

신뢰도지수와 목표성능치에 기반한 확률론적 구조설계 최적화기법에 대한 비교연구

A Comparative Study on Reliability Index and Target Performance Measure Based Probabilistic Structural Design Optimizations

양 영 순* 이 재 옥**
Yang, Young-Soon Lee, Jae-Ohk

ABSTRACT

Probabilistic structural design optimization, which is characterized by the so-called probabilistic constraints which introduce permissible probability of violation, is preferred to deterministic design optimization since unpredictable inherent uncertainties and randomness in structural and environmental properties are to be taken quantitatively into account by probabilistic design optimization. In this paper, the well-known reliability index based MPFP(Most Probable Failure Point) search approach and the newly introduced target performance measure based MPTP(Minimum Performance Target Point) search approach are summarized and compared. The present comparison focuses on the number of iterations required for the estimation of probabilistic constraints and a technique for improvement which removes exhaustive iterations is presented as well. A 10 bar truss problem is examined for this.

1. 서 론

구조 신뢰성공학은 현실 세계에서 구조물이 받는 하중의 임의성(randomness)이나 불확실성(uncertainty), 그리고 구조물 자체의 역학적·기하학적 특성치에서 확인되는 변동성(variation)을 고려하여 확률론적 관점에서 구조물의 안전성을 평가할 수 있는 방법론을 제공한다. Monte-Carlo 추출법이나 중요도 추출법 등의 추출법을 이용한 파괴확률의 직접적인 산정이나 개선된 일계이차모멘트법(Advanced First-Order Second-Moment method; AFOSM)이나 이계이차모멘트법(Second-Order Second-Moment method; SOSM) 등을 이용한 신뢰도지수(reliability index)의 산정은 이와 같은 확률론적 구조 안전성 해석을 위한 대표적인 방법론이라고 할 수 있다.⁽¹⁾ 특히 최근 이들 구조 신뢰성공학의 방법론은 응답면 기법(Response Surface Method; RSM)과 연계되어 개발되면서 불확실성과 변동성의 고려라는 개념적인 합리성과 계산상의 효율성을 동시에 추구하며 그 적용범위를 점차 확장하고 있다.⁽²⁾

식 (1)로 표현할 수 있는 기존의 일반적인 확률론적 구조설계 최적화와는 달리

$$\begin{aligned} \text{find } \mathbf{d}, \quad & \text{which minimizes } f(\mathbf{d}) \\ \text{subjected to } & g_i(\mathbf{d}) \geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, p) \end{aligned} \quad (1)$$

* 정회원 · 서울대학교 조선해양공학과 교수

** 서울대학교 조선해양공학과 박사과정

확률론적 구조설계 최적화는 식 (2)에서와 같이 설계변수 \mathbf{d} 와는 별도로 불확실성을 모형화한 확률변수 \mathbf{x} 를 고려하여 식 (1)의 확정론적 구속조건의 위배확률을 허용 위배확률 P_i 이하로 제한하는 확률론적 구속조건(probabilistic constraint)을 갖는 최적화 문제로 표현된다.

$$\begin{aligned} \text{find } \mathbf{d}, \quad & \text{which minimizes } f(\mathbf{d}) \\ \text{subjected to } & P[g_i(\mathbf{d}, \mathbf{x}) \leq 0] \leq P_i \quad (i = 1, 2, \dots, p) \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 확률론적 구속조건은 앞에서 언급한 추출법이나 모멘트법을 이용하여 만족여부를 판별할 수 있는데, 충분한 회수의 한계상태식 평가가 요구되는 추출법은 계산상의 시간비용 측면에서나 최적점에서의 효율적인 탐색을 위한 설계변수의 갱신을 위한 민감도의 산정 측면에서 모두 불리하다.

