

최적화에서의 근사모델 관리기법의 활용 A Framework for Managing Approximation Models in place of Expensive Simulations in Optimization

양 영순* 장 범선** 연 윤석***
Yang, Young-Soon Jang, Beom-Seon Yeun, Yoon-Suk

ABSTRACT

In optimization problems, computationally intensive or expensive simulations hinder the use of standard optimization techniques because the computational expense is too heavy to implement them at each iteration of the optimization algorithm. Therefore, those expensive simulations are often replaced with approximation models which can be evaluated nearly free. However, because of the limited accuracy of the approximation models, it is practically impossible to find an exact optimal point of the original problem. Significant efforts have been made to overcome this problem. The approximation models are sequentially updated during the iterative optimization process such that interesting design points are included. The interesting points have a strong influence on making the approximation model capture an overall trend of the original function or improving the accuracy of the approximation in the vicinity of a minimizer. They are successively determined at each iteration by utilizing the predictive ability of the approximation model. This paper will focus on those approaches and introduces various approximation methods.

1. 서론

공학문제의 많은 물리적 현상들이 고성능(high-fidelity)의 높은 정확도를 가진 계산 모델로써 묘사될 수 있게 되었음에도 불구하고 Navier-Stokes equation과 같은 고성능(high fidelity) 모델을 반복적인 계산과정에 이용한다는 것은 그 비용상과 시간상의 문제로 사실상 불가능한 일이다. 이로 인해 최적화와 같은 반복적인 계산이 요구되는 작업에는 저성능(low-fidelity) 모델이나 고성능 모델의 수학적 근사모델이 이용되어왔다. 하지만 이러한 근사적 평가모델만으로는 고성능 모델을 사용해 얻을 수 있는 최적의 결과에 상응하는 정도를 기대하기는 어렵다. 본 연구에서는 지금까지 잘 확립된 근사개념들과 고성능 모델간의 상호 작용을 체계적으로 운영함으로써 계산비용을 최소화함과 동시에 결과에 대한 효과를 극대화하려는 노력들에 대해 초점을 맞추고자 한다.

다양한 수치적 모델 기법과 고성능 해석의 유용성이 증가함에 따라 가변-복잡성(variable-complexity) 근사기법을 이용한 최적화는 지난 몇 년간 많은 관심이 모아진 주제가 되어왔다[1][2][3]. 이러한 방법들은, 근사모델을 최적화 과정에서 관심 있는 영역에 대해 보다 높은 정확도를 갖도록 계속해서 수정해간다는 점에는 과거의 근사모델을 이용하는 방법과는 다른 접근 방법이다. 과거의 방법은 최적화를 수행하기 전에 특정한 표본점을 선정하여 근사모델을 만들고 이를 바탕으로 최적화를 수행하여 근사 최적점을 구하는 것이다.

* 서울대학교 조선해양공학과 교수

** 서울대학교 조선해양공학과 박사과정

*** 대전대학교 기계공학과 교수

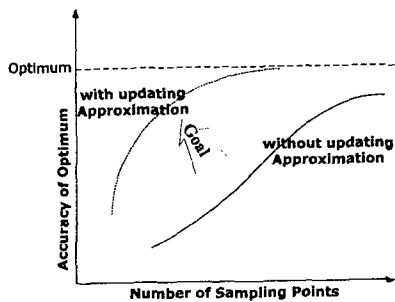


Fig. 1 Effect of updating approximation model during optimization process

pattern search algorithm을 기반으로 한 방법[4][5][6]들에 대해 간단히 소개하고자 한다. 3장과 4장에서는 간단한 구조 최적화 문제를 통해 근사모델 관리기법의 가능성을 확인하고 다섯 가지 근사기법을 사용하였을 때의 결과를 비교하여 어떤 근사기법이 근사모델 관리 기법에 유리하고, 또 어떤 조건이 실제 최적점으로서의 수렴에 필요한 것인가에 대해서도 생각해 보고자 한다.

2. 직접 탐색 기법에 기초한 근사모델 관리 방법

Surrogate Management Framework

Booker, et al.[4]은 제한조건이 없는 최적화문제에 대해 직접 탐색 기법의 일종인 pattern search algorithm과 근사기법의 일종인 Kriging을 기반으로 하여 Surrogate Management Framework (SMF)이란 이름의 근사모델 관리기법을 제안하였다. 이 방법은 목적함수에 대한 근사모델을 이용해 새롭게 추가될 표본 점을 결정하고, 이에 대해 고성능 해석을 수행하여 근사모델을 갱신하는 과정을 반복해간다. 근사모델을 이용해 새로운 이동점을 찾을 때 목적함수 값만을 이용하고 미분치는 사용하지 않기 때문에 직접 탐색법이 갖는 일반적인 장점을 가지게 된다. 반면 gradient에 기초한 방법보다는 최적점에 다가가는 속도가 느리고 함수 평가 횟수가 많아질 수 있지만 평가 비용이 미미한 근사모델을 사용하기 때문에 속도 면에서는 큰 문제가 되지 않을 것이다.

