

**Timoshenko형 전단변형을 고려한 대칭적층 개단면 복합재 보의 휨해석**  
**Bending Analysis of Symmetrically Laminated Composite Open Section Beam**  
**Using the First-Order Shear Deformation Beam Theory**

권효찬\* 박영석\*\* 신동구\*\*\*  
Kwon, Hyo Chan\* Park, Young Suk\*\* Shin, Dong Ku\*\*\*

**ABSTRACT**

In the first-order shear deformation laminated beam theory (FSDT), the Kirchhoff hypothesis is relaxed such that the transverse normals do not remain perpendicular to the midsurface after deformation. Bending behavior of laminated composite thin-walled beams with singly- and doubly-symmetric open sections under uniformly distributed and concentrated loads is analyzed by the Timoshenko-type thin-walled beam theory. A closed-form expression for the shear correction factor of I-shaped composite laminated section is obtained. Numerical examples are presented to compare present analytical solutions by FSDT with the finite element solutions obtained by using three dimensional model. The effects of lamination scheme and length-to-height ratio on the shear deformation of laminated composite beams with various boundary conditions are studied.

**1. 서 론**

복합신소재는 중량비 강성 및 강도가 기존의 강재나 콘크리트 재료에 비해 상대적으로 높고 부식이 잘 발생하지 않으며 기지(matrix)가 갖는 우수한 감쇠특성으로 피로에 강하고 화학물질과의 접촉에도 거의 변질되지 않을뿐더러 toughness 특성, 유연성과 경량성에 의한 우수한 내진 성능 전기자기 투명성 등의 우수한 특성을 갖고 있어서 최근 들어 국외에서는 건설분야에 FRP재료의 적용을 위한 연구가 매우 활발하다. 또한 강재와 달리 강성, 강도, 좌굴 저항력과 같은 구조적 성질을 구조적 형상, 다양한 기지(matrix)의 선택과 보강 섬유의 기하학적 배열 등을 이용하여 최적화 할 수 있는 장점을 가지고 있다. 하지만 국내 건설분야에 있어서는 보수 보강용으로 복합 신소재가 제한적으로 적용되고 있는 정도이다. 차세대 구조재료로 각광 받고 있는 복합 신소재로 제작된 보 요소에 대한 설계 기술을 개발하기 위하여 우선 복합재 보 요소의 거동에 관한 이해를 위한 체계적인 연구가 절실한 실정이다.

보와 기둥이 구조적 요소로 사용되고 있으나 적층보의 이론은 적층판의 이론보다 뒤늦게 정립되었으며 초기의 적층보 이론은 기존의 판과 쉘 이론의 확장으로 유도 되었다. Bauld와 Tzeng(1984)은 전단변형을 무시한 대칭적층으로 구성된 개구단면 이방성 박벽보에 Vlasov보 이론의 확장된 개념을 제안하였다. Barbero, Lopez-Anido 등(1993)은 Timoshenko형 전단변형을 고려하여 대칭적층 이방성 박벽보에 대한 역학적 거동을 해석하였다. 이방성 박벽보는 동방성 보와 달리 적층특성과 단면형상에 따라 일반적으로 휨과 동시에 비틀림 변형이 발생하지만 상재하중을 받는 균형적층 박벽보에서는 보의 처짐에 대하여 횡방향 변위와 단면 비틀림이 매우 작다는 것으로 알려져 있다(박영석 2000).

본 연구에서는 Timoshenko형 전단변형 이론을 적용하여 적층 복합재 일축대칭 및 이축대칭 I-형 박벽보의 휨거동 해석을 수행하였다. I-형 단면을 구성하는 박벽요소는 중립면에 대칭으로 적층되고, 면내 연계상성  $A_{16}$ 은 0, 휨-비틀림 연계강성  $D_{16}$ 은 0이 아닌 적층을 갖는 경우에 한정하였는데 이와 같은 적층은 실용적 측면에서는 가장 중요한 경우이다. 상재하중을 받는 균형적층 박벽보에 대한 지배방정식의 해를 해석적 방법

\* 명지대학교 토목공학과 석사과정

\*\* 명지대학교 SOC공학부 교수

\*\*\* 명지대학교 SOC공학부 부교수

으로 구하였다. 수치예제에서는 이방성 박벽보 이론에 의한 해석치와 3차원 유한요소법에 의한 수치해를 비교하였으며 Timoshenko형 전단변형이 이방성 박벽보에 미치는 영향을 면밀히 검토하였다.