따라서 지금까지의 연구에서는 일반적으로 모멘트법을 이용하여 신뢰도지수를 계산하고 이를 목표 신뢰도지수와 비교하여 확률론적 구속조건의 만족여부를 판별하고 설계변수에 대한 신뢰도지수의 민감도를 이용하는 방법이 선호되고 있다.⁽³⁾⁻⁽⁷⁾ 한편 최근에 신뢰도지수를 이용한 확률론적 구속조건의 평가를 위한 정식화를 역으로 적용하여 목표성능치(target performance measure)를 산정하고 그 값과 설계변수에 대한 민감도를 이용하는 방법론이 새롭게 제시된 바 있다.⁽⁸⁾

본 논문에서는 확률론적 구조설계 최적화를 위해 지금까지 일반적으로 이용되어온 신뢰도지수에 기반한 접근법과 최근에 새롭게 소개된 바 있는 목표성능치에 기반한 접근법의 두 가지 접근법의 개념과 정식화 과정을 정리하였다. 또한 각 접근법에서 신뢰도지수 및 목표성능치를 계산하는 과정에서 발생할 수 있는 소모적인 반복계산(iteration)을 제거하여 계산효율을 개선하도록 하였으며, 최적화의 각 단계에서 갱신되는 설계점에 따라 신뢰도지수 및 목표성능치의 산정을 위해 필요한 반복계산의 회수를 중심으로 하여 두 가지 접근법의 장단점을 비교하였다. 그리고, 10요소 트러스 구조물의 최적화 문제에 두 가지 접근법을 적용하여 그 결과를 검토하였다.

2. 신뢰도지수를 이용한 접근법

식 (2)의 확률론적 구속조건의 평가를 위하여 신뢰도지수를 이용하면 확률론적 구조설계 최적화는 다음의 식 (3)과 같이 표현할 수 있으며,

$$\begin{aligned} \text{find } \mathbf{d}, \quad & \text{which minimizes } f(\mathbf{d}) \\ \text{subjected to } & \beta_i(\mathbf{d}) \geq \beta_{i,target} \quad (i = 1, 2, \dots, p) \end{aligned} \quad (3)$$

최적점에 도달하기까지 설계변수 \mathbf{d} 와 확률변수 \mathbf{x} 의 함수로 주어지는 한계상태식 $g_i(\mathbf{d}, \mathbf{x}) = 0$ 에 대한 신뢰도지수를 산정하기 위해서는 일반적으로 다음 절에 정식화가 소개된 개선된 일계이차모멘트법(AFOSM)이 이용된다. 특히 이 경우에 전체적인 최적화 과정은 최적점에 도달하기까지 설계변수가 갱신되는 외부적인 반복계산 과정이 있고 각 설계점마다 다시 신뢰도지수를 산정하기 위해 확률변수가 갱신되는 내부적인 반복계산 과정이 포함된다.

2.1. 신뢰도지수의 산정

평균이 μ 이고 표준편차가 σ 인 정규분포 확률변수 X 는 식 (4)에 의해

$$U = (X - \mu) / \sigma \quad (4)$$

평균이 0이고 표준편차가 1인 표준정규분포 확률변수 U 로 변환할 수 있으며, 비상관(uncorrelated) 표준정규분포 확률변수 공간에서 한계상태식이 선형일 때 신뢰도지수 β 는 원점으로부터 가장 가까이에 위치한 한

계상태식 상의 점까지의 거리와 같고 파괴확률과는 식 (5)의 관계가 있다.¹⁾

$$P_f = \Phi(-\beta) = 1 - \Phi(\beta) \quad (5)$$

$$\text{, where } \Phi(\beta) = \int_{-\infty}^{\beta} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} u^2\right) du$$

따라서 신뢰도지수를 산정하는 과정은 다음의 식 (5)와 같이 확률변수 공간에서 정의되는 새로운 최적화 문제로 정식화할 수 있는데,

$$\text{find } \mathbf{u}, \quad \text{which minimizes } \beta = |\mathbf{u}| = \sqrt{\mathbf{u}^T \mathbf{u}} \quad (6)$$

$$\text{subjected to } g(\mathbf{u}) = 0,$$

한계상태식을 일차항까지 Taylor 전개하여 선형 근사하고 Lagrangian multiplier를 이용하면 반복계산을 위한 새로운 확률변수 벡터는

$$\mathbf{u}^{(k+1)} = \frac{\mathbf{G}_{\mathbf{u}^{(k)}}^T \mathbf{u}^{(k)} - g(\mathbf{u}^{(k)})}{\mathbf{G}_{\mathbf{u}^{(k)}}^T \mathbf{G}_{\mathbf{u}^{(k)}}} \mathbf{G}_{\mathbf{u}^{(k)}} \quad (7)$$

$$\text{, where } \mathbf{G}_{\mathbf{u}} = \left\{ \frac{\partial g}{\partial u_1}, \frac{\partial g}{\partial u_2}, \dots, \frac{\partial g}{\partial u_n} \right\}^T = \left\{ \sigma_1 \frac{\partial g}{\partial x_1}, \sigma_2 \frac{\partial g}{\partial u_2}, \dots, \sigma_n \frac{\partial g}{\partial u_n} \right\}^T$$

로 쉽게 유도할 수 있으며 시작점으로는 일반적으로 평균점이 주로 이용된다.