이 방법은, 현재의 시작점 주위에 pattern과 step length로 정의된 탐색 대상 설계 점들을 근사모델을 이용해 평가한다(pattern은 고정된 방향벡터이며 여기에 step length를 곱하고 현재 설계좌표를 더하면 다음 이동 후보 점들이 결정된다). 그리고 그 점들을 우수한 순서대로 나열한 후, 현재 시작점보다 더 우수한 점이 발견될 때까지 차례대로 고성능 모델 평가를 수행한다. 나열된 점들 중에서 더 나은 점이 발견되면 그 점으로 이동하고 그렇지 않을 경우 step length를 줄여 앞의 과정을 다시 반복하는 것이다. 근사모델은 현재점보다 우수할 가능성이 높은 점을 예측하는데 사용되기 때문에 고성능 평가비용을 가능한 줄일 수 있다. 또한 다음 점으로의 이동은 고성능 모델 평가를 통한 분명한 검증을 거쳐 이루어지기 때문에 확실한 수렴성을 보장할 수는 있다. 반면 수렴 속도는 매우 느리다는 단점이 있다. 현재의 step length로서는 보다 우수한 점을 찾을 수 없을 때 step length를 줄이게 되는데, 이를 위해서는 주위 모든 이동 후보점들에 대해 고성능 모델을 수행하여 현재의 pattern length로는 더 좋은 점이 없다는 분명한 검증을 거쳐야 한다. 근사모델에 의해서 열등하다고 평가되었더라도 근사의 오류로 인한 것일 수 있기 때문에 고성능 모델 평가를 수행해 보는 것이다. 이 때문에 근사모델을 쓰지 않았을 경우보다는 적지만 그래도 상당한 평가 비용이 소요된다. 또한 비선형이 심한 제한 조건을 포함한 최적화 문제의 경우 그 길이가 짧은 step들에 의한 이동이 많이 필요하기 때문에 고성능 모델 평가 비용은 더욱더 증가하게 된다.

문제는 이 근사최적점이 실제로 평가해본 결과 제한조건을 위배한 다거나 실제 최적점과는 거리가 먼, 해로서 부적합한 경우 마땅히 대처할 일반적 전략이 없다는 것이다. 반면 근사모델 관리기법의 경우, 근사모델은 최적화 모듈에 고성능 모델에 대한 정보를 제공하고, 반대로 최적화는 근사모델에 새롭게 추가될 표본점에 대한 정보를 제공하는 상호 보완적인 과정을 포함한다. 이를 통해 그림 1과 같이 보다 적은 표본점으로 최적점에 더 정확히 효율적으로 다다를 수 있다.