## 2. 지배방정식의 유도

### 2.1. 기본가정

Timoshenko 보 이론에 따른 적층 박벽보의 역학적 거동의 기본가정은 1) 보 단면의 형상 즉 콘투어(contour)은 면내 변형하지 않으며, 2)변형 전 보의 축방향에 수직인 단면은 변형 후 평면을 이루나 전단 변형에 의해서 반드시 보의 축방향에 수직일 필요는 없다는 것이며, 여기에 추가적으로 Wu와 Sun(1992)의 가정인 콘투어방향 수직응력  $\sigma_s$ 를 0으로 가정하였다. 또한 본 연구에서는 I-형 단면을 구성하는 박벽요소는 중립면에 대칭으로 적층되고, 면내 연계강성  $A_{16}$ 는 0, 휨-비틀림 연계강성  $D_{16}$ 는 0이 아닌 적층을 갖는 경우에 한정하였다.

### 2.2. 기하학적 관계

고전 박벽보 이론은 기하학적 조건을 이용하여 평판요소에 대한 변위장을 보에 관한 변위장으로 변환하는 것에서 출발한다.  $u, v, w$ 는 판요소의 수직, 접선 및 축방향 변위를 나타내며  $U, V, W$ 는 보의 횡방향( $x$ ), 수직방향( $y$ ), 축방향( $z$ ) 변위를 나타내며  $z$ 축에 관한 함수이다(그림 1). 가정 1과 2에 의해 그림 1과 같은 기하학적 조건을 이용하여,  $i$ 번째 박벽요소의 변위장은 다음 식과 같이 보요소의 변위장으로 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} u(s_i, z) &= -U(z)\sin\theta_i + V(z)\cos\theta_i \\ v(s_i, z) &= U(z)\cos\theta_i + V(z)\sin\theta_i \\ w(s_i, z) &= W(z) - [y(s_i) - \bar{y}_n]\phi_y(z) \end{aligned} \quad (1)$$

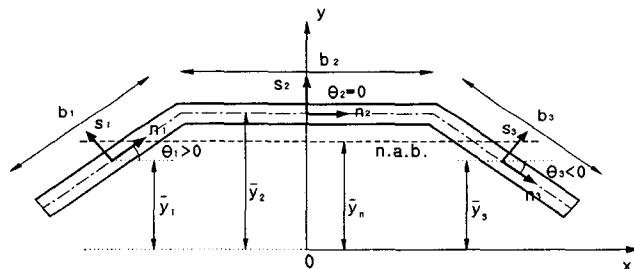


그림 1. 박벽요소의 단면 형상좌표계

여기서  $\phi_y$ 은 굽힘면의 회전각을 나타내며 각 박벽요소의  $y$ 축에 대한 중립면의 위치  $y(s_i)$ 는 다음과 같이 정의 된다.

$$y(s_i) = s_i \sin \theta_i + \bar{y}_i, \quad \frac{-b_i}{2} \leq s_i \leq \frac{b_i}{2} \quad (2)$$

그런데,  $x$ 축에 대하여 대칭굽힘이면 식 (1)에서 횡방향 변위  $U(z)$ 은 0이다.