이러한 방법론은 한계상태식의 일차항까지만을 고려하고 확률변수의 통계적 정보는 이차 모멘트인 표준편차까지만을 고려하므로 일계이차모멘트법이라고 한다. 그리고, 식 (6)의 최적점 \mathbf{u}^* 은 한계상태식의 값이 0인 파괴면(failure surface) 상의 점들 중 원점으로부터의 거리가 가장 가까워 발현빈도가 가장 높은 점이므로 Most Probable Failure Point(MPFP)라고 한다.

2.2. 설계변수에 대한 신뢰도지수의 민감도

FDM(Feasible Direction Method)이나 SLP(Sequential Linear Programming), SQP(Sequential Quadratic Programming) 등과 같은 많은 최적화 해법에서는 효과적인 최적점 탐색방향의 결정을 위해 설계변수에 대한 구속조건의 미분계수가 이용되며, 식 (3)과 같이 정식화된 확률론적 최적화 문제에서는 설계변수에 대한 신뢰도지수의 민감도가 필요하다. Kwak 등은 최적화 문제의 이론적인 정식화 과정에서부터, Bjerager 등은 신뢰도지수와 확률변수 공간에서의 수학적 접근으로부터 설계변수에 대한 신뢰도지수의 민감도를 다음과 같이 유도됨을 확인하였다.^{(9),(10)}

$$d\beta / dd = \mathbf{G}_d / \sqrt{\mathbf{G}_{\mathbf{u}^*}^T \mathbf{G}_{\mathbf{u}^*}} \quad (8)$$

한편 설계변수가 확률변수의 평균(μ_i)이나 표준편차(σ_i)인 경우에는 원점으로부터 MPFP인 \mathbf{u}^* 까지의 거리로 정의되는 신뢰도지수의 정의로부터 직접 민감도를 얻을 수도 있는데,

$$\frac{\partial \beta}{\partial \mu_i} = \frac{\partial}{\partial \mu_i} \sqrt{\mathbf{u}^T \mathbf{u}} = -\frac{u_i}{\beta \sigma_i}, \quad \frac{\partial \beta}{\partial \sigma_i} = \frac{\partial}{\partial \sigma_i} \sqrt{\mathbf{u}^T \mathbf{u}} = -\frac{u_i^2}{\beta \sigma_i} \quad (9)$$

두 식에 의한 민감도가 동일함은 쉽게 증명되며 특히 식 (9)는 MPFP에서 한계상태식의 미분계수를 계산하지 않고도 설계변수에 대한 신뢰도지수의 민감도를 얻을 수 있는 장점이 있다.

3. 목표성능치를 이용한 접근법

신뢰도지수를 이용한 확률론적 구속조건의 평가는 각 설계점에서 확률변수를 고려하여 신뢰도지수를 계산

하고 이를 목표 신뢰도지수와 비교하는 것이 핵심이다. 이 때 신뢰도지수가 계산되는 MPFP에서의 한계상태식의 값은 항상 0이며 일반적으로 한계상태식은 그 값이 0보다 작은 경우를 파괴라고 약속된다.

목표성능치를 이용한 접근법은 이러한 신뢰도지수를 이용한 접근법을 역으로 적용한 방법이라고 할 수 있다.⁸⁾ 즉 먼저 식 (6)에서와 같이 한계상태식의 값이 0이 되면서 원점으로부터의 거리가 최소인 점이 아니라 원점으로부터 목표 신뢰도지수만큼의 거리에 있는 점들 중에서 한계상태식의 최소값 a_{target} 를 얻는다. 한계상태식은 흔히 성능함수(performance function)라고도 하므로 a_{target} 를 목표성능치라고 할 때, 그 값이 양수이면 다른 점에서의 한계상태식도 양수이므로 목표 신뢰도지수 이상의 안전성을 갖는다고 할 수 있으며 반대로 음수로 파괴가 발생했다면 목표 신뢰도지수만큼의 안전성에 미달하는 구조물이라고 할 수 있다.