2장에서는 과거의 근사모델과 고성능 모델을 병행 사용하는 근사 모델의 관리 방법들 중 민감도를 사용하지 않고 직접 탐색 방법인

Optimum based Surrogate Management Framework

본 연구에서는 각 반복과정에서, 현재의 근사모델을 이용해 얻을 수 있는 근사최적점, 즉, 전체 설계 공간

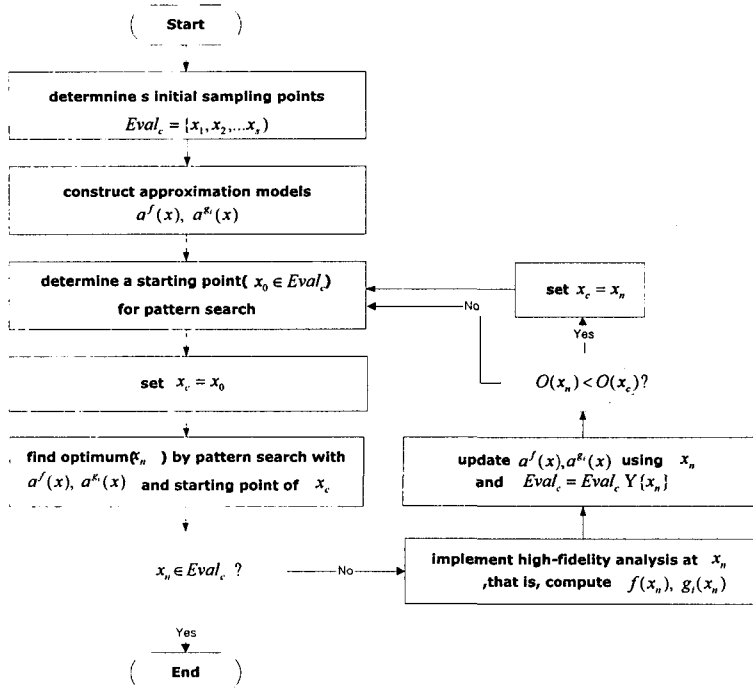


Fig. 2. Optimum based SMF

에서 근사모델로 표현된 최적화 문제의 최적점을 새로운 표본점으로 이용하는 것이다. 이러한 접근 방법을 편의상 이후 Optimum based SMF(OSMF)라 부르기로 하겠다. 이 방법은 근사모델에 대한 신뢰도가 충분히 확보되었을 경우, 즉 근사모델이 고성능 모델을 충분히 잘 표현하는 경우, 적은 평가 비용으로 최적점에 빨리 수렴할 수 있다. 고성능 모델의 비선형 정도가 아주 심하지 않거나, 기존에 확보된 데이터를 활용함으로써 최초 근사모델의 정확도가 어느 정도 보장될 수 있는 경우에 유리하다. 그 근사가 정확하면 할수록 실제 최적점 부근으로 빠르게 접근하게 될 것이고 다시 이 부근이 보다 더 정확히 근사되

므로 쉽게 실제 최적점에 수렴하게 된다.

하지만 신뢰도를 확신할 수 없는 경우 반복과정에서 결정된 근사 최적점들 간에는 일정한 방향성이 보이지 않고 분산적인 형태를 띠게 된다. 특히 제한조건이 왜곡되게 표현될 경우 설계 불가능 영역이 가능영역으로 표현됨으로써 근사 최적점은 실제 최적점과 상당히 거리가 먼 곳에 위치할 수 있다. 왜곡되게 학습된 부분이 많으면 많을수록 이러한 현상은 더 오랫동안 지속될 것이다.

하지만 이러한 단점에도 불구하고 대부분의 공학 문제에서 보여지는 제한조건이나 목적함수는 근사모델로 표현되었을 때 특별히 극부적으로 심하게 왜곡되는 부분이 존재하지는 않을 것이다. 대부분 굴곡이 심한 형태이기보다는 단조증가 혹은 단조감소의 매끄러운 표면을 형성하기 때문이다. 충분히 전체적인 경향을 쫓아가리라 기대되며 몇 번의 추가적인 수정으로서 관심 영역에서의 정확도도 상당히 높힐 수 있으리라 생각한다. 자세한 알고리즘은 그림 2와 같다. $a^f(x)$, $a^{g_i}(x)$ 는 각각 목적함수(f)와 제한조건(g_i)에 대한 근사모델이며 $a^o(x)$ 는 제한 조건에 대해 exterior penalty method를 도입해 다음과 같이 정의된다.

$$a^o(x) = a^f(x) + Coeff \parallel MAX(0, a^{g_i}(x)) \parallel^2$$

근사모델로는 Kriging[8]과 Response Surface Method (RSM)[9], Local Regression Method (LRM)[10], Neural Network, Hilbert Spacefilling Curve Method (HSCM)[11][12]를 사용할 예정이다. 자세한 내용은 참고 문헌에 기술되어 있다.

3. Two-bar Truss Example[7]

3.1 문제 정의

Find

- Tube Diameter, D
- Height of the truss, H

Satisfy

- Constraints:

Buckling Constraint :

$$g_1(x) = \frac{P(B^2 + H^2)^{1/2}}{\pi TDH} - \frac{\pi^2 E(D^2 + T^2)}{8(B^2 + H^2)} \leq 0$$

Stress Constraint :

$$g_2(x) = \frac{P(B^2 + H^2)^{1/2}}{\pi TDH} - \sigma_y \leq 0$$

- Bounds:

$$0.5 \text{ in.} \leq D \leq 5.0 \text{ in.}, \quad 5.0 \text{ in.} \leq H \leq 50 \text{ in.}$$

Minimize Weight, $W(x) = 2\rho\pi DT(B^2 + H^2)^{1/2}$

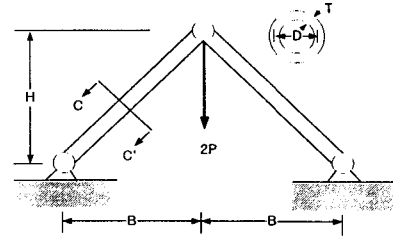


Fig. 3. Two-Bar Truss Example

3.2 수행 결과

두 제한 조건들과 목적함수 각각에 대해 Kriging, Response Surface Method(RSM), Local Regression Method(LRM), Neural Network(NN)을 이용해 근사모델을 구축한다. 표 1은 네 근사기법을 기반으로 하여 본 연구에서 제시한 Optimum based SMF (OSMF) 결과와 Sequential Linear Programming (SLP)을 이용한 최적화, 그리고 [4]에서 제시한 SMF의 결과들과 비교하고 있다.

