한국전산구조공학회
2000년도 봄 학술발표회 논문집

단모멘트를 받는 개단면 박벽 복합재 보의 횡좌굴 해석

Lateral Buckling Analysis of Open Section Composite Laminated Beam Under End-Moment

김 만 호* 신 동 구**
Kim, Man Ho Shin, Dong Ku

ABSTRACT

Lateral buckling behavior of laminated composite thin-walled I-section beams subjected to bending moment is investigated by applying the nonlinear anisotropic thin-walled beam theory. The constituent laminated thin-walled elements of I-section are assumed to be symmetrically laminated. The bending, twisting, and warping stiffnesses of the cross section are obtained based on the definitions of these stiffnesses in the thin-walled anisotropic beam theory. In numerical examples, singly-symmetric I-beams with specially orthotropic, quasi-isotropic, angle-plys and various boundary conditions are considered. To validate the proposed theoretical approach, present analytical solutions are compared with three dimensional finite element solutions.

Keywords : *laminated thin-walled beam, nonlinear thin-walled theory, I-section, lateral buckling*

1. 서 론

세장비가 큰 보가 강축에 대한 휨모멘트을 받는 경우 단면의 비틂과 횡방향 휨에 의한 변형으로 인하여 좌굴을 일으킬 수도 있으며 이와 같은 형태의 좌굴을 휨-비틂 좌굴(flexural torsional buckling) 또는 횡좌굴(lateral buckling)이라고 한다. 재료의 특성이 균질하고 등방성인 강재 보에 대한 횡방향 좌굴에 관한 많은 연구(Hancock 1978, 1981; Roberts 1981; Roberts와 Jhita 1983; Ma와 Hughes 1996)가 수행되었으며 설계 시방규정도 잘 정립되어 있다. 특히, Ma와 Hughes(1996)와 Hughes와 Ma (1996)는 분포하중하 일축대칭인 I-형 강재보의 횡방향 비틂 좌굴에 해석을 위한 에너지법을 제안하였는데 복부판의 좌굴형상을 5차 다항식의 형태로 가정한 해석결과가 유한요소 해석결과와 비교할 때 상당히 정확한 것으로 보고하고 있다. FRP 복합재 보의 횡방향 좌굴에 관한 실험적 및 이론적 연구는 비교적 최근인 1990년대에 시작되어 전형적인 단면 형상에 대한 횡방향 비틂 좌굴을 설계에 고려하는 방법이 개발되고 있다. Mottram (1992)의 E-glass FRP I-형 단면보에 대한 휨-비틂 좌굴실험은 전단변형의 효과가 상당히 크다는 점을 발견하였다. Barbero와 Raftoyiannis (1994)는 에너지법과 판이론을 적용하여 FRP I-형 단면보의 횡좌굴 및 단면좌굴에 관한 해석방법을 제안하였다. 이들의 해석이론은 Roberts와 Jhita (1983)가 정식화한 이론을 확장한 개념이며 단면내의