따라서 목표성능치를 이용한 확률론적 최적화는 목표성능치 a_{target} 의 부호에 의해 확률론적 구속조건이 평가되므로 다음과 같이 정식화할 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{find } \mathbf{d}, \quad & \text{which minimizes } f(\mathbf{d}) \\ & \text{subjected to } a_{i,target}(\mathbf{d}) \geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, p) \end{aligned} \quad (10)$$

3.1. 목표성능치의 산정

목표성능치 a_{target} 은 원점으로부터의 거리가 목표 신뢰도지수 β_{target} 와 같은 점들 중 한계상태식의 최소값이므로 MPFP의 탐색을 위한 식 (6)의 신뢰도지수의 산정을 위한 최적화 문제에서 목적함수와 등가구속조건이 자리바꿈한 식 (11)의 최적화 문제로 정식화할 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{find } \mathbf{u}, \quad & \text{which minimizes } a_{target} = g(\mathbf{u}) \\ & \text{subjected to } \beta = |\mathbf{u}| = \sqrt{\mathbf{u}^T \mathbf{u}} = \beta_{target} \end{aligned} \quad (11)$$

식 (11)의 최적점 \mathbf{u}^* 는 표준정규분포 확률변수의 공간에서 원점으로부터의 거리가 β_{target} 인 목표점 중 성능(performance)이 최소인 점이므로 Minimum Performance Target Point(MPTP)라고 하며 다음의 식 (12)를 이용한 반복계산으로부터 얻을 수 있다.

$$\mathbf{u}^{(k+1)} = -\beta_{target} \frac{\mathbf{G}_{\mathbf{u}^{(k)}}}{\sqrt{\mathbf{G}_{\mathbf{u}^{(k)}}^T \mathbf{G}_{\mathbf{u}^{(k)}}}} \quad (12)$$

그리고, MPFP의 위치를 예측할 수 없어 평균점을 탐색의 초기점으로 이용하는 신뢰도지수의 산정에서와는 달리, MPTP의 경우는 다음과 같이 MPTP로 예상되는 점을 탐색의 초기점으로 이용할 수 있다.

$$x_i^{(0)} = \begin{cases} \mu_i - \frac{\beta_{target}}{\sqrt{n}} \sigma_i & \text{if } \frac{\partial g}{\partial x_i} |_{\mu} > 0 \\ \mu_i + \frac{\beta_{target}}{\sqrt{n}} \sigma_i & \text{if } \frac{\partial g}{\partial x_i} |_{\mu} < 0 \end{cases} \quad (13)$$

3.2. 설계변수에 대한 목표성능치의 민감도

목표성능치는 바로 한계상태식의 값이므로 식 (8)이나 식 (9)의 신뢰도지수 민감도보다 훨씬 간단하게 설계변수에 대한 한계상태식의 미분계수 벡터로부터 목표성능치의 민감도를 얻을 수 있는데,

$$d a_{target} / d \mathbf{d} = \mathbf{G}_d = dg / d \mathbf{d} \quad (14)$$

이는 신뢰도지수의 경우와는 달리 한계상태식이 선형일 경우 식 (10)의 목표성능치에 의해 표현된 확률론적 구속조건도 선형성을 유지한다는 것을 의미한다.

4. 소모적 반복계산 제거에 의한 개선

확률론적 구속조건의 평가를 위해 신뢰도지수나 목표성능치를 이용하는 방법은 모두 설계변수의 최적화를 위한 반복계산 과정에 내부적으로 확률변수 공간에서 MPFP나 MPTP를 탐색하기 위한 내부적인 반복계산 과정이 포함된다. 따라서 각 설계점에서 수행되는 내부 최적화 과정에서 수행되는 반복계산의 회수를 감소시켜 수렴속도를 향상시키고 탐색에 실패하는 경우를 제거하는 개선은 확률론적 최적화의 효율적이고 자동화된 일괄수행을 위해 중요한 사항이다. Figure 1에 MPFP나 MPTP를 탐색하는 과정에서 발생할 수 있는 소모적인 반복계산 과정이나 오히려 발산하는 탐색과정을 예를 보였는데, 본 연구에서는 이러한 불필요한 반복계산을 제거하여 확률론적 구속조건의 평가를 위한 계산비용을 개선하였다.