Table 1. Results of two-member frame example

	Evaluation #	D	H	$g_1/10000.0$	$g_2/10000.0$	Weight
Exact Optimum	-	2.470	30.150	-6.5030	-0.0007	19.802
OSMF with Kriging	14	2.459	30.406	-6.2903	-0.0000	19.802
OSMF with RSM	20	2.495	30.021	-6.9093	-0.0576	19.992
OSMF with LRM	18	2.490	30.054	-6.7841	-0.0392	19.930
OSMF with NN	22	2.465	30.356	-6.3707	-0.0079	19.828
SLP without Approx.	56	2.474	30.039	-6.5946	-0.0005	19.802
SMF with Kriging[4]	66	2.469	30.268	-6.4498	-0.0093	19.832

그림 4는 네 가지 근사모델을 이용한 Optimum based SMF의 각 반복 과정에서 새롭게 결정되는 표본점들에서의 목적함수 값들을 도시한 것이다. 네 방법 중 Kriging을 사용한 경우가 가장 정확하고 빠르게 수렴하고 있다. RSM과 LRM의 경우 최적점에 서서히 접근해 가지만 정확한 최적점에는 다다르지 못한 채 수렴했으며 Neural Network을 사용한 경우는 최적점 부근에서 진동하는 특성을 보이고 있다.

4.3 표본 데이터의 사전 처리

표본 데이터 중 다수의 데이터와는 현저한 차이를 보이는 것이 존재할 경우 이 데이터는 전체 fitting에 지배적인 영향을 미칠 수 있다. 특히 그런 점이 관심 있는 설계 영역에서의 응답과는 현저한 차이가 난다면 관심 있는 부근에서의 응답면을 왜곡시킬 가능성이 높다. 그렇다고 이런 점을 함부로 제외할 수도 없다. 표본점이 많지 않을 경우 전체 응답면 형성에 예상치 못한 영향을 미칠 수 있기 때문이다. 따라서 이런 표본점의 영향을 줄이면서 관심 있는 영역에 대해서는 그 정확도를 극대화시킬 수 있는, 적절한 수학적 함수에 의

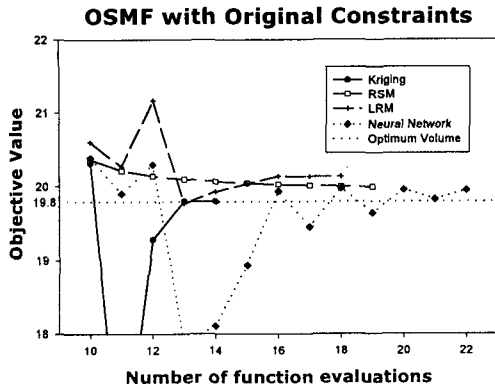


Fig. 4. Comparison of convergence history of different approximation models

가까워짐에 따라 급격히 증가하게 된다. 이러한 현상을 완화하기 위해 two-bar truss 예제에서 자연로그(ln) 함수를 도입하였다. 즉 구조해석에서 얻어지는 부재의 본래의 응력과 허용응력에 자연로그를 취하여 다음과 같이 새로운 제한 조건을 정의하였다.

$$g'_2(x) = \ln\left(\frac{P(B^2 + H^2)^{1/2}}{\pi TDH}\right) - \ln(\sigma_y) \leq 0$$

한 변환에 대한 연구가 필요하다. 특히 최적화에서는 관심 있는 영역은 한정되어 있기 때문에 이러한 접근의 유효성은 더 커질 것이다. 그림 5는 최적화에서 근사모델의 차이에 따라 근사최적점이 어떻게 변하는지를 개념적으로 표현한 그림이다. 그림 5의 (a)와 같은 제한조건이 (b)처럼 변환되기만 한다면 비선형성이 작아져 훨씬 더 근사하기 용이하며 관심 있는 영역인 $g(x)=0$ 부근에서 근사모델과 실제모델과의 차이에 따른 최적점의 민감성도 줄일 수 있을 것이다. 구조 최적화 문제에 있어 응력과 변위는 부재의 단면적이 0에

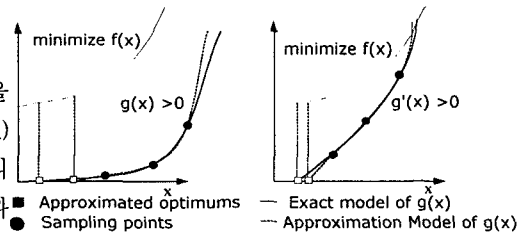


Fig. 5. Effect of mapping original data to new ones

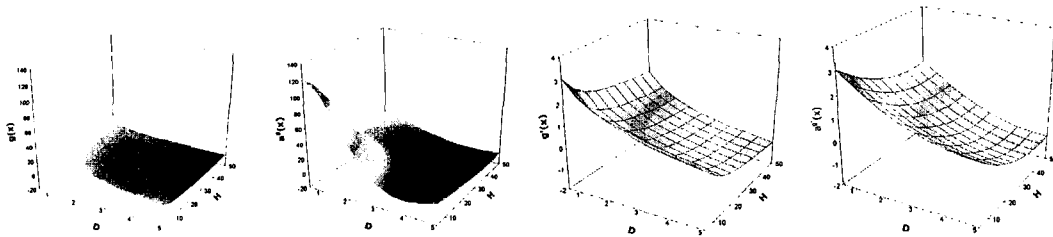


Fig. 6 Original constraint Fig. 8. Kriging model Fig. 9. Transformed form Fig. 10 Kriging model

