

평면골조의 최적내진설계를 위한 SA 알고리즘의 냉각스케줄 Cooling Schedules in Simulated Annealing Algorithms for Optimal Seismic Design of Plane Frame Structures

이 상 관*
Lee, Sang Kwan

박 효 선**
Park, Hyo Seon

박 성 무***
Park, Sung Moo

ABSTRACT

In the field of structural optimization, simulated annealing (SA) algorithm has widely been adopted as an optimizer with the positive features of SA such as simplicity of the algorithm and possibility of finding global solution. However, annealing process of SA algorithm based on random generator with the zeroth order structural information requires a large number of iterations highly depending on cooling schedules and stopping criteria.

In this paper, MSA algorithm is presented in the form of two phase annealing process with the effective cooling schedule and stopping criteria. With the application to optimal seismic design of steel structures, the performance of the proposed MSA algorithm has been demonstrated with respect to stability and global convergence of the algorithm.

1. 서 론

최근 컴퓨터관련 기술이 발달함에 따라 철골 구조물과 같이 이산변수형(discrete design variables)으로 표현되는 최적화 문제의 해를 찾기 위한 방법으로 조합최적화 기법이 공학, 전산, OR(operation research)등 여러 분야에 적용되어 그 효율성이 평가되고 있다. 특히 조합최적화 문제의 한 해법으로서 Kirkpatrick¹⁾ 등에 의해 제안된 SA(simulated annealing)는 기본개념의 단순성, 범용성과 더불어 전역적 최소점으로의 수렴가능성이 이론적 증명과 많은 실험들을 통해 타당성이 확인되어 편리하게 사용할 수 있는 최적화 알고리즘으로서 일반적으로 받아들여지고 있다. 기존의 수치해석적 방법에 의한 최적화 기법과는 달리 목적함수 및 제약함수의 연속성 또는 미분가능성, 민감도 해석을 요구하지 않으며, 다소 국부최소점이 많은 동적하중 상태에서도 초기설계 선택에 의해 크게 좌우되지 않고 전역적 최소해로 수렴가능한 장점을 가지고 있다. 그러나 이러한 장점에도 불구하고 기존 SA는 적용상에서 비교적 높은 초기 설정온도에서 최종온도로 낮추는 냉각스케줄, 최저온도 또는 최대반복회수로 정의되는 모호한 종료기준, 그리고 구조반응의 정보에 무관한 무작위적 탐색등으로 인해 많은 반복수행시간이 요구되는 단점을 가지고 있다.

따라서 본 연구에서는 기존 SA기법의 단점을 보완하기 위해 구조 최적화에 적합한 종료기준과 효과적인 탐색법등을 중심으로 MSA(modified simulated annealing) 기법을 개발하고, 이를 지진하중과 수직하중이 동시에 작용하는 평면 가새골조 구조물의 최소중량설계에 적용하여 최적내진설계를 위한 가장 이상적인 MSA 알고리즘의 냉각스케줄을 제안하고자 한다.

* 영남대학교 건축공학과 석사과정

** 연세대학교 사회환경·건축공학부 조교수

*** 영남대학교 건축공학과 교수

2. SA의 이론적 배경

SA는 고체물리학에서 에너지 수준이 가장 낮은 상태인 결정을 얻기 위해 이용되는 어닐링(annealing)과정을 그대로 모사한 것으로 최적해를 찾기 위한 방법으로 반복적 개선법(iterative improvement)을 기본으로 하되 비용증가의 이동을 확률적으로 허용하여 국부 최소점에서 벗어날 수 있는 기능을 부여한다.

Metropolis²⁾는 Monte Carlo Method에 의해 초기온도 T_0 에서 열평형상태에 도달하는 과정을 시뮬레이션 하였다. 이 과정은 고체의 초기상태를 무작위적으로 선택하여 현재상태(X_{old})에서 약간의 변동을 주어 다음 상태(X_{new})인 새로운 위치로 이동하며, 이때의 에너지 차이 ($\Delta E = E(X_{new}) - E(X_{old})$)를 계산하여 만약 에너지가 감소되면($\Delta E \leq 0$) 새로운 이동을 받아들이고, 에너지가 증가하면($\Delta E > 0$) 무조건 거부하지 않고 식 (1)의 확률로 받아들여 현재상태를 변경시키는 과정을 반복한다.

$$P = \exp\left(-\frac{\Delta E}{k_b T}\right) \quad (1)$$

여기서 k_b 는 볼츠만 상수(Boltzmann constant)이고, T 는 냉각 계수에 의해 변하는 온도로서 알고리즘의 제어파라미터 역할을 한다.