* 명지대학교 토목공학과 석사과정
** 정회원 · 명지대학교 SOC공학부 부교수

변형 (distortional deformation)과 전단변형, 휨-비틂 연계성 영향을 고려하였다. Pandey 등 (1995)은 Galerkin 의 에너지법을 적용하여 인발 I-형 복합재 단면보의 횡좌굴 성능을 개선하기 위한 최적의 적층방법을 연구하였다. Lin 등 (1996)은 절점당 7자유도를 갖는 요소를 사용하여 유한요소 해석을 시도하였으며 이들의 연구결과는 전단변형의 영향이 매우 큰 것으로 보고하고 있다. 인발 FRP 보의 횡방향 좌굴에 대한 실험 및 이론연구에 근거하여 Razzaq 등 (1996)은 하중-저항계수 설계법 (Load and Resistance Factor Design)을 제안하였다. 이들의 연구에서는 경간상 여러 곳에 하중이 작용하는 부재를 실험하였으며 횡방향 좌굴하중과 약축에 대한 세장비의 관계를 분석하여 설계식을 제안하였다. Brooks와 Turvey (1995), Turvey (1996a,b), Turvey와 Brooks (1996)는 인발 E-glass 복합재 I-형 보에 있어서 작용하중의 위치와 지지조건이 횡방향 좌굴거동에 미치는 영향을 실제 보시편으로 실험을 수행하고 유한요소 해석결과와 비교하였다. 이들의 연구에 의하면 실험과 해석결과간의 차이는 주로 보의 초기처짐, 좌굴전 변형, 기하학적 비선형성에 기인하는 것으로 분석하고 있다. 최근 Davalos 등 (1997)은 5차 다항식의 형상함수를 사용한 에너지 이론을 적용하여 WF 보의 휨-비틂 좌굴거동을 해석하고 해석결과를 인발 보 실험에 의한 결과 및 유한요소 해석결과와 비교하여 해석결과의 정확성을 검증한 후 부재의 중앙에 집중하중 P가 작용하는 경우에 대한 단순 해석식을 제안하였다. EuroCOMP 시방서에서는 직교이방성으로 적층되고 2축대칭 복합재 보단면에 대한 횡방향 비틂 좌굴 모멘트를 규정하고 있다.

2. 비선형 평형방정식 (Nonlinear equlibrium equations)

Bauld와 Tzeng은 Vlasov와 Gjelsvik의 등방성 박벽 보이론을 확장하여 이방성 개단면 박벽 복합재 보에 대한 선형 및 기하학적 비선형 평형방정식을 구하였다. 박벽 적층 복합재 보이론에서는 그림 1과 같이 (x,y,z) 직교좌표, (s,n,z) 단면 외형좌표(contour coordinate) 및 극좌표(pole axis)를 사용하며, 보의 변위성분은 극좌표를 기준으로 x, y, z축에 대한 이동변위 U, V, W 및 극점(principal pole)중심의 회전변위 ϕ로 구성되는데 이들 보의 변위성분은 종방향에 평행한 z축에 대한 함수이다.단면을 구성하는 판요소의 변위성분 u, v, w는 단면 외형좌표축 s 및 n에 대한 함수이다. 그림 2는 박벽 보이론에서의 보의 합력성분을 나타내는데 N은 축합력, T_s는 St. Venant의 순수토오크, M_ω는 뒴모멘트(warping moment) 또는 바이모멘트(bimoment), M_x와 M_y는 x, y축을 중심으로 작용하는 휨모멘트이다. 보의 합력 가운데 축력과 휨모멘트는 (x, y, z) 직교좌표계를, 토오크 및 뒴모멘트는 극좌표축(pole axis)을 중심으로 작용한다.

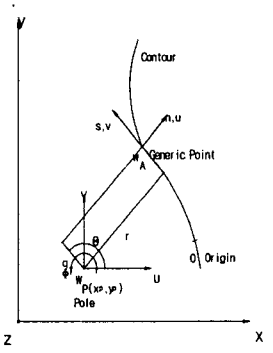


그림 1. 기준좌표계 및 변위성분

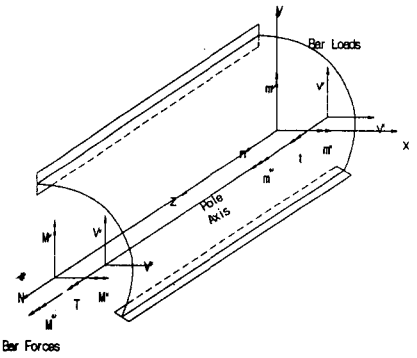


그림 2. 보의 합력 및 하중성분

보의 합력성분 N, M_x, M_y, M_ω 및 St. Venant 토오크 T_s는 아래의 상관관계식에 의해 보의 변위성분으로 표현된다.

$$\begin{pmatrix} N \\ -M_x \\ M_y \\ M_\omega \\ T_s \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A & -S_x & -S_y & -S_\omega & 0 \\ -S_x & I_{xx} & I_{xy} & I_{\omega x} & H_c \\ -S_y & I_{xy} & I_{yy} & I_{\omega y} & -H_s \\ -S_\omega & I_{\omega x} & I_{\omega y} & I_{\omega\omega} & H_q \\ 0 & H_c & -H_s & H_q & JG \end{bmatrix} \begin{pmatrix} W' \\ V'' \\ U'' \\ \phi'' \\ \phi' \end{pmatrix} \tag{1}$$

윗 식에서 A, S_x, S_y, S_w, I_{xx}, I_{xy}, I_{wx}, I_{wy}, I_{ww}, JG, H_c, H_s, H_q 등은 각종 단면계수로 신동구 등 (2000)에 정의되어 있다.