두 제한 조건 $g_2(x)$ 와 $g'_2(x)$ 를 Kriging을 이용해 근사 시켜 보자. 그림 7은 그림 6과 같은 $g(x)$ 에 대해 3×3 의 격자 형태의 표본점을 추출해 근사한 것이며 그림 9는 그림 8과 같은 변환된 $g'_2(x)$ 에 대해 근사한 것이다. 그림 6과 같이 본래의 제한 조건식은 D와 H의 각각 그 하한치인 0.5 (in)와 5 (in) 근처에서 급격히 커지고 있다. 단면적이 작아지고 부재력이 커지기 때문이다. 이 부근에서 추출된 표본점으로 인해 이 함수에 대한 근사모델은 최적점이 놓여 있는 $g(x)=0$ 부근에서 왜곡되게 표현될 수 있다. 반면 그림 8에서와 같이 자연로그를 이용해 치환된 제한조건은 비교적 매끄러운 표면을 형성하며 이에 대한 근사모델도 이를 비교적 정확히 표현하고 있다.

이 치환된 제한조건식에 대한 근사모델을 구축하고 앞에서 수행한 two-bar truss 예제를 재수행해 보았다. 그림 10을 그림 4와 비교해 보면 Kriging과 RSM, LRM의 경우 더 적거나 혹은 비슷한 반복횟수로 더 정확히 최적점에 수렴되는 것을 확인할 수 있다. 특히 반복과정의 초기에 최적점에 보다 가까운 근사최적점을 얻을 수 있었다. 이는 더 적은 수의 표본점으로 실제 모델을 정확히 표현할 수 있음을 의미한다. 반면

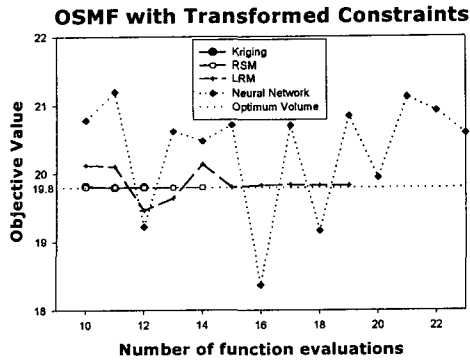


Fig. 7. Comparison of convergence history of different models with transformed constraints

Neural Network의 경우 수렴속도나 수렴결과에 있어서 오히려 더 좋지 않은 양상을 보이고 있다.

5. Two-Member Frame Example[7]

5.1 문제 정의

응력제한 조건의 자연로그를 취하지 않으나 취하느냐에 따라 Case I과 Case II로 구분하여 다섯 가지 근사모델에 대하여 근사모델 관리기

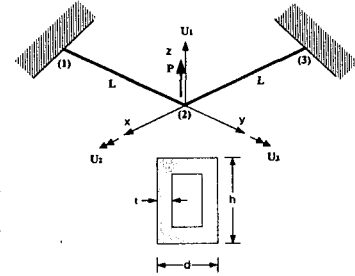


Fig. 11. Two-Member Frame

법을 적용해 보기로 하자. 문제 정의는 다음과 같다.

Find

- Frame width, d • Frame height, h • Frame wall thickness, t

Satisfy

- Constraints:

$$(\sigma_1^2 + 3\tau^2)^{1/2} \leq 40,000, \quad (\sigma_2^2 + 3\tau^2)^{1/2} \leq 40,000$$

Case I	Case II
$g_1(x) = (\sigma_1^2 + 3\tau^2)^{1/2} / 40,000 - 1.0 \leq 0$	$g'_1(x) = \ln[(\sigma_1^2 + 3\tau^2)^{1/2}] - \ln 40,000 \leq 0$
$g_2(x) = (\sigma_2^2 + 3\tau^2)^{1/2} / 40,000 - 1.0 \leq 0$	$g'_2(x) = \ln[(\sigma_2^2 + 3\tau^2)^{1/2}] - \ln 40,000 \leq 0$

- Bounds:

$$2.5 \text{ in.} \leq d \leq 10 \text{ in.}, \quad 2.5 \text{ in.} \leq h \leq 10 \text{ in.}, \quad 0.1 \text{ in.} \leq t \leq 1.0 \text{ in.}$$