### 2.3. 판요소의 상관관계식

고전 적층이론으로부터 대칭적층된 평판요소의 면내력과 모멘트 성분은 변형률 및 곡률과 다음 식과 같은 상관관계를 갖는다.

$$\begin{pmatrix} N_z \\ N_s \\ N_{zs} \\ M_z \\ M_s \\ M_{zs} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & 0 & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & 0 & 0 & 0 \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ 0 & 0 & 0 & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ 0 & 0 & 0 & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_z \\ \epsilon_s \\ \gamma_{zs} \\ x_z \\ x_s \\ x_{zs} \end{pmatrix} \quad (3)$$

윗 식에서  $A_{ij}$  및  $D_{ij}$  ( $i,j=1,2,6$ )는 면내의 강성계수이다. 판요소의 변형도 성분과 보요소의 변위와의 관계식은 판요소의 변위성분과 보요소의 변위성분의 기하학적 관계식 (1)로부터 얻을 수 있다

$$\epsilon_z(s_i, z) = w_z = W' - (y(s_i) - y_n)\phi_y', \quad \gamma_{sz}(s_i, z) = v_z + w_{s_i} = (V' - \phi_y)\sin\theta_i \quad (4)$$

박벽요소의 중립면에서 떨어진 한 점의 거동은 가정 (2)를 따르며, 결론적으로 박벽요소의 곡률성분과 보요소의 변위성분과는 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$x_z = -\phi_{y,z} \cdot x_{s_i} = -\phi_y' \cos\phi_i \quad (5)$$

Bauld와 Tzeng(1984)은 단면을 구성하는 각 판요소에는 축방향(z) 수직변형을  $\epsilon_z$ 와 축방향 굽힘곡률  $x_z$  및  $x_{zs}$ 만 발생하며, 콘투어방향(s)의 수직변형을  $\epsilon_s$ 와 판요소 중립면에서의 전단변형을  $\gamma_{zs}$  및 콘투어방향의 곡률  $x_s$ 는 0으로 가정하였다. 반면 Wu와 Sun(1992)은 수직응력  $\sigma_s$ 를 0으로 가정하였는데 이 경우에는 콘투어방향의 면내력  $N_s$ 과 모멘트  $M_s$ 가 0이 된다. 전자의 변형율의 가정은 보의 강성을 과도하게 평가하며, 후자의 응력에 대한 가정이 보다 합리적으로 보의 강성을 평가하는 것으로 Wu와 Sun(1992)은 보고하였다. 이상의 응력에 대한 가정과 비틀 모멘트  $M_{sz}$ 를 0으로 가정하여 앞의 상관관계식 (3)과 식 (4), (5)를 이용하면 판의 합응력과 보의 변위 관계식을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} N_z &= \bar{A}_i [W' - (y(s_i) - y_n)\phi_y'] \\ N_{sz} &= \bar{F}_i (V' - \phi_y) \sin\theta_i \\ M_z &= -\bar{D}_i \phi_y' \cos\theta_i \end{aligned} \quad (6)$$

여기서

$$\begin{aligned} \bar{A}_i &= \left( A_{11} - \frac{A_{12}^2}{A_{22}} \right)_i, \quad \bar{F}_i = (A_{66})_i \\ \bar{D}_i &= \left( \frac{D_{11}D_{22}D_{66} - D_{11}D_{26}^2 - D_{12}^2D_{66} + 2D_{12}D_{16}D_{26} + D_{16}^2 - D_{16}^2D_{22}}{D_{22}D_{66} - D_{26}^2} \right)_i \end{aligned} \quad (7)$$

#### 2.4. 적층박벽보의 평형방정식과 단면계수

박벽보 이론에서 평형 방정식은 가상일의 원리로부터 다음 식과 같이 유도된다(Barbero 1993).

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} \left( A_z \frac{dW}{dz} \right) + q_s &= 0 \\ \frac{d}{dz} \left[ K_y F_y \left( \frac{dV}{dz} - \phi_y \right) \right] + q_y &= 0 \\ \frac{d}{dz} \left( D_y \frac{d\phi_y}{dz} \right) + K_y F_y \left( \frac{dV}{dz} - \phi_y \right) &= 0 \end{aligned} \quad (9)$$

한편, 경계조건은 다음과 같다.

$$A_z \frac{dW}{dz} \delta W|_0^L = 0, \quad D_y \frac{d\phi_y}{dz} \delta \phi_y|_0^L = 0, \quad K_y F_y \left( \frac{dV}{dz} - \phi_y \right) \delta V|_0^L = 0 \quad (10)$$