3. 구조최적화를 위한 MSA 알고리즘

본 논문에서의 구조최적화 문제는 구조물의 전체 중량의 최소화를 목적함수로 한다. 최대충변위 및 중간변위 그리고 각 부재의 강도에 대한 제한을 대한건축학회의 강구조 설계규준³⁾을 대상규준으로 제약함수화 하며 설계변수로는 국내에서 생산되는 압연 H형강에 대한 단면성능(단면적, 단면2차모멘트, 단면2차반경, 단면계수, 전단면적)을 데이터베이스화 하여 이산변수로 사용한다.

그리고 효과적인 탐색법으로 해의 질을 떨어뜨리지 않으면서 수렴까지의 반복수행회수를 줄일 수 있는 MSA 알고리즘을 개발하며, 개발된 알고리즘은 흐름도의 형식으로 제시한다.

3.1. 2단계 탐색법 (Two Phase Simulated Annealing)

이론적으로 보아 최적해의 상태는 수렴성에는 영향이 없으나 수렴시간에는 영향을 줄 수 있다. 따라서 본 연구에서 개발한 MSA 알고리즘은 SQ(simulated quenching)과 SA(simulated annealing)의 2단계로 구성하여 비교적 적은 반복회수로 SA를 위한 양질의 초기설계를 자동화하여 최종적으로 SA단계의 반복 수행회수를 감소시킨다. SQ 단계에서는 초기설계를 임의로 선택하고 random generator에 의해 설계변수와 증분을 임의로 택하며, Cauchy가 제안한 FA(fast annealing)의 냉각함수를 사용하여 비교적 적은 반복회수로 최종해를 찾는다. 이러한 SQ 단계의 최종해를 SA의 초기설계로 선택하도록 하여 구조물의 최적해를 탐색한다.

MSA 과정의 1회 반복(cycle)은 총 설계변수의 수만큼 후보설계를 구성하는 것을 말하며, 이 때의 온도는 총 설계변수의 수만큼 반복 변화할 때까지 일정한 값을 가지며, 다음 사이클에서 냉각스케줄에 따라 감소하게 된다. 그리고 탐색과정에서 설계변수와 임의 증분의 선택이 구조반응의 정보와는 무관하게 random generator에 의해 임의로 선택되므로 불필요한 공간으로의 탐색에 따른 반복수행시간을 소비하게 된다. 따라서 본 연구에서는 구조반응의 정보로서 식 (2)와 같이 층의 연결성에 대한 제약을 주어 불필요한 공간으로의 탐색을 방지하여 최적해로의 수렴시간을 줄인다.

$$\begin{aligned} A_{c_{i-1}} &\leq A_{c_i} & (A_{c_i} : i\text{번째 층의 기둥단면적}) \\ A_{br_{i-1}} &\leq A_{br_i} & (A_{br_i} : i\text{번째 층의 가새단면적}) \end{aligned} \quad (2)$$

본 연구에서 개발한 MSA 알고리즘의 전반적인 진행단계는 그림 1과 같이 흐름도의 형식으로 제시하며, 본 알고리즘에서는 제약 최적화문제를 무제약 최적화 문제로 전환하지 않고 탐색과정에서 직접적으로 설계변경에 대한 제약 위배량과 목적함수 값을 판단하여 후보설계가 현재설계로 수용될지 거부될지 여부를 판단한다.