Minimize Volume, $V = 2L(2dt + 2ht - 4t^2)$

5.2 수행 결과

그림 12, 13, 14, 15는 최초 15개의 표본점을 선출하여 초기 근사모델을 구축한 후 각각 근사모델로서 Kriging, RSM, LRM, Neural Network을 사용하였을 경우, 각 반복과정에서 새롭게 추가되는 표본점들을 그래프로 표시한 것이다. Kriging에 대해서는 최초 초기점 선정 방법으로는 [7]에서 우수하다고 밝혀진 minmax latin hypercube design 방법을 사용하였고 나머지 세 모델은 중심합성계획법을 사용하였다. 이 문제를 Sequential Linear Programming(SLP)으로 최적화한 결과 총 49회의 함수 평가가 소요되었다. 또한 41개의 표본점에 대해 각각의 근사모델을 구축하고 이에 대해 일회의 최적화를 통해 얻은 최적점도 같은 그래프에 표시하였다. 네 근사모델의 결과를 비교해보면 Kriging과 LRM을 사용했을 때 거의 정확한 최적점에 수렴했으며 RSM의 경우 약간 제한조건을 위배하면서 정확한 최적점과는 약간 거리가 있는 점에 수렴하였다. 반면 Neural Network의 경우 한 점으로 수렴하지 못하고 진동하는 특성이 매우 심했다. 특히 수렴과정은 Neural Network의 구조나 초기점 등에 상당히 민감하게 변하였다. 또한 LRM도 모델의 특성에 결정적인 인자인 bandwidth에 따라서 수렴하지 못하는 경우가 종종 발생한다. Kriging의 경우 주어진 표본점을 모두 통과하도록 학습하는 interpolation 기법인 반면, LRM에서 각 설계점의 근사는 그 일정한 주의의 표본점들에

대해 regression analysis를 통해 얻어진 모델이기 때문에 항상 주어진 표본점들을 그 다항식이 통과하지는 않는다. RSM과 Neural Network 역시 regression에 기초한 방법이기 때문에 주어진 표본점에서의 오차가 존재한다. 이러한 LRM, RSM, Neural Network의 특성은 실제 최적점에서의 수렴에 장애가 되는 원인으로 분석된다. Kriging과 같은 interpolation하는 특성이 수렴을 위한 최소한의 필요조건이라 할 수 있다.

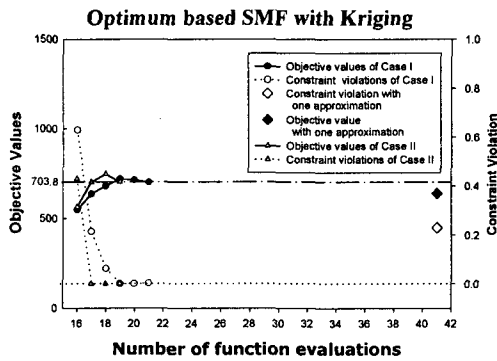


Fig. 12 Convergence history of OSMF with Kriging

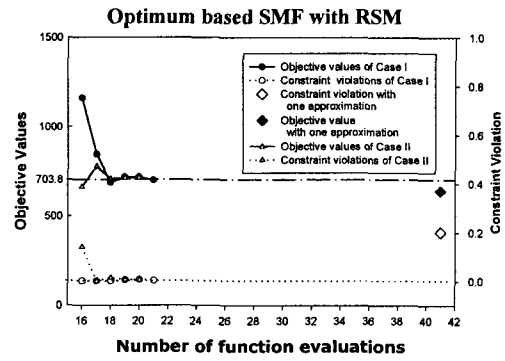


Fig. 13 Convergence history of OSMF with RSM

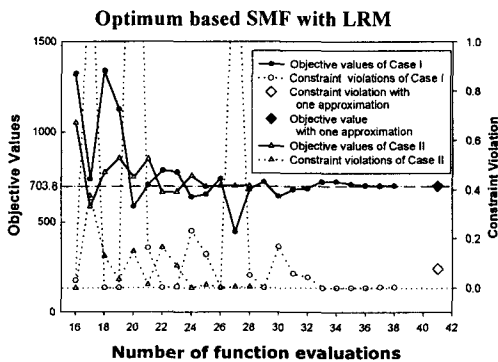


Fig. 14. Convergence history of OSMF with LRM

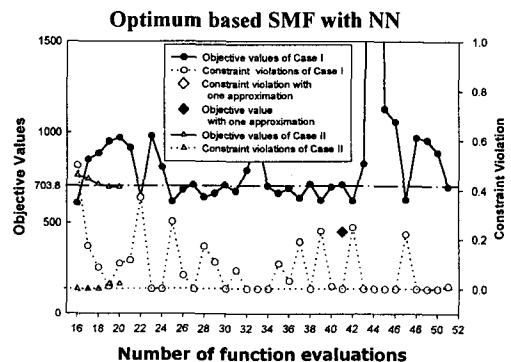


Fig. 15 Convergence history of OSMF with NN

Case I과 Case II를 비교해 보면 Case II의 경우가 대체적으로 더 적은 반복 횟수로 최적점에 수렴하는 것을 확인할 수 있다(표 2). 특히 Kriging과 LRM을 사용하였을 때 제한조건의 위반정도가 빠르게 줄어들고 있는 것을 확인할 수 있다. 주어진 응력제한 조건 역시 설계변수인 d , t , h 가 0에 가까워짐에 따라 급격히 커지기 때문에 자연로그함수를 취해, 보다 smooth하게 치환한 접근이 어느 정도 효과적이라 할 수 있다. 이 밖에도 데이터의 형태에 따른 다양한 변환 방법에 대한 체계적인 연구가 필요하다 생각된다.