단면박벽 적층보의 선형이론에서의 평형방정식은 가상일의 원리로부터 다음 식과 같이 유도된다.

$$\begin{aligned} N' + n = 0 \ , \qquad & M_x'' + v_y + m_x' = 0 \\ M_y'' - v_x + m_y' = 0 \ , \quad & M_\omega'' - T_s' + m_\omega' = 0 \end{aligned} \tag{2}$$

윗 식에서, n, v_x, v_y, m_ω, m_x, m_y는 그림 2에 나타낸 바와 같이 보에 외력으로 작용하는 축력, x, y 방향 전단력, 뒴모멘트 및 x, y방향 휨모멘트 하중강도이다. 변형후 형상에 대한 기하학적 비선형 평형방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & N' + n = 0 \\ & M_y'' + (\phi M_x)'' - [N(U + y_p\phi)']' - v_x = 0 \\ & M_x'' - (\phi M_y)'' + [N(V - x_p\phi)']' + v_y = 0 \\ & T_s' - M_\omega'' + [N(y_pU - x_pV)']' - M_xU'' - M_yV'' \\ & \quad + [\phi'(AR_p^2W' - K_y I_{yy} U'' - K_x I_{xx} V'' - K_\omega I_{\omega\omega}\phi'' + H_\phi\phi')]' - (v_xe_x + v_ye_y)\phi = 0 \end{aligned} \tag{3}$$

여기서, x_p와 y_p는 그림 1에서 극점 P의 직교좌표계 (x,y,z)에 대한 x 및 y좌표값이며, e_x 및 e_y는 분포 전단하중 v_x 및 v_y의 극점으로부터 편심거리를 나타내며, H_ϕ, R_p^2, K_x, K_y, K_ω는 유한변형으로 발생하는 추가적인 단면계수로 신동구 등 (2000)에 정의되어 있다.

기하학적 비선형 평형방정식 (3)은 합력과 변위의 곱으로 나타난 항들에 의해 비선형성을 보이게 된다. 좌굴전 선형영역에서의 평형방정식은 기하학적 비선형 평형방정식 (3)에 $T_s = M_\omega = \phi = 0$을 대입하고 고차항을 무시하여 다음 식과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} & N_o' + n = 0 \ , \quad M_{yo}'' - v_x = 0 \\ & M_{xo}'' + v_y = 0 \ , \ [N_o(y_pU_o - x_pV_o)']' - M_{xo}U_o'' - M_{yo}V_o'' = 0 \end{aligned} \tag{4}$$

윗 식에서 아랫 첨자 o는 좌굴 전을 나타낸다. 분기형 좌굴에 있어서 좌굴식은 식 (3)으로부터 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} & N' = 0 \\ & M_y'' + (\phi M_{xo})'' - [N_o(U + y_p\phi)']' = 0 \\ & M_x'' - (\phi M_{yo})'' + [N_o(V - x_p\phi)']' = 0 \end{aligned} \tag{5}$$

$$T_s' - M_\omega'' + [N_o(y_p U - x_p V)']' - M_{xo}U'' - M_{yo}V'' + \Phi'(AR_p^2 W_o' - K_y I_{yy} U_o'' - K_x I_{xx} V'' - K_\omega I_{\omega\omega}\Phi'') - (v_x e_x + v_y e_y)\Phi = 0.$$

3. 횡방향 좌굴해석

길이가 L인 복합적층 보의 양단에 휨모멘트 $M_x(0)=M_x(L)=M$이 작용하는 경우 작용모멘트 M이 횡방향 좌굴모멘트보다 작으면 좌굴전 선형해석이 필요하며, 횡방향 좌굴모멘트의 산정은 박벽 보이론에서의 비선형 평형방정식 (3)을 적용한 횡좌굴해석을 수행해야 한다.