식 (9)에서  $q_z$  와  $q_y$ 는 외력으로 작용하는 축력과 y방향 전단력의 하중강도이며,  $K_y$ 는 실제 보단면에서의 전단응력 분포를 보정하기 위한 전단 보정계수(shear correction factor)이다. 그리고  $A_z$ ,  $D_y$  그리고  $F_y$ 는 보의 강성계수이며 식 (9)에는 포함되어 있지 않지만 보의 휨-신장 연계 강성계수  $B_y$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} A_z &= \sum_{i=1}^n \bar{A}_i b_i, \quad B_y = \sum_{i=1}^n \bar{A}_i b_i (\bar{y}_i - y_n), \quad F_y = \sum_{i=1}^n \bar{F}_i b_i \sin^2 \phi_i \\ D_y &= \sum_{i=1}^n \left[ \bar{A}_i \left( (\bar{y}_i - y_n)^2 + \frac{b_i^2}{12} \sin^2 \phi_i \right) + \bar{D}_i \cos^2 \phi_i \right] b_i \end{aligned} \quad (11)$$

탄성중심과 직교좌표계의 원점이 일치하면  $B_y$ 가 0이 되는데 y축의 탄성중심  $y_n$ 은 다음 식으로 계산할 수 있다.

$$y_n = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{A}_i \bar{y}_i b_i}{A_z} \quad (12)$$

전체 위치에너지를 박벽요소의 합력성분으로 나타내어 가상일의 원리를 적용하면 판과 보의 합력관계식을 유도 할 수 있으며(Barbero 1993), 합력 관계식에 판의 합응력과 보의 변위관계식 (6)을 적용하면 다음의 보의 합력과 보의 변위간 관계식을 유도 할 수 있다.

$$N = A_z W' , \quad M_x = -D_y \phi_y' , \quad V_y = K_y F_y (V' - \phi_y) \quad (13)$$

여기서  $N$ ,  $M_x$  그리고  $V_y$ 는 보의 축력, x축에 대한 모멘트, y방향 전단력을 나타낸다.

### 3. 보의 휨해석

일축대칭이며 균형적층인 개구단면 복합재 박벽보에서 처짐  $V(z)$ 를 구하기 위하여,  $M_x(z)$ 와  $V_y(z)$ 를  $z$ 의 함수로 표현 가능한 경우에는 식 (13)을 이용하며,  $z$ 의 함수로 표현 곤란한 경우에는 식 (9)를 이용하는 것이 편리하다.  $M_x(z)$ 와  $V_y(z)$ 를  $z$ 의 함수로 표현가능한 경우 식 (13)을 이용하면 다음 식을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} \phi_y(z) &= -\frac{1}{D_y} \int^z M_x(\xi) d\xi + c_1 \\ V(z) &= \frac{1}{K_y F_y} \int^z V_y(\xi) d\xi + \int^z \phi_y(\xi) d\xi + c_2 \\ &= \frac{1}{K_y F_y} \int^z V_y(\xi) d\xi + c_2 - \left[ \frac{1}{D_y} \int^z \int M_x(\xi) d\xi d\eta - c_1 z \right] \end{aligned} \quad (14)$$

변위식 (14)에는 2개의 적분상수  $c_1$ ,  $c_2$ 가 포함되어 있으며 이들 상수는 식 (10)을 적용하여 각각의 경계조건을 대입하여 구할 수 있다.