Hilbert space filling curve는 설계 공간을 210개의 설계점으로 이산화하고 21개의 segmental submodel을 만들어 각각 10개씩의 설계점을 근사하도록 하였다. 최초 7개의 표본점으로 spacefilling curve를 구축하여 210의 설계점 중 가장 우수한 한 점을 뽑아 7개의 표본점에 추가시켰다. 결국 총 8개의 표본점을 사용해 표 3과 같은 점에 수렴하였다. Kriging이나 RSM, LRM의 결과에 비하면 결코 좋다고는 할 수 없지만 그 사용된 표본점의 수에 비해서는 우수한 결과라 할 수 있다. 초기 표본점 수를 늘리더라도 이산화된 설계점이 한정되어 있기 때문에 결과가 크게 좋아지는 않는다. 고비용 해석 비용이 아주 제한적일 때 다른 근사모델보다 유리한 방법이라 할 수 있다.

Table 2. Results of two-member frame example with Kriging

	Eval. #	d	h	t	g_1	g_2	volume	Elapsed time(sec)
Exact Optimum	-	7.798	10.000	0.100	0.00002	-0.7064	703.82	-
SLP	49	7.834	9.999	0.100	-3.526e-3	-0.7068	705.33	0.06
Case I OSMF-Kriging	21	7.785	10.000	0.100	2.680e-3	-0.7059	702.60	111
Case II OSMF-Kriging	19	7.810	10.000	0.100	7.90e-4	-1.2241	702.99	46
Case I OSMF-RSM	21	9.559	8.644	0.1000	6.47e-3	-0.6548	719.35	1.050
Case II OSMF-RSM	20	9.040	9.012	0.1000	4.98e-3	-1.105	713.29	0.940
Case I OSMF-LRM	38	7.786	10.000	0.1000	2.34e-3	-0.7060	702.69	77
Case II OSMF-LRM	28	7.795	10.00	0.1000	1.93e-3	-1.224	702.67	47
Case I OSMF-NN	51	7.821	10.000	0.1000	-2.29e-3	-0.7067	704.84	159
Case II OSMF-NN	20	8.451	9.61	0.1000	-1.70e-2	-1.185	714.49	14

Table 3. Results of two-member frame example with Hilbert spacefilling curve

	Eval. #	d	h	t	g_1	g_2	volume	Elapsed time(sec)
Exact Optimum	-	7.798	10.000	0.1000	0.0000	-0.7064	703.82	-
Case I OSMF-Hilbert	8	7.023	8.928	0.1429	-0.1179	-1.3434	895.24	49
Case II OSMF-Hilbert	8	9.047	9.047	0.2143	-0.5163	-0.8418	1514.29	50

Optimum based SMF with Hilbert SCM and Kriging

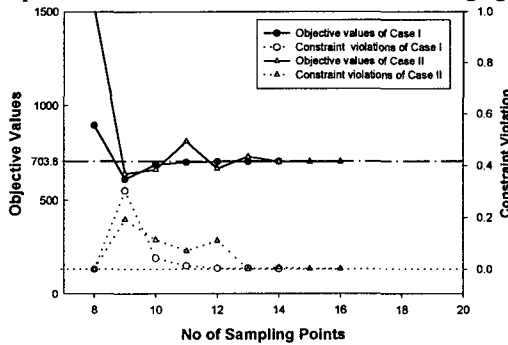


Fig. 16 Convergence history of OSMF with HSCM & Kriging

Optimum based SMF with only Kriging

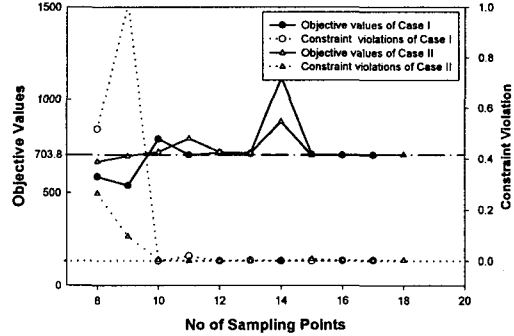


Fig. 17 Convergence history OSMF with only Kriging

보다 좋은 결과를 얻기 위해 여기서 얻어진 8개의 데이터를 초기 data로 하여 OSMF with Kriging을 수행하였다(그림 16). 처음부터 7개의 데이터를 가지고 OSMF with Kriging을 수행한 결과(그림 17)와 비교하였을 때 그 반복 횟수에서나 수렴의 안정성 면에서 약간의 개선이 보이고 있다. 이 외에도 초기 표본점의 수를 7개에서 15개까지로 늘려가며 Hilbert SCM을 수행하고 여기서 얻어진 결과를 시작으로 다시 OSMF with Kriging을 수행하였다. 동수의 표본점을 추출하여 OSMF with Kriging만을 수행한 결과와 비교하였을 때 대체로 그 수렴까지의 반복회수는 크게 줄어들었다고는 말할 수 없으나 그 수렴 진행 과정은 상당히 안정된 경향을 보여주었다. 특히 표본점의 수가 적을수록 최적화 모듈의 파라미터에 따라 엉뚱한 점으로 수렴해버리는 현상이 종종 일어나는데 이러한 현상이 많이 줄어들었다. Hilbert SCM에서 얻은 새로운 표본점이 OSMF with Kriging의 초기에 얻은 표본점 보다 더 최점점에 가까이 위치하기 때문으로 추정된다.