(1) 좌굴전 선형해석

단부에 모멘트를 받는 복합적층 보에 대한 좌굴전 선형영역에서의 평형방정식은 식 (4)에 $N_o(z)=0$, $M_{yo}(z)=0$ 및 $M_{xo}(z)=M$을 대입하면 다음 식과 같이 단순화된다.

$$M_{yo}'' = 0,\ M_{xo}'' = 0,\ M_{xo}U_o'' + M_{yo}V_o'' = 0 \tag{6}$$

상관관계식 (1)에서 변위간 연계효과가 발생하지 않도록 좌표축을 설정하면 x축에 대한 휨모멘트 M_x는 다음 식으로 표현 가능하다.

$$M_x = -I_{xx}V'' \tag{7}$$

그런데, 작용 모멘트는 M_x = M으로 일정하므로 수직방향의 처짐에 대한 양단에서의 경계조건을 이용하면 수직처짐 V를 구할 수 있다. 예를 들어 양단에서 처짐이 구속된 경우에는 처짐은 다음 식으로 구할 수 있다.

$$V(z) = \frac{MLz}{2I_{xx}}\left(1-\frac{z}{L}\right) \tag{8}$$

해석대상 보가 단부 휨모멘트에 의한 휨-비틂 좌굴을 일으키기 전에는 이상의 결과를 적용하여 보의 변형을 구할 수 있고 플랜지와 복부판의 각 플라이 변형율과 응력을 변위-변형율 관계식과 응력-변형율 관계식으로부터 응력을 구할 수 있다.

(2) 좌굴 해석

단부에 작용모멘트 M을 받는 복합재 보의 좌굴에 대한 지배방정식은 2절에서 유도한 기하학적 비선형 평형방정식 (5)로부터 다음 식으로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} N' &= 0\ , \qquad M_y'' + (\Phi M_x)'' = 0 \\ M_x'' &= 0\ , \qquad T_s' - M_\omega'' - M_x U'' + K_x\Phi' = 0 \end{aligned} \tag{9}$$

N(z)=W(z)=0이므로 윗 식에 상관관계식 (1)을 대입하면 변위로 표현된 횡방향 좌굴에 관한 다음과 같은 지배방정식을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} &I_{xx}V'''' = 0\ , \quad I_{yy}U'''' + M\Phi'' = 0 \\ &I_{ww}\Phi'''' - JG\Phi'' + M(U'' - K_x\Phi'') = 0 \end{aligned} \tag{10}$$

윗 식으로부터 수직변위 V는 독립적인 미분방정식으로부터 구할 수 있지만, 횡방향 변위 U와 비틂각 Φ는

두 번째 식과 세 번째 식으로 연계되어 있음을 알 수 있다. 두 번째 식을 z에 관해 두 번 적분하여 식 (10)의 세 번째 식에 대입하면 비틂각에 관한 독립된 다음과 같은 미분방정식을 구할 수 있다.

$$I_{ww}\,\Phi'''' - (JG + M K_x)\Phi'' - \frac{M^2}{I_{yy}}\Phi = -(\alpha z + \beta)M \tag{11}$$

위의 4차 상미분방정식의 일반해는 다음 식과 같이 구할 수 있다.

$$\Phi = C_1 \sinh \lambda_1 z + C_2 \cosh \lambda_1 z + C_3 \sin \lambda_2 z + C_4 \cos \lambda_2 z + \frac{I_{yy}}{M}(\alpha z + \beta) \tag{12}$$

여기서, C_i (i=1,2,3,4)는 상수이고,

$$(\lambda_{1,2})^2 = \frac{JG + MK_x \pm \sqrt{(JG + MK_x)^2 + 4M^2 I_{ww}/I_{yy}}}{2I_{ww}} \tag{13}$$

식 (12)를 식 (10)의 두 번째식을 이용하여 대입하면 횡방향 변위 U는 다음 식으로부터 구할 수 있다.