일축대칭 균형적층 개구단면 복합재 박벽보에 수직방향 분포하중  $q_0$ 가 작용하는 경우 길이가  $L$ 인 각각의

경계조건에 대한 수직변위  $V(z)$ 는 다음과 같다.

i) 양단힌지보 :

$$V(z) = -\frac{q_0 L^4}{24 D_y} \left[ \left( \frac{z}{L} \right)^4 - 2 \left( \frac{z}{L} \right)^3 + \left( \frac{z}{L} \right)^2 \right] - \frac{q_0 L^2}{2 K_y F_y} \left[ \left( \frac{z}{L} \right) - \left( \frac{z}{L} \right)^2 \right] \quad (15a)$$

ii) 외팔보 :

$$V(z) = -\frac{q_0 L^4}{24 D_y} \left[ \left( \frac{z}{L} \right)^4 - 4 \left( \frac{z}{L} \right)^3 + 6 \left( \frac{z}{L} \right)^2 \right] - \frac{q_0 L^2}{2 K_y F_y} \left[ 2 \left( \frac{z}{L} \right) - \left( \frac{z}{L} \right)^2 \right] \quad (15b)$$

iii) 양단고정보 :

$$V(z) = -\frac{q_0 L^4}{24 D_y} \left[ \left( \frac{z}{L} \right)^4 - 4 \left( \frac{z}{L} \right)^3 + 6 \left( \frac{z}{L} \right)^2 \right] - \frac{q_0 L^2}{2 K_y F_y} \left[ 2 \left( \frac{z}{L} \right) - \left( \frac{z}{L} \right)^2 \right] \quad (15c)$$

일축대칭 균형적층 개구단면 복합재 박벽보에 수직방향 집중하중  $P$ 가 좌측 지지점으로부터  $\xi$ 만큼 떨어진 지점에 작용하는 경우 각각의 경계조건에 대한 수직변위  $V(z)$ 는 다음과 같다.

i) 양단힌지보 :

$$\begin{aligned} V(z) &= \frac{P(L-\xi)z}{6D_y} [L^2 - (L-\xi)^2 - z^2] - \frac{Pz}{K_y F_y} \left(1 - \frac{\xi}{L}\right), \quad 0 \leq z \leq \xi \\ V(z) &= \frac{P(L-z)\xi}{6D_y L} [L^2 - (L-z)^2 - \xi^2] - \frac{P\xi}{K_y F_y} \left(1 - \frac{\xi}{L}\right), \quad \xi \leq z \leq L \end{aligned} \quad (16a)$$

ii) 외팔보 :

$$V(z) = -\frac{Pz^2}{6D_y} (3\xi - z) - \frac{Pz}{K_y F_y}, \quad 0 \leq z \leq \xi \quad (16b)$$

iii) 양단고정보 :

$$\begin{aligned} V(z) &= -\frac{Pz^2(L-\xi)^2}{6D_y L^3} [3\xi L - (2\xi + L)z] - \frac{Pz}{K_y F_y} \left[1 - 3\left(\frac{\xi}{L}\right)^2 + 2\left(\frac{\xi}{L}\right)^3\right], \quad 0 \leq z \leq \xi \\ V(z) &= -\frac{P\xi^2(L-z)^2}{6D_y L^3} [(3L-2\xi)z - \xi L] - \frac{P\xi^3}{K_y F_y L^2} (3L-2\xi)(L-z), \quad \xi \leq z \leq L \end{aligned} \quad (16c)$$

식 (15)와 (16)에서 우변 첫째 항은 휨에 의한 처짐( $V_b$ )이며 두 번째 항은 전단변형에 의한 처짐( $V_s$ )이다.

#### 4. 전단보정계수 (shear correction factor)

전단 보정계수는 Timoshenko보 이론에 의해 전단변형 에너지를 계산하기 위해 소개 되었으며, 단면의 실제 전단응력 분포를 보정하기 위한 계수이다. Barbero(1992)는 단면의 실제 전단응력 분포로 얻어진 전단변형에너지를 이용하여 전단 보정계수식을 제안하였으며, 그림 2와 같은 일축대칭 균형적층 I-형 단면의 전단보정계수는 다음과 같다.

$$K_y = \frac{5[\bar{A}_3 h(h-3y_n) - \bar{A}_1 b_1 y_n]^2}{3[60\bar{A}_1^2 b_1^2 y_n^2 - 20\bar{A}_1 \bar{A}_3 b h y_n (h-3y_n) + \bar{A}_3^2 h^2 (3h^2 - 15hy_n + 20y_n^2)]} \quad (17)$$