6. 결론

본 연구에서는 근사모델 관리 기법 중 pattern search algorithm을 기반으로 한 Surrogate Management Framework(SMF) 기법의 고성능 함수 평가 회수를 줄이려는 노력에 초점을 맞추었다. 본래의 SMF는 확실한 전체해로의 수렴성을 보장하기는 하지만 지나치게 많은 고성능 함수 평가를 요구하고 있다. 이런 점을 보완하기 위해 근사모델을 이용한 최적점을 새로운 표본점으로 포함시켰다. 이 Strategy들을 Two-Bar Truss 문제와 Two-Bar Frame 문제에 적용하여 그 가능성을 확인하였다. 또한 근사모델로서 Kriging과 Local Regression Method, Response Surface Method, Neural Network, Hilbert Spacefilling Curve Method를 적용해 그 결과들을 비교하여 각각의 특징을 파악하였다. 전체 최적점으로서의 수렴에는 Kriging과 같이 interpolation method가 적당하며 Spacefilling curve는 적은 수의 표본점에 적합하다고 할 수 있다. 또한 주어진 학습 데이터에 간단한 자연로그 함수를 이용해 매끄럽게 치환한 후 근사모델을 구축하면 더 빠른 수렴을 할 수 있다는 가능성을 보여주고 있다. 추후에는 실제로 많은 계산 시간이 요하는 문제에 직접 적용해 볼 예정이다.

References

- [1] S. Burgee, A. A. Giunta, V. Balabanov, B. Grossman, W. H. Mason, R. Narducci, R. T. Hafca, and L. T. Watson, "A coarse grained parallel variable-complexity multidisciplinary optimization paradigm", The International Journal of Supercomputing Applications and High Performance Computing, 10(1996), pp. 269-299.
- [2] A. A. Giunta, Aircraft Multidisciplinary Design Optimization Using Design of Experiments Theory and Response Surface Modeling Methods, Phd thesis, Department of Aerospace and Ocean Engineering, Virginia Polytechnic Institute & State University, Blacksburg, Virginia, 1997; available as MAD 97-05-01, Multidisciplinary Analysis and Design Center for Advanced Vehicles, Virginia polytechnic Institute & State University, Blacksburg, Virginia 24061-0203.
- [3] J. Rodriguez, J. E. Renaud, and L. T. Watson, "Trust region augmented Lagrangian methods for sequential response surface approximation and optimization", in Proceedings of DETC '97, September 1997. ASME paper DETC97DAC3773, presented at the 1997 ASME Design Engineering Technical Conference, September 14-17, Sacramento, California.
- [4] A. J. Booker, J. E. Dennis, Jr., P. D. Frank, D. B. Serafini, V. Torczon, and M. W. Trosset, "A rigorous framework for optimization of expensive functions by surrogates", Structural Optimization, 17 (1999), pp. 1-13.
- [5] J. E. Dennis, Jr and V. Torczon, "Managing approximation models in optimization". In N. Alexandrov and M. Y. Hussaini, editors, multidisciplinary Design optimization: State-of-the-Art, 330-347. SIAM, Philadelphia. Also available as Technical Report 95-19, Department of Computational and Applied mathematics, Rice University, Houston, Texas 77005-1892, 1997.
- [6] M. W. Trosset, and V. Torczon, "Numerical optimization using computer experiments". Technical Report 97-38, ICASE, NASA Langly Research Center, Hampton, Virginia 23681-2199, 1997.
- [7] Timothy W. Simpson, A Concept Exploration Method for Product Family Design, Phd thesis, Department of Mechanical Engineering, Georgia Institute of Technology, 1998.
- [8] N. A. C. Cressie, Statistics for Spatial Data, Revised Edition, Jhon Wiley & Sons, New York, 1993.
- [9] R. H. Myers, & D. C. Montgomery, Response Surface Methodology: Process and Product Optimization Using Designed Experiments, John Wiley & Sons, New York, 1995.
- [10] Clive Loader, Local Regression and Technologies, Springer, New York., 1999.
- [11] G. Peano, Sur nue Courbe qui Remplit Toute Aire Plane, Math. Ann., Vol.36, pp157-160, 1890.
- [12] D. Hilbert, Ueber die stetige Abbildung einer Linie auf ein Flaechenstueck, Math. Ann., Vol.38, pp459-460, 1891.