$$U = -\frac{M}{I_{yy}}\left[\frac{(C_1 \sinh \lambda_1 z + C_2 \cosh \lambda_1 z)}{\lambda_1^2} - \frac{(C_3 \sin \lambda_2 z + C_4 \cos \lambda_2 z)}{\lambda_2^2} + \gamma z + \delta\right] \tag{14}$$

여기서, γ와 δ는 미지상수이다. 윗 식 (12)~(14)를 이용하여 아래 식 (15)와 같은 경계조건을 변위 성분 U와 Φ에 대입하면 특성치 방정식(characteristic equation)을 유도할 수 있으며, 이 특성 방정식으로부터 좌굴모멘트와 좌굴모우드를 구할 수 있다.

a) 단순보 ; $U(0) = U''(0) = \Phi(0) = \Phi''(0) = U(L) = U''(L) = \Phi(L) = \Phi''(L) = 0$

b) 양단 고정보 ; $U(0) = U'(0) = \Phi(0) = \Phi'(0) = U(L) = U'(L) = \Phi(L) = \Phi'(L) = 0$ (15)

c) 외팔보; $U(0) = U'(0) = \Phi(0) = \Phi'(0) = M_y(L) = V_x(L) = M_\omega(L) = T(L) = 0$

d) 고정-힌지보 ; $U(0) = U'(0) = \Phi(0) = \Phi'(0) = U(L) = U''(L) = \Phi(L) = \Phi''(L) = 0$

식 (15)의 c) 외팔보에서 합력성분은 식 (1)로부터 다음 식과 같은 변위와의 관계를 갖는다.

$$M_y = I_{yy}U'' + M\Phi,\quad V_x = -M\Phi,\quad M_\omega = I_{\omega\omega}\Phi'' - MU,$$
$$T = -I_{\omega\omega}\Phi''' + GJ\Phi' - M'' + K_x M\Phi' \tag{16}$$

결국, 각 경우에 있어서의 횡좌굴 모멘트를 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$M_{cr} = \frac{(m\pi)^2 I_{yy}}{L}\left\{\pm\left[\left(\frac{K_x}{2L}\right)^2 + \frac{I_{\omega\omega}}{L^2 I_{yy}} + \frac{GJ}{(m\pi)^2 I_{yy}}\right]^{1/2} - \frac{K_x}{2L}\right\} \tag{17}$$

윗 식에서 m은 보의 양단에서 경계조건에 따라 다른 값을 갖는데 단순보인 경우 m = 1, 양단고정보인 경우 m = 2, 외팔보인 경우 m = 0.5, 고정-힌지보인 경우 m = 1.4303이다. 횡좌굴 모멘트 식 (17)에서 K_x를 포함한 항은 단면의 비대칭성에 기인한 것이며, $I_{ww}/L^2 I_{yy}$는 단면의 뒴(warping), $GJ/(m\pi)^2 I_{yy}$는 순수 비틂(pure torsion)에 의한 영향 때문이다.

4. 횡좌굴 해석 적용 예제

보의 양단에 균일 모멘트를 받고 있는 복합적층 개단면 I-형 단면 박벽보에 대한 횡좌굴 해석을 전절에서 유도한 해석기법을 적용하여 수행하였다. 박벽보 단면은 수평축을 중심으로 대칭인 일축 대칭 I-형 단면을 고려하였다. 이들 단면을 구성하는 플랜지와 복부판은 동일한 적층순서와 적층각을 갖으며, 플랜지와 복부판은 E-Glass/Epoxy로 총두께는 2.08mm로 가정하였고, 물성치는 E_1=53.78 GPa, E_2= E_3=17.93 GPa, G_{12}= G_{13}=8.96 GPa, G_{23}=3.45 GPa, ν_{12}= ν_{13}=0.25, ν_{23}=0.34 이다. 아래에는 이론해와 함께 플랜지와 복부판을 적층판 요소로 3차원 모델링하여 ABAQUS 프로그램으로 구한 유한요소해를 아울러 제시하였다.