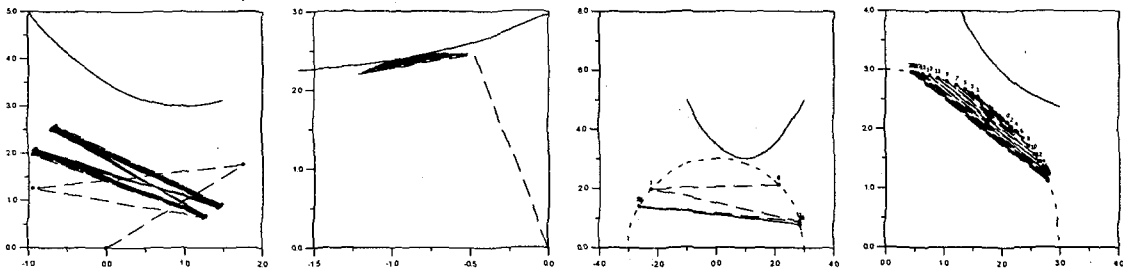


Figure 1. Examples of Exhaustive or Divergent Iterations for the MPFP & the MPTP Searches

이를 위해 MPFP나 MPTP의 탐색과정에서 연속적으로 얻어지는 세 점 $\mathbf{u}^{(k-1)}$, $\mathbf{u}^{(k)}$, $\mathbf{u}^{(k+1)}$ 이

$$\frac{\mathbf{u}^{(k-1)T} \mathbf{u}^{(k+1)}}{|\mathbf{u}^{(k-1)}| |\mathbf{u}^{(k+1)}|} > \frac{\mathbf{u}^{(k)T} \mathbf{u}^{(k+1)}}{|\mathbf{u}^{(k)}| |\mathbf{u}^{(k+1)}|} \quad (15)$$

을 만족하면 소모적이거나 발산하는 반복과정일 수 있으므로 $\mathbf{u}^{(k+1)}$ 대신

$$\mathbf{u}^{new} = \beta^{new} \frac{\mathbf{u}^{(k-1)} + \mathbf{u}^{(k)}}{|\mathbf{u}^{(k-1)} + \mathbf{u}^{(k)}|} \quad (16)$$

를 이용하여 다음 반복계산을 수행하는데, 여기서 β^{new} 는 다음과 같다.

$$\beta^{new} = \begin{cases} \frac{\beta^{(k)} g(\mathbf{u}^{(k-1)}) - \beta^{(k-1)} g(\mathbf{u}^{(k)})}{g(\mathbf{u}^{(k-1)}) - g(\mathbf{u}^{(k)})} & \text{for the MPFP search} \\ \beta_{target} & \text{for the MPTP search} \end{cases} \quad (17)$$

Figure 2에서는 Figure 1의 각 탐색과정이 식 (16)을 이용하여 개선된 결과를 확인할 수 있다.

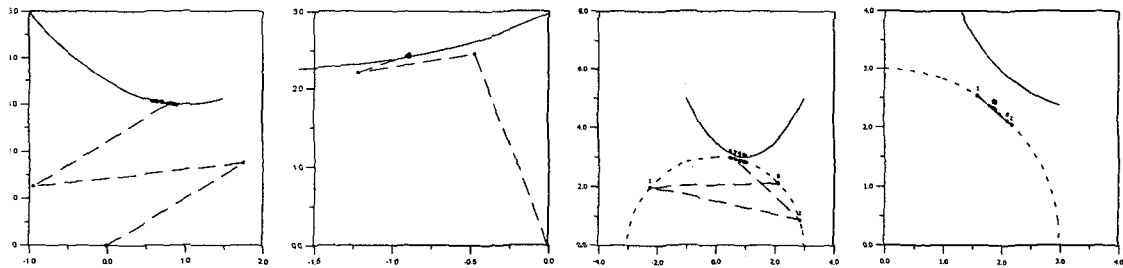


Figure 2. Examples of Improved Iterations for the MPFP & the MPTP Searches

5. 두 가지 접근법의 비교

확률론적 구속조건의 평가를 위한 신뢰도지수와 목표성능치를 이용한 두 접근법은 각각 식 (6)과 식 (11)에서와 같이 서로 목적함수와 등가 구속조건을 교환하고 있는 새로운 최적화 과정이다.