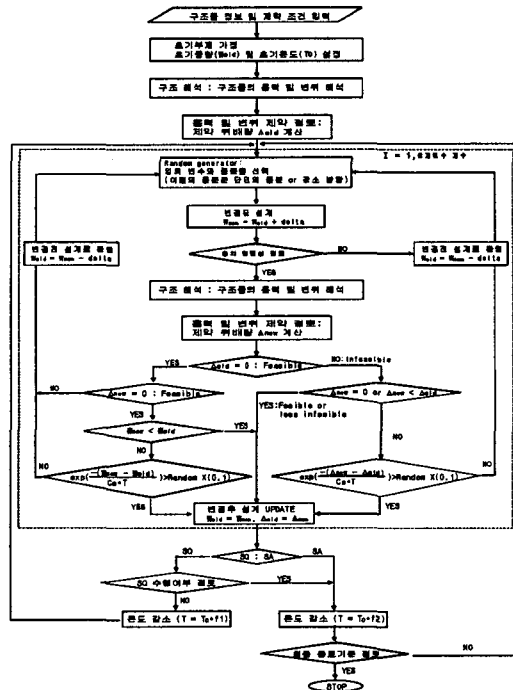


그림 1. MSA 알고리즘의 흐름도

3.2 냉각스케줄(Cooling Schedules)

SA(simulated annealing)에서 수용확률(acceptance probability)에 가장 크게 영향을 미치는 변수는 온도 (T)이며, 냉각스케줄의 형태에 따라 최적해의 수렴성과 수행시간이 좌우된다. 구조물의 최적해를 탐색할 때 온도를 급격히 내릴 경우 전역적 최적해에 이르는 확률이 낮아지게 되며, 반대로 서서히 온도를 감소시킬 경우 수렴에 도달하기까지 필요이상의 많은 반복수행시간을 소비하게 되므로 냉각스케줄을 문제의 특성에 맞게 설정할 필요성이 있다. 따라서 본 연구에서는 SQ법에 의해 자동화된 양질의 초기해를 바탕으로 동적하중이 작용하는 평면 가새골조 구조물에 적합한 냉각계수의 형태를 기존 냉각스케줄의 비교 분석을 통하여 정한다.

MSA기법에서는 국부최소점을 벗어나기 위해 다음의 두가지 경우에 대해 확률적 수용을 적용한다.

첫째, 후보설계와 현재설계가 모두 제약조건을 만족하면서 후보설계가 현재설계보다 더 큰 구조물 중량을 가질 경우, 식 (3)과 같은 수용확률을 계산하여 임의의 수 R 과 비교해서 $R < P$ 이면 후보설계를 현재설계로 받아들인다.

$$P = \exp\left(\frac{-W_{diff}}{C_s \cdot T}\right) \quad (3)$$

여기서 P 는 후보설계의 수용확률, W_{diff} 는 후보설계와 현재설계의 중량차, R 은 임의의 수로 0과 1사이 값이며, T 는 온도이다. 그리고 이러한 수용확률을 결정하는 데 사용되는 표준상수 C_s 는 초기값으로 1이 주어지며 M_p 에 따라 식 (4)와 같이 수정된다.

$$C_s = \frac{(M_p \times C_{s-1} + W_{diff})}{(M_p + 1)} \quad (4)$$

그리고 M_p 는 초기값 0으로 주어지는 수용확률이 적용되는 수행회수로 식 (5)와 같이 수정된다.

$$M_p = M_{p-1} + 1 \quad (5)$$

둘째, 후보설계와 현재설계가 모두 제약조건을 위배하는 불가능영역(infeasible region)에 있으면서 후보설계의 제약 위배량이 현재설계의 제약 위배량보다 클 경우, 식 (6)과 같은 수용확률을 계산하여 임의의 수 R 과 비교해서 $R < P$ 이면 후보설계를 현재설계로 받아들인다.

$$P = \exp\left(\frac{-\Delta_{diff}}{C_s \cdot T}\right) \quad (6)$$

$$C_s = \frac{(M_p \times C_{s-1} + \Delta_{diff})}{(M_p + 1)} \quad (7)$$

여기서 Δ_{diff} 는 후보설계와 현재설계의 제약 위배량 차이다. 또한 온도 T 는 첫 번째 사이클에서 식 (4) 또는 (7)에 의해 $C_s = W_{diff}$ 또는 $C_s = \Delta_{diff}$ 이므로 식 (3) , (6)에서 다음과 같이 초기온도가 초기 수용확률에 따라 결정된다.