일축대칭 I-형 단면을 가진 상부플랜지의 폭이 30mm, 하부플랜지의 폭 및 복부판 높이가 50mm, 길이가 4000mm 및 8000mm인 보가 직교이방성, 준등방성 및 앵글플라이로 적층된 경우에 대한 횡좌굴 해석 결과를 표 1과 표 2에 수록하였다.

표 1. 일축대칭 I형 단면 박벽보의 횡좌굴 모멘트 (L=4000mm)

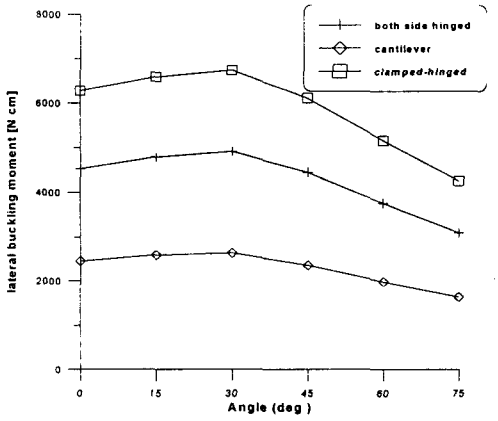
적 층	단순보			외팔보			고정-힌지보		
	M_{cr}(N · cm)		$\frac{(M_{cr})_{이론}}{(M_{cr})_{FEM}}$	M_{cr}(N · cm)		$\frac{(M_{cr})_{이론}}{(M_{cr})_{FEM}}$	M_{cr}(N · cm)		$\frac{(M_{cr})_{이론}}{(M_{cr})_{FEM}}$
	이론	FEM		이론	FEM		이론	FEM	
$[0]_{16}$	4528	4656	0.973	2448	2467	0.993	6273	6197	1.012
$[\pm 15]_{4s}$	4785	4879	0.980	2581	2587	0.997	6589	6452	1.021
$[\pm 30]_{4s}$	4912	4962	0.990	2624	2606	1.007	6738	6530	1.032
$[\pm 45]_{4s}$	4439	4461	0.995	2348	2324	1.011	6102	5927	1.029
$[\pm 60]_{4s}$	3744	3773	0.992	1976	1963	1.007	5152	5117	1.007
$[\pm 75\ ]_{4s}$	3091	3135	0.986	1638	1638	1.000	4247	4335	0.980
$[0/90\ ]_{4s}$	3794	3879	0.978	2043	2055	0.994	5217	5297	0.985
$[0/-45/90/-45]_{2s}$	4137	4197	0.986	2212	2205	1.003	5675	5662	1.002

표 1의 양단 고정보에서는 양단에 모멘트를 주었을 때, 국부좌굴이 발생하였기 때문에 좌굴 해석을 하지 않았다. 식 (17)의 각 항에서 횡좌굴 모멘트에 미치는 영향을 알아보기 위해 각 경계조건에서의 단면 계수를 넣어 비교한 결과, 첫 번째 항인 $(K_x/2L)^2$과 두 번째 항인 I_{ww}/L^2I_{yy}는 적층방법에 따라 별 차이가 없었으나 세 번째 항인 $GJ/(m\pi)^2I_{yy}$는 적층방법에 따라 상당한 차이를 보이고 있음을 알 수 있었다. 세 번째 항에서 가장 큰 수치를 보인 적층각은 45°, 65°, 75°이며, 약축에서의 단면 이차모멘트 I_{yy}는 반대로 이들 적층각에서 상대적으로 작은 값을 보였다. 식 (17)의 횡좌굴 모멘트식을 보면 알 수 있듯이 약축에 대한 단면 이차모멘트 I_{yy}의 영향이 크다. 따라서, 횡좌굴 모멘트는 단면의 비대칭성과 뒴에 의한 영향보다는 비틂과 횡방향 휨에 대한 단면특성의 영향이 상당히 큰 것으로 분석되었다.