두 접근법에서 MPFP와 MPTP를 탐색하는 개략적인 과정을 Figure 3에 보였다. MPFP 탐색의 시작점은 평균점, 즉 원점이 이용되며 MPTP 탐색에서는 식 (13)으로 제안된 MPTP로 추정되는 점을 이용할 수 있다. 일반적인 구조설계에서는 목표 신뢰도지수가 3.0에서 6.0의 범위에서 결정되며 탐색도 MPTP로 추정되는 점에서 출발하므로 MPTP 탐색의 경우에는 반복계산의 회수가 비교적 일정하다. 반면 MPFP 탐색은 시작점이

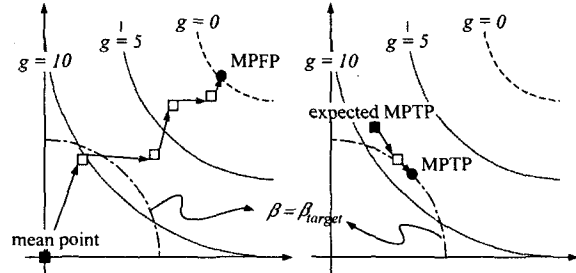


Figure 3. Searches for the MPFP & the MPTP

원점이므로 MPFP까지의 거리인 신뢰도지수가 클수록 많은 반복계산이 필요하며 비정규분포 확률분포가 포함되거나 한계상태식의 비선형성이 심할수록 반복계산 회수는 증가한다.

따라서 확률론적 최적화 과정에서 설계점이 최적점으로 이동할 때 MPTP 탐색법에서의 반복계산 회수는 비교적 일정한 반면 MPFP 탐색법에서의 반복계산 회수는 신뢰도지수의 값에 따라 변한다. 특히 안정적인 수치계산을 위해 많은 구조설계 최적화의 시작점으로 모든 구속조건을 만족하는, 즉 신뢰도지수가 목표 신뢰도지수보다 충분히 큰 점을 이용하는데 이 경우 MPFP 탐색법은 MPTP 탐색법보다 비교적 많은 반복계산이 필요하다. 또한 신뢰도지수가 큰 설계점에서는 비정규분포 확률변수의 경우 과도하게 큰 한계상태식의 값에 의해 식 (7)로부터 얻은 표준정규분포 확률변수의 값을 Rackwitz-Fiessler 변환법 등을 이용하여 원래 확률변수의 값으로 변환하지 못 하는 수치계산 상의 문제도 발생한다.

이상을 종합할 때 Figure 4에서와 같이 신뢰도지수가 목표 신뢰도지수보다 작을 경우는 신뢰도지수에 기반한 MPFP 탐색법을, 그 반대의 경우는 목표성능치에 기반한 MPTP 탐색법을 이용하는 것이 효율적인 확률론적 구속조건의 평가라는 기준에서는 유리하다고 할 수 있다. 그러나, 신뢰도지수의 값을 미리 알 수는 없으므로

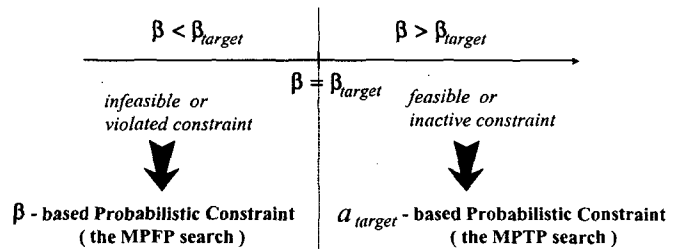


Figure 4. Recommendation According to Reliability Index

설계점에 무관하게 반복계산 회수가 비교적 일정한 MPTP 탐색법을 이용하면 확률론적 구속조건의 평가를 위해 과도한 반복계산을 하게 되는 것을 피할 수 있다.

한편 목표성능치의 민감도는 한계상태식의 미분계수와 동일하므로 한계상태식이 선형이면 MPTP 탐색법에 의한 확률론적 구속조건의 민감도 역시 선형인 특징이 있다. 그러나, 신뢰도지수와 목표성능치를 이용한 각각의 경우 설계변수 공간에서 그려지는 확률론적 구속조건의 형세(contour)는 전혀 다르므로 효율적인 확률론적 구속조건 평가가 확률론적 최적화 과정 전체의 효율로 연결될 수 없다는 점에 유의할 필요가 있다.