$$T_0 = \frac{-1}{\log(P_s)} \quad (8)$$

본 연구에서는 초기 수용확률을 0.75로 설정하였다. 그리고 초기온도 T_0 를 이용하여 이후 온도 T 는 냉각계수 f 에 의해 식 (9)와 같은 냉각스케줄로 점차 감소된다.

$$T = T_0 \times f \quad (9)$$

이러한 냉각스케줄의 정의를 위한 냉각계수는 다양한 형태로 표현되어 사용되고 있다. 본 연구에서는 기존의 연구자에 의해 제안된 BA(boltzmann annealing)⁴⁾와 FA(fast annealing)⁴⁾에 대해서 먼저 분석하고, 표 1과 같이 이에 상수 값을 곱한 6가지 냉각스케줄로 MSA 최적화를 위한 평면가새골조에 적용하여 최적해의 수렴성과 신뢰성, 그리고 수렴시간을 기준으로 가장 적절한 냉각스케줄을 제안하고자 한다. 그림 2의 냉각스케줄 곡선을 살펴보면 BA가 가장 느린 온도 감소를 보이는 반면 FA는 가장 빠른 냉각을 나타낸다. 그리고 FBA와 FFA가 그 사이에서 서로 다른 기울기를 가지며 감소된다.

표 1. 냉각계수에 따른 냉각스케줄의 종류

냉각스케줄	냉각계수	
1 BA (Boltzmann annealing)	$f = \frac{1}{\log N}$	
2 FA (Fast annealing)	$f = \frac{1}{N}$	
3 FBA (Factored Boltzmann annealing)	$f = \frac{1}{k \log N}$	FBA1 ($k = 2$)
4		FBA2 ($k = 3$)
5 FFA (Factored Fast annealing)	$f = \frac{1}{N^c}$	FFA1 ($c = 0.5$)
6		FFA2 ($c = 0.6$)

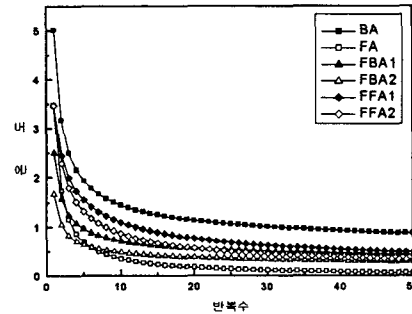


그림 2. 냉각스케줄 곡선

3.3 종료기준 (Stop Criteria)

적절한 종료기준(stop criteria)은 최적화에서의 신뢰성과 효율성에 밀접한 관련이 있다. 일반적으로 SA에서는 알고리즘의 수렴여부를 판정하는 조건으로서 최저온도나 최대 반복수행수로 종료하도록 한다. 그러나 이러한 종료기준은 문제에 따라 기준을 정하기가 불명확하며 충분한 시간이 주어진다면 최적해에 수렴할 수 있으나 낮은 온도에서 보내는 시간이 상당히 많다는 단점을 가지고 있다. 그래서 본 연구는 SA의 원리가 반복적 개선법을 기초로 한 방식이므로 최적화 문제의 수렴기준으로 목적함수의 상대적 변화량과 후보설계와 현재설계를 구성하는 각 변수의 평균변화량으로 종료여부를 판단한다. 목적함수의 상대적 변화량은 연속적인 반복수행에서 현재값과 이전값의 상대적인 변화량을 점검하는 것으로 식 (10)과 같다.

$$\frac{|F(X^q) - F(X^{q-1})|}{F(X^{q-1})} \leq \epsilon_A \quad (10)$$

여기서 ϵ_A 는 상대 변화량의 허용치이며, 본 논문에서는 10^{-3} 으로 하며 목적함수의 상대적 변화량이 연속하여 3회 이상 허용치를 만족하도록 하였다. 또한 최적화의 후반부에서는 목적함수의 변화량이 식 (10)의 수렴조건은 만족하지만 설계변수 벡터의 값이 계속 변화하면서 최적해로 접근하므로 식 (11)과 같은 설계변수의 평균변화량을 제한하였다.