여기서  $\bar{A}_1$ 과  $\bar{A}_3$ 은 보의 박벽요소 1, 3의 강성계수이며 식 (7)로부터 구할 수 있으며,  $y_n$ 은 하부 플랜지에서 탄성중심 까지의 거리를 나타내며 다음과 같다.

$$\bar{y}_n = \frac{h}{A_z} \left( 2b_1 \bar{A}_1 + \frac{h \bar{A}_3}{2} \right) , \quad A_z = 2b_1 \bar{A}_1 + 2b_2 \bar{A}_4 + h \bar{A}_3 \quad (18)$$

플랜지와 복부의 적층형태와 적층두께가 같다면 ( $\bar{A}_1 = \bar{A}_3$ ) 식 (17)은 기하학적인 요소만이 남는다. 이축 대칭이며 각 박벽요소의 적층형태와 적층두께가 같고 플랜지의 폭에 비해 복부의 깊이가 큰 보일 경우에는 전단보정계수는 5/6의 값을 갖는다.

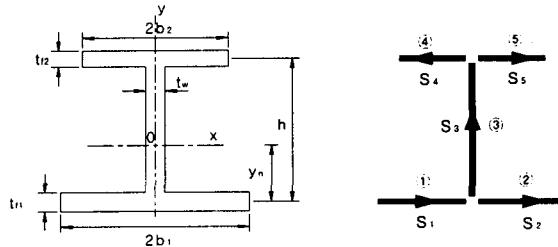


그림 2. 일축대칭 I-형 단면의 제원 및 형상좌표계

## 5. 수치예제

앞 절에서 유도한 힘에 대한 지배방정식과 단면에 대한 각종 강성계수를 이용하여 이축대칭 및 일축대칭 복합적층 I-형 단면 박벽보의 휨해석을 수행하였으며 해석결과를 상용 ABAQUS 유한요소 해석결과와 비교하여 검증하였다. 단면에 사용된 복합재는 Glass-epoxy로  $E_1=53.78$  GPa,  $E_2=E_3=17.93$  GPa,  $G_{12}=G_{13}=8.96$  GPa,  $G_{23}=3.45$  GPa,  $\nu_{12}=\nu_{13}=0.25$ ,  $\nu_{23}=0.34$ 이다. 이축대칭 단면의 경우에는 상하부 플랜지 폭(b)과 복부 높이(h)를 50mm, 플랜지와 복부판은 동일한 적층순서 및 두께 2.08mm를 갖는 것으로 가정하였다. 플랜지와 복부판의 적층각은 보의 종축인 z축에 대한 보강섬유의 배열각도를 기준으로 한다. 다음의 예제에서 이축대칭 단면의 경우 균일 분포하중은 보의 전장에  $q_0 = 1\text{kN/m}$ 를, 집중하중은 양단 헌지보와 고정보는 보의 중앙에 외팔보는 자유단에  $P = 1\text{kN}$ 을 작용하였다. 단면을 구성하는 박벽요소는 중립면에 대해 대칭적층된 직교이방성, 준동방성 및 앵글플라이를 고려하였다.

보의 길이대 높이비( $L/h$ )가 작은 보에 있어서 보의 높이방향 Timoshenko형 전단변형은 보의 거동에 상당한 영향을 주는 것으로 알려져 있다. 이와 같은 보의 길이대 높이비의 변화에 따른 전단변형의 영향을 검토하기 위하여 그림 3은  $L/h$ 가 다른 균일 분포하중을 받는 앵글플라이[45/-45]<sub>4s</sub>, 준동방성 [0/-45/90/45]<sub>2s</sub>, 및 직교이방성 [0]<sub>16</sub>으로 적층된 이축대칭 I-형 단면 단순보의 힘에 의한 처짐  $V_b(L/2)$ 와 전단변형을 포함한 최대처짐  $V(L/2)$ 을  $\bar{V}_{max} = (V_{max} E_2 h^4 / q_0 L^4)$ 으로 무차원화 한 값을  $L/h$ 의 함수로 나타낸 것이다.  $L/h$ 가 작을 수록 전단변형의 영향이 크다는 것을 알 수 있으며, 직교이방성으로 적층된 [0]<sub>16</sub>의 경우가 가장 큰 차이를 보이고 있는데 직교이방성 적층이 전단변형을 지배하는 단면 전단강성계수( $F_y$ )의 값이 가장 작기 때문이다.