6. 계산 예

신뢰도지수와 목표성능치에 의해 두 가지 확률론적 구속조건 평가법을 이용하여 Figure 5에 보인 바와 같

은 10요소 트러스 구조물의 확률론적 최적화를 수행하였다.⁽⁴⁾ 설계변수는 각 요소의 단면적(A_i)의 평균이고 목적함수는 비중이 0.1 lb/in^3 일 때 전체 구조물의 중량이며 모든 요소의 단면적이 0.1 in^2 이상이어야 한다는 10개의 확정론적 구속조건과 2번 절점에서의 처짐이 2.0 in 를 넘을 확률이 0.001 이하이도록 확률론적 구속조건을 설정하였다.

확률변수로는 각 요소의 단면적과 평균이 각각 $10^7 psi$, $10^5 lb/in$ 탄성계수(E)와 하중(P)를 포함하여 12개가 고려되었으며 모두 변동계수가 0.05

인 정규분포로 가정하였다. FDM(Feasible Direction Method)을 이용하여 최적화를 수행하고 시작점은 확정론적 최적화에서 얻어진 최적점을 이용하였는데 확정론적 최적점에서 확률론적 구속조건을 위반확률은 0.5이므로 허용 위반확률 0.001을 만족하기 위해서는 단면적의 재배치를 통한 최적화가 다시 수행되어야 한다.

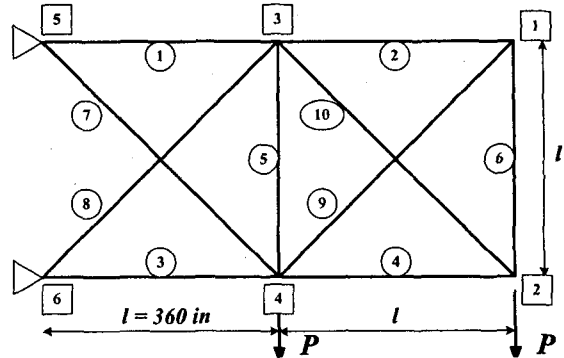


Figure 5. 10 Bar Truss Problem

Table 1. Optimum by Deterministic Optimization and β or a_{target} Based Probabilistic Optimizations

	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9	A_{10}	f^*
det.	31.379	0.1010	21.485	15.456	0.1010	0.1010	2.8382	22.565	21.859	0.1010	4881.74
β	36.106	0.1016	26.123	19.857	0.1025	0.1016	7.6690	28.761	28.122	0.1000	6257.62
a_{target}	36.704	0.1003	26.448	19.746	0.1030	0.1003	5.1477	28.773	28.209	0.1000	6163.42

확정론적 최적화 및 신뢰도지수와 목표성능치를 이용하여 구속조건을 평가한 확률론적 최적화에 의해 얻어진 최적해를 Table 1에 정리하였으며, 식 (16)을 이용한 반복계산 회수의 감소를 확인하기 위해 식 (16)의 적용여부에 따라 FDM에 의한 반복계산마다 목적함수의 값, 신뢰도지수와 목표성능치의 값과 이들 두 값의 산정을 위해 필요한 내부적인 최적화에서의 반복계산 회수를 Table 2에 정리하였다.

Table 2. Iteration History of Probabilistic Optimization by FDM for The 10 Bar Truss Problem

iter. no.	β -based		β -based + Eq. (16)		a_{target} -based		a_{target} -based + Eq. (16)	
	f^*	β	f^*	β	f^*	a_{target}	f^*	a_{target}
0	4881.74	0.00000 (1)	4881.74	0.00000 (1)	4881.74	-0.522061 (4)	4881.74	-0.522061 (4)
1	6351.08	3.09009 (7)	6351.08	3.09009 (6)	6323.16	-1.55E-5 (4)	6323.16	-1.55E-5 (4)
2	6332.93	3.09365 (6)	6332.92	3.09367 (5)	6319.38	+3.96E-4 (4)	6319.38	+3.96E-4 (4)
3	6326.60	3.09597 (5)	6326.60	3.09601 (5)	6318.30	+4.41E-4 (5)	6318.30	+4.41E-4 (5)
4	6324.60	3.09670 (5)	6324.62	3.09672 (6)	6209.67	+3.81E-7 (5)	6209.67	+3.81E-7 (5)
5	6321.14	3.09029 (7)	6321.13	3.09027 (5)	6208.68	+1.02E-4 (4)	6208.68	+1.03E-4 (4)
6	6260.81	3.09024 (5)	6258.08	3.09023 (5)	6206.88	+2.61E-4 (6)	6206.88	+2.62E-4 (5)
7	6260.35	3.09030 (6)	6257.62	3.09030 (4)	6203.70	+4.58E-4 (4)	6203.74	+4.56E-4 (5)
8					6164.97	+8.15E-9 (8)	6164.18	+2.00E-7 (5)
9					6164.20	+8.13E-5 (7)	6163.42	+8.02E-5 (5)