$$\frac{\sum_{i=1}^{nv} \left| \frac{GA_i^q - GA_i^{q-1}}{GA_i^{q-1}} \right|}{nv} \leq \epsilon_B \quad (11)$$

여기서 nv 는 설계변수 즉 그룹핑 개수이고, GA_i^q 는 q 번째 외부루프의 i 번째 그룹에 해당하는 부재 단면적이다. 그리고 ϵ_B 는 설계변수의 평균변화량의 허용치로 본 논문에서는 10^{-3} 으로 하며 연속하여 3회 이상 허용치를 만족되도록 함으로써 해의 안정성을 확보하도록 한다.

본 연구에서 개발한 MSA 알고리즘에서는 SQ단계와 SA단계의 수렴과 종료여부를 파악해야 한다. SQ단계의 종료여부는 목적함수의 상대적 변화량의 종료기준으로 파악하고, SA단계의 최종 종료여부는 모든 제약조건을 만족하면서 목적함수의 상대적 변화량과 설계변수의 평균변화량에 대한 두 가지의 기준을 동시에 만족될 때 근사최적해로 수렴할 수 있도록 하였다.

4. 예제 적용

4.1 3경간 12층 평면 가새골조 구조물 - 20 VARIABLE

최적내진설계를 위한 가장 이상적인 냉각스케줄을 찾기 위해 3.2 절에서 소개한 6가지 냉각스케줄을 사용한 MSA 알고리즘을 지진하중과 수직하중이 동시에 작용하는 3경간 12층 평면 가새골조에 적용하여 최적해의 수렴성과 신뢰성, 그리고 수렴시간을 선택기준으로 분석한다.

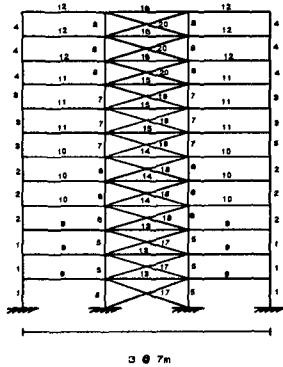


그림 3. 3경간 12층 평면골조

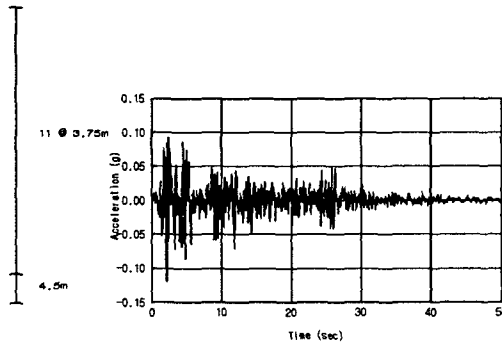


그림 4. El Centro 지진파의 기록 (PGA=0.12g)