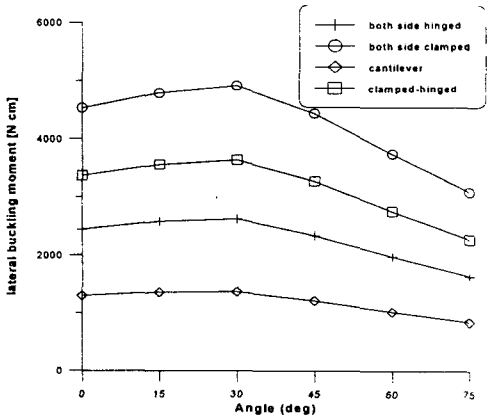
유한요소 해석에 있어 작용하중의 위치와 지지 조건이 횡좌굴에 미치는 영향이 컸다. 그래서, 여러 경계조건과 작용하중의 위치를 고려한 결과 단순보와 외팔보의 경우에는 양쪽 단면 주극점에, 양단 고정보와 고정 힌지보는 양쪽 단면 모든 절점에 휨모멘트를 주어 해석하였더니 비교적 그 해가 이론해와 잘 일치하였다.

표 2. 일축대칭 I형 단면 박벽보의 횡좌굴 모멘트 (L=8000mm)

적 층	단순보			양단 고정보			외팔보			고정-힌지보		
	M_{cr}(N · cm)		$(M_{cr})_{이론}$	M_{cr}(N · cm)		$(M_{cr})_{이론}$	M_{cr}(N · cm)		$(M_{cr})_{이론}$	M_{cr}(N · cm)		$(M_{cr})_{이론}$
	이론	FEM	$(M_{cr})_{FEM}$	이론	FEM	$(M_{cr})_{FEM}$	이론	FEM	$(M_{cr})_{FEM}$	이론	FEM	$(M_{cr})_{FEM}$
$[0]_{16}$	2448	2487	0.984	4528	4568	0.991	1294	1298	0.997	3367	3592	0.937
$[\pm15]_{4s}$	2581	2611	0.989	4785	4757	1.006	1357	1357	1.000	3558	3752	0.948
$[\pm30]_{4s}$	2624	2634	0.996	4912	4756	1.033	1365	1357	1.006	3639	3772	0.965
$[\pm45]_{4s}$	2348	2348	1.000	4439	4360	1.018	1213	1202	1.009	3274	3401	0.963
$[\pm60]_{4s}$	1976	1976	1.000	3744	3904	0.959	1019	1012	1.007	2758	2919	0.945
$[\pm75\ ]_{4s}$	1638	1648	0.993	3091	3390	0.912	847	845	1.002	2282	2466	0.925
$[0/90\ ]_{4s}$	2043	2068	0.988	3794	4051	0.937	1071	1073	0.999	2820	3054	0.923
$[0/-45/90/-45]_{2s}$	2212	2226	0.994	4137	4272	0.968	1151	1146	1.004	3066	3257	0.941



(a) $[\ \theta/\theta\ ]_{4s}$ (L=4000mm)



(b) $[\ \theta/\theta\ ]_{4s}$ (L=8000mm)

그림 3. 앵글플라이 I-형 단면의 적층각별 횡좌굴 모멘트

이론 및 유한요소법으로 구한 횡좌굴 모멘트는 표 1의 고려한 모든 적층 단면과 표 2의 단순보와 외팔보의 적층 단면에서 상당히 잘 일치하는 반면, 표 2의 양단 고정보의 적층각 60°, 75° 및 $[0/90]_{4s}$ 크로스플라이 단면과 고정-힌지보의 고려한 모든 적층단면에서는 유한 요소해의 수치가 이론해보다 100~300정도 큰 것으로 나타났다. 특히, 적층각 75°와 $[0/90]_{4s}$ 크로스플라이 단면의 경우 다른 적층 단면에 비해 많은 차이를 보였다. 그것은 양단 고정보나 고정-힌지보와 같이 경계 조건이 복잡할수록 이론해에서의 경계 조건을 3차원 유한 요소 해석에 적용하기가 까다롭기 때문이라 사료된다. 표 1과 표 2를 살펴보면 수치의 경향이 일정함을 알 수 있는데, 횡좌굴 모멘트의 크기가 앵글플라이에서는 적층각 0°, 15°, 30°순으로 커지다가 그 후로 작아지며 $[0/90]_{4s}$ 크로스플라이 단면은 적층각 60°와 비슷하고 $[0/-45/90/45]_{2s}$ 준등방성 단면에서는 적층각 45°와 60°사이의 값을 갖는 것을 관찰할 수 있었다.