앞에서 이미 언급한 바와 같이 신뢰도지수와 목표성능치에 의해 표현되는 확률론적 구속조건은 설계변수 공간에서 전혀 다른 형세(contour)를 그리므로 동일한 수렴조건을 적용하였지만 두 접근법에서 FDM에 의한 반복계산 회수도 다르며 최적값도 약간의 차이를 보인다. 그리고, 전체적으로 식 (16)을 적용하여 신뢰도지수나 목표성능치를 계산하기 위한 반복계산의 회수를 다소 감소시킬 수 있었으나 Figure 1과 Figure 2에서와 같은 확연한 감소는 보이지 않았다.

7. 결 론

본 논문에서는 구조물이 받게 되는 하중환경이나 구조물 자체의 역학적·기하학적 특성치에서 확인되는 임의성과 불확실성, 변동성을 확률변수로 모형화하여 고려할 수 있는 확률론적 구조설계 최적화 문제를 확률론적 구속조건을 평가하기 위한 접근법을 중심으로 살펴보았다.

확률론적 구속조건의 평가를 위한 방법론으로 기존의 신뢰도지수에 기반한 MPFP 탐색법을 이용하는 접근법과 최근에 새롭게 소개된 목표성능치에 기반한 MPTP 탐색법을 함께 정식화하고 각 방법의 특성과 장단점을 비교하였다. 그리고, MPFP나 MPTP의 탐색과정에서 발생할 수 있는 무의미하고 소모적이거나 발산하는 반복계산을 제거하도록 하여 확률론적 구속조건 평가의 효율성을 개선할 수 있도록 하였다.

두 가지 접근법을 이용한 확률론적 최적화 기법을 10요소 트러스 구조물의 최적화 문제에 적용하고 최적화의 진행과정과 결과를 비교·검토하였다.

참고 문헌

1. 양영순, 서용석, 이재욱, 구조 신뢰성 공학, 서울대학교 출판부, 1999
2. Das, P.K. and Zheng, Y., "Cumulative Formation of Response Surface and Its Use in Reliability Analysis", Probabilistic Engineering Mechanics, vol.15, 2000, pp.309-315
3. Enevoldsen, I. and Sorensen, J.D., "Reliability-based Optimization in Structural Engineering", Structural Safety, vol.15, 1994, pp.169-196
4. Xiaodong, L. and Grandhi, R.V., "ASTROS for Reliability-based Multidisciplinary Structural Analysis and Optimization", Computers & Structures, vol.62, 1997, pp.717-745
5. Nakib, R., "Deterministic and Reliability-based Optimization of Truss Bridges", Computers & Structures, vol.5, 1997, pp.767-775
6. Barakat, S.A., Malkawi, A.I.H. and Tahat, R.H., "Reliability-based Optimization of Laterally Loaded Piles", Structural Safety, vol.21, 1999, pp.45-64
7. Thanedar, P.B. and Kodiyalam, S., "Structural Optimization Using Probabilistic Constraints", Structural Optimization, vol.4, 1992, pp.236-240
8. Tu, J., Choi, K.K. and Park, Y.H., "A New Study on Reliability-based Design Optimization", Journal of Mechanical Design, vol.121, 1999, pp.557-564
9. Kwak, B.M. and Lee, T.W., "Sensitivity Analysis for Reliability-based Optimization Using an AFOSM Method", Computers & Structures, vol.27, 1987, pp.399-406
10. Bjerager, P. and Krenk, S., "Sensitivity Measures in Structural Reliability Analysis", In: Thoft-Christensen P, editor. Proc. of the First IFIP Working Conference on Reliability and Optimization of Structural Systems. Berlin:Springer Verlag, 1987, pp.459-470