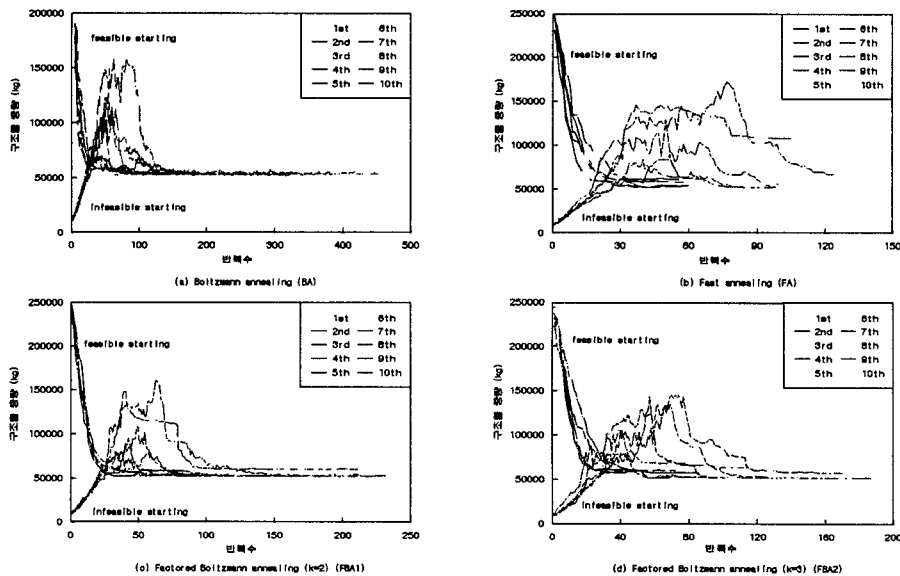
그림 3에서와 같이 입면상 대칭되는 위치에서 같은 구조적 역할을 하는 기둥, 보, 가새에 대하여 3개 층씩 그룹화 하였으며, 하중조건으로는 수직하중으로 고정하중과 활하중을 각각 보에 3290 kg/m , 1260 kg/m 로 작용시키고 수평하중으로 1940년 El Centro 지진의 남북방향 성분을 최대지반가속도(PGA) 기준으로 0.12 g 가 되도록 비례 축소한 반응스펙트럼을 사용하였으며 이때의 감쇄율은 5%로 가정하였다. 그리고 동적해석에 필요한 질량은 고정하중을 중력가속도로 나누어 슬래브내의 한 곳에 집중시켰다. 그리고 다음의 4가지 하중조합을 고려하였다. 순수 지진하중에 대한 최대층변위와 층간변위에 대한 허용한계를 각각 구조물 높이와 층높

이의 1/500, 1/400으로 제한하여 사용성에 대한 평가를 하며, (고정하중+활하중) 과 (고정하중+활하중±지진하중)/1.5 중에서 가장 불리한 하중조합에 대해 대한건축학회의 강구조 설계기준(허용 응력 설계법)으로 부재에 대한 강도제약을 평가하였다. 사용강재는 SS400 ($F_y = 2.4 t/cm^2$)으로 하였으며 재료의 탄성계수 및 단위중량은 각각 $2.04 \times 10^6 kg/cm^2$, $7.85 t/m^3$ 로 가정하였다. 각 부재가 선택할 수 있는 단면은 국내 생산되는 압연 H형강으로 표 2와 같이 기둥과 가새는 광폭(wide shape) 계열을 보는 세폭(narrow shape) 계열을 각각 21개 씩 사용하였다.

표 2. 부재 단면 List (기둥: 1~21번, 보: 22~42, 가새: 43~63)

No	단면	단면적(cm^2)	단면2차모멘트	단면2차반경	단면계수	전단면적
1	H-498*432*45*70	770.10	298000.00	11.10	12000.00	224.10
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
21	H-100*100*6*8	21.90	383.00	2.47	76.50	6.00
22	H-606*201*12*20	152.50	90400.00	5.11	2980.00	72.00
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
42	H-100*50*5*7	11.85	180.00	1.31	37.50	5.00
43	H-498*432*45*70	770.10	298000.00	11.10	12000.00	224.10
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
63	H-100*100*6*8	152.50	383.00	2.47	76.50	6.00

본 연구에서는 초기설계를 주어진 단면 List 중에서 가장 큰 단면을 가지는 경우와 가장 작은 단면을 가지는 경우로 설정하여 MSA 알고리즘에 의한 최적화과정을 각기 5번씩 수행하였다. 적용결과 그림 5와 같이 냉각스케줄에 따라 민감하게 서로 다른 수렴과정을 보였다. 각 냉각스케줄에 따른 최적해의 수렴성과 신뢰성 그리고 수렴시간에 대한 척도로 최종해의 평균중량, 오차 그리고 수렴까지의 평균 반복수를 평가하였으며, 표 3에 정리하였다. 본 연구에서는 해의 신뢰성을 파악하기 위해 각 초기해(initial starting point)에서 5번씩 MSA를 수행하여 그때의 최종해의 최대값과 최소값의 상대적 변화량이 5% 이내가 되었을 때 신뢰도가 있다고 판단하였다.