그림 3은 $[\ \theta/\theta\ ]_{4s}$ 앵글플라이로 적층된 단면보의 횡좌굴 모멘트를 경계조건별로 적층각의 함수로 나타낸 것이다. 축방향과 비슷한 적층각 0°, 15°, 30°에서 비교적 다른 적층 단면에 비해 큰 값을 가지며, 축방향과 가장 어긋난 적층각 75°에서 가장 작은 값을 보임을 알 수 있다. 이 결과들은 단면의 적층각과 보의 경계조건이 횡좌굴 모멘트값에 많은 영향을 미치며, 고려했던 4가지 경계조건 모두의 적층 단면에서 적층각이 30°인 앵글플라이의 경우가 횡좌굴에 잘 저항하는 것을 보여 준다.

5. 결 론

단모멘트를 받는 복합 적층 박벽보의 횡좌굴해석을 Vlasov형 비선형 이방성 박벽보 이론을 적용하여 수행하고 횡좌굴 모멘트식을 유도하였다. 박벽보 단면을 구성하는 플랜지와 복부판의 적층 박벽요소는 각각의 요소 중립면에 대해 대칭 적층된 것으로 가정하였다. 수치 예제에서는 직교이방성, 준등방성, 앵글플라이로 적층된 일축대칭 I-형 단면의 횡좌굴거동을 분석하였다. 본 연구를 통하여 얻은 결론은 다음과 같다.

1) 해석적 이론에 의해 구한 횡좌굴 모멘트값은 플랜지와 복부판을 판요소로 모델링한 3차원 ABAQUS 유한요소 해석결과와 매우 잘 일치하였다.

2) 약축의 단면 이차모멘트와 순수비틂 강성이 단면의 비대칭성이나 뒴 강성에 비하여 횡좌굴에 미치는 영향은 큰 것으로 분석되었다.

3) 보의 길이, 경계조건, 박벽보 단면 구성 요소의 적층방법은 보의 횡좌굴에 상당한 영향을 미친다.

4) 수치 예제에서 고려한 직교이방성, 준등방성, 앵글플라이 적층 단면 가운데 적층각이 30°인 앵글플라이의 경우가 고려했던 4가지 모든 경계조건에서 횡좌굴에 잘 저항하는 것으로 계산되었다.

참고 문헌

신동구, 김철영, 김재원 (2000). "압축력을 받는 적층 복합재 I-형 단면 박벽보의 좌굴 해석", 대한토목학회 논문집, pp. 143-157.

Barbero, E. J., and Raftoyiannis, I. (1994). "Lateral and distortional buckling of pultruded I-beams.", *Composite Structures,* Vol. 27, No. 3, pp. 261-268.

Brooks, R. J., and Turvey, G. J. (1995). "Lateral buckling of pultruded GRP I-section cantilevers.", *Composite Structures,* Vol. 32, No. 1-4, pp. 203-215.

Davalos, J. F., and Qiao, P. (1997). "Analytical and experimental study of lateral and distortional buckling of FRP wide-flange beams.",*Journal of Composites for Construction*, Vol.1, No.4, pp. 150-159.

Hancock, G. J. (1978). "Local, distortional, and lateral buckling of I-beams." *Journal of Structure Division,* ASCE, Vol. 104, No. 11, pp. 1787-1798.

Lin, Z. M., Polyzois, D., and Shah, A. (1996). "Stability of thin-walled pultruded structural members by finite element method." *Thin-Walled Struct.,* Vol. 24, No. 1, pp. 1-18.

Ma, M., and Hughes, O. (1996). "Lateral distortional buckling of monosymmetric I-beams under distributed vertical load." *Thin-Walled Struct.,* Vol. 26, No. 2, pp. 123-145.

Mottram, J. T.(1992). "Lateral-torsional buckling of pultruded I-beam.",*Composites*,Vol. 32, No. 2, pp. 81-92.