하중은 부재모델에서 가정한 스프링의 항복에 의해 최대 내력에 도달하므로 먼저 항복이 일어난 부분의 접합부분의 강성을 증가시키면 내력상승의 효과를 얻을 수 있는 것을 알 수 있었다.

3) 4.4절의 해석결과, 항복한 부분의 파이프의 단면을 증가시킨 것보다 접합부의 단면을 증가시켰을 때의 탄소성 좌굴하중이 더 높게 나타나는 것으로 보아 탄소성 좌굴하중은 접합부의 성질에 크게 영향을 받는 것으로 판단된다.

참고문헌

1. 鈴木敏郎,小河利行,久保寺 勳, 五十嵐規矩夫,"ボール接合單層ラチスドームの座屈實驗及び彈塑性座屈解析" 日本建築學會構造系論文報告集, No.444, pp.53-62, 1993. 2.
2. 坂 壽二,日置興一郎, "ねじみ込接合で組み立てた立体トラスの座屈擧動, 日本建築學會構造系論文報告集 第331号, pp.1-9, 昭和58年9月
3. 植木隆司,向山洋一,庄村昌明,加藤史郎, "單層ラチスドームの載荷試驗おとび彈塑性座屈解析", 日本建築學會構造系論文報告集, No.421, pp.117-128, 1991.3.
4. 한상을, 이상주, " 단위부재 모델화에 따른 단층 래티스 돔의 탄소성 좌굴하중의 산정에 관한 연구" 한국전산구조공학회, 제11권 제2집, 21호, pp.290~297, 1998