그림 4는 집중하중을 받는 앵글플라이 [ $\pm\theta$ ]<sub>4s</sub>로 적층된 외팔보의  $L/h$ 가 각각 5와 10일 때의 힘에 의한 처짐에 대한 전단변형에 의한 처짐의 비를 적층각의 함수로 나타낸 것이다. 힘에 의한 처짐에 대한 전단변형에 의한 처짐의 비를 단면의 강성계수  $F_y$ 와  $D_y$ 의 적층각의 함수로 나타낼 수 있다. 따라서 그림 3에서 경우와 마찬가지로 직교이방성으로 적층된 [0]<sub>16</sub>의 경우에  $D_y/F_y$ 의 값이 87.5로 가장 큰 값을 나타내며 전단변형의 영향이 가장 크며, 앵글플라이 [ $\pm\theta$ ]<sub>4s</sub>의 경우가 20.2로 가장 작은 값을 나타내며 전단변형의 영향이 가장 작음을 그림 4로부터 알 수 있다.

각각의 지지조건에 따른 전단변형의 영향을 검토하기 위하여 균일 분포하중 및 집중을 받는 이축대칭 I-형 단면의 지지조건에 따른  $V_s/V_b$ 를 표 1에 수록하였다. 양단고정보, 양단헌지보, 외팔보의 순으로 전단변형의 효과가 크며, 양단 고정보의 경우 균일 분포하중과 집중하중 하의 전단변형의 영향이 거의 동일하다는 것

을 알 수 있다. 식 (14)와 (15)로부터, 양단 힌지보와 양단 고정보의 전단변형에 의한 처짐은 같지만 휨에 의한 처짐이 양단 고정보의 경우가 양단 힌지보보다 작기 때문에 상대적으로 양단 고정보의  $V_s/V_b$ 가 크다는 것을 알 수 있다.

박벽보 단면이 한 축을 중심으로 대칭인 경우 휨거동을 분석하기 위하여 균일 분포하중 및 집중하중을 받고 길이 2500mm인 일축대칭 I-형 단면 외팔보를 고려하였다. 표 2는 복부판을 중심으로 일축대칭인 I-형 단면의 상하부 플랜지 및 복부판에 대한 제원, 적층순서와 두께 등을 요약한 것이며, 표 3에는 표 2의 제원을 갖는 단면의 균일 분포하중 및 집중하중을 받는 외팔보의 최대 처짐을 이론해와 유한요소해를 요약하였다. 표 3에서 고전보이론은 전단변형을 고려하지 않은 최대 처짐을 나타내며 전단변형이론은 전단변형을 고려한 최대처짐을 나타낸다. 집중하중의 경우 이론해와 유한요소해의 비교에서 ORTHO의 경우가 CBT는 42% SDBT는 4.2%로 가장 크며, ANG60의 경우가 CBT는 14.1% SDBT는 1.0%로 가장 작다.