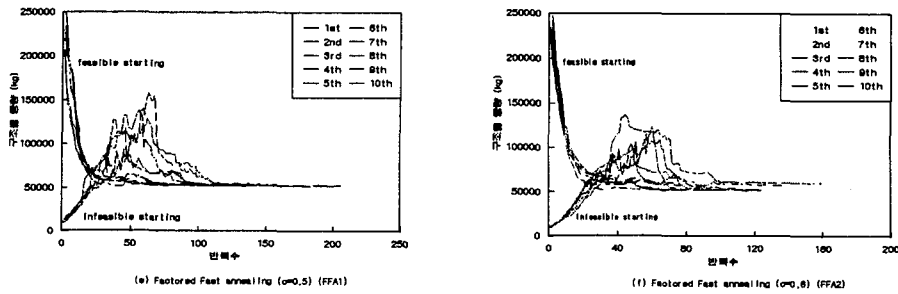


그림 5. 냉각스케줄에 따른 MSA 수렴곡선

표 3. 냉각계수에 따른 MSA 최적해의 비교

	냉각스케줄	냉각계수	초기해	평균 반복수	평균 중량(kg)	오차(%)
1	BA	$f = \frac{1}{\log N}$	feasible	175.4	52996.84	1.67
			infeasible	299.4	53151.54	1.80
2	FA	$f = \frac{1}{N}$	feasible	57.0	55188.96	16.42
			infeasible	103.8	65840.53	108.40
3	FBA1	$f = \frac{1}{2 \log N}$	feasible	122.8	53949.89	11.83
			infeasible	172.8	54085.85	16.20
4	FBA2	$f = \frac{1}{3 \log N}$	feasible	72.6	57975.77	15.54
			infeasible	140.0	55282.80	23.70
5	FFA1	$f = \frac{1}{N^{0.5}}$	feasible	155.2	52467.59	1.90
			infeasible	178.0	52502.61	1.80
6	FFA2	$f = \frac{1}{N^{0.6}}$	feasible	76.6	55005.55	14.87
			infeasible	133.4	54624.61	15.40

적용결과 BA는 가장 느린 냉각스케줄로서 전역적 수렴성과 최적해의 신뢰성은 좋지만 수렴에 요구되는 반복수가 가장 많았으며, 반면 FA는 가장 빠른 온도감소로 인해 수렴까지의 반복수는 가장 작았지만 전역적 수렴성과 최적해의 신뢰도가 가장 떨어졌다. FBA1은 BA의 온도감소를 가속화한 것으로 수렴 반복수는 BA보다 줄었지만 전역적 수렴성과 최적해의 신뢰도가 다소 떨어지는 것으로 나타났다. BA를 더욱 가속화한 FBA2는 수렴 반복수는 더욱 줄었으나 전역적 수렴성과 최적해의 신뢰도 또한 더욱 떨어졌다. 그리고 FA의 온도감소를 완화한 FFA1은 전역적 수렴성과 최적해의 신뢰도가 좋으면서 수렴까지의 반복수도 BA보다 빠르게 나타났다. FFA2는 FFA1을 좀 더 가속화한 것으로 수렴 반복수는 FFA1보다 줄었지만 전역적 수렴성과 최적해의 신뢰성이 다소 떨어졌다.

6가지 냉각스케줄 중에서 BA와 FFA1만이 오차가 5% 이내로 신뢰성이 확보되었으며, BA는 수렴에 요구되는 반복수가 가장 많아서 실용성이 떨어짐을 알 수 있었다. 따라서 최적내진설계를 위한 가장 이상적인 냉각스케줄로 전역적 수렴성과 최적해의 신뢰성이 좋으면서 수렴에 요구되는 반복수도 BA보다 적은 FFA1의 냉각계수를 사용함이 효율적임을 알았다.

4.2 3경간 21층 평면 가새골조 구조물 - 35 VARIABLE

4.1 절에서 최적내진설계를 위해 제안된 FFA1에 의한 냉각스케줄의 효율성과 타당성을 검증하기 위해 다소 설계변수가 많은 3경간 21층 평면 가새골조 예제에 적용하였다. 하중조건과 단면 List는 3경간 12층 평면 가새골조에서와 같으며 그림 6과 같이 35 변수로 그룹핑하였다.

가장 높은 초기해와 가장 낮은 초기해에서 출발하여 각각 5번 씩 MSA 과정을 수행하였으며, 그림 7의 수렴곡선과 같이 가장 높은 초기해에서 출발했을 때는 평균 중량 126730.58 kg, 평균 반복수 103.8 회, 오차 3.3%로 수렴하였으며, 가장 낮은 초기해에서 출발했을 때는 평균 중량 124100.38 kg, 평균 반복수 185.8 회, 오차 2.6%로 수렴하였다. 그림 7의 수렴과정으로 보아 초기해의 설정은 제약조건을 모두 만족시키는 가능영

역(feasible regions)으로 출발하는 것이 적은 반복수로 수렴함을 알 수 있었다.

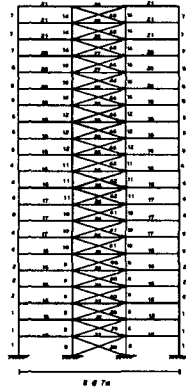


그림 6. 3경간 21층 평면 가새골조

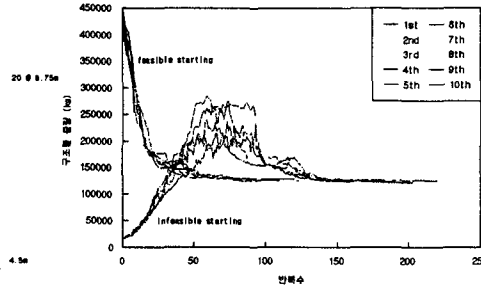


그림 7. 3경간 21층 가새골조의 MSA 수렴곡선

5. 결론

본 연구에서는 구조최적화를 위한 MSA기법을 개발하여 6가지 냉각스케줄을 사용하여 지진하중과 중력하중이 동시에 작용하는 평면 가새골조의 최소중량설계에 적용하였으며 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- 1) 이상과 같은 분석을 통해 $T(N) = T_0 \times (1/N^{0.5})$ 를 철골구조물의 최적내진설계를 위한 MSA 알고리즘의 냉각스케줄로 제안한다.
- 2) 제안된 냉각스케줄 FFA1이 최적해의 수렴성과 신뢰성, 그리고 수렴시간면에서 가장 효율적임을 비교분석을 통해 알 수 있었다.
- 3) 2단계 탐색법에 의해 SA단계의 초기설계를 자동화하지만 초기해의 출발은 제약조건을 모두 만족시키는 가능영역(feasible regions)으로 출발하는 것이 더욱 적은 반복수로 수렴함을 알 수 있었다.

6. 참고문헌

1. Kirkpatrick, S., Gelatt, C.D., and Vecchi, M.P., Optimization by simulated annealing, Science 220, pp. 87-100, 1992.
2. Metropolis, N., A. Rosenbluth, M. Rosenbluth, A. Teller and E. Teller, Equation of State Calculations by Fast Computing Machines, J. of Chem. Physics, 21(6), pp. 1087-1092, 1953.
3. 강구조계산 기준 및 해설, 대한건축학회, 1983.
4. L. Ingber, Genetic Algorithms and Very Fast Simulated Re-annealing; A Comparison, Mathl, Comput, Modeling Vol. 16, No. 11, pp. 87-100, 1992.
5. Balling, R.J., Optimal steel frame design by simulated annealing, Journal of Structural Engineering, Vol. 117, pp. 1780-1795, 1991.
6. Pantelides, C.P. and Tzan, S-R., Simulated Annealing for the Design of Structures with Time Varying Constraints, Structural Optimization, Vol. 13, pp. 36-44, 1997.
7. 정제원, 박효선, 입체 트러스구조물의 최적설계를 위한 SA기법, 전산구조공학회 춘계발표논문집, 제 12권 제 1집, pp. 102-109, 1999.
8. 정제원, 박효선, SA 알고리즘을 이용한 철골트러스 구조물의 이산 최적설계, 한국강구조학회 논문집, 제 11권, 제6호, pp. 679-687, 1999.