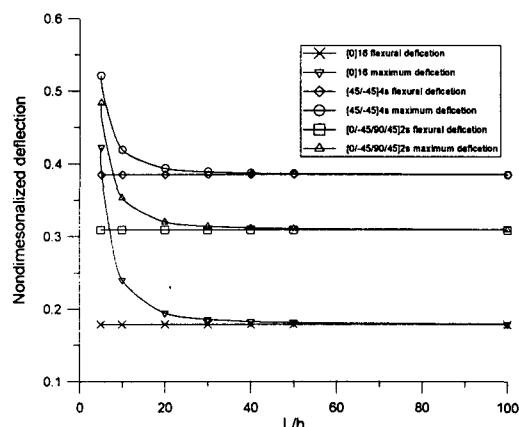


그림 3. 균일 분포하중하  $L/h$ 가 다른 이축대칭 I-형 단면 단순보의 최대 처짐

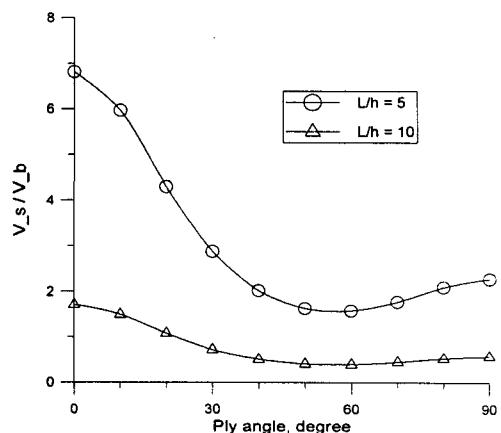


그림 4.  $[\pm \theta]_{4s}$  앵글플라이 이축대칭 I-형 단면 양단고정보의 단위처짐당 전단처짐율

표 1. 균일분포하중 및 집중하중을 받는 이축대칭 I-형 단면의 지지조건에 따른 단위처짐당 전단처짐율( $V_s/V_b$ ) ( $L/h=10$  단위: cm)

적층순서	양단 힌지보		외팔보		양단 고정보	
	균일분포하중	집중하중	균일분포하중	집중하중	균일분포하중	집중하중
[0]₁₆	0.340	0.426	0.142	0.106	1.702	1.702
[45/-45]₄ₛ	0.088	0.111	0.037	0.028	0.442	0.442
[0/-45/90/45]₂ₛ	0.141	0.177	0.059	0.044	0.706	0.706

표 2. 일축대칭 I-형 단면 제원 및 적층순서

적층 ID	복부판 ( $h=50$ mm, $t=1.04$ mm)		상부플랜지 ( $b_1=30$ mm, $t=2.08$ mm)		하부플랜지 ( $b_2=40$ mm, $t=3.12$ mm)	
ORTHO	[0]₈		[0]₁₆		[0]₂₄	
QSISO	[0/45/90/-45]₈		[0/45/90/-45]₂₄		[0/45/90/-45]₃₈	
ANG15	[15/-15]₂₈		[15/-15]₄₈		[15/-15]₆₈	
ANG30	[30/-30]₂₈		[30/-30]₄₈		[30/-30]₆₈	
ANG45	[45/-45]₂₈		[45/-45]₄₈		[45/-45]₆₈	
ANG60	[60/-60]₂₈		[60/-60]₄₈		[60/-60]₆₈	
ANG75	[75/-75]₂₈		[75/-75]₄₈		[75/-75]₆₈	

표 3. 균일 분포하중 및 집중하중하 일축대칭 I-형 단면 외팔보( $L/h=5$ )의 최대처짐  
( $L=250\text{mm}$  단위: cm)

적층 순서	균일 분포하중 ( $q_0=100\text{kN/m}$ )			집중하중 ( $P=100\text{kN}$ )		
	이론(1)	이론(2)	유한요소해	이론(1)	이론(2)	유한요소해
ORTHO	0.771	1.450	1.454	8.222	13.66	14.26
QSISO	1.333	1.820	1.827	14.22	18.12	18.50
ANG15	0.853	1.421	1.426	9.101	13.64	14.19
ANG30	1.149	1.576	1.580	12.26	15.67	16.08
ANG45	1.660	2.040	2.038	17.71	20.75	21.01
ANG60	2.098	2.525	2.527	22.38	25.79	26.06
ANG75	2.277	2.845	2.855	24.29	28.83	29.19

## 6. 결론

Timoshenko 보이론을 적용하여 이축대칭 및 일축대칭 I-형 개단면 보에 대한 휨해석을 수행하였다. 보단면을 구성하는 플랜지와 복부판의 적층 박벽요소는 요소 중립면에 대칭 적층되고 면내 연계강성  $A_{16}$ 는 0으로 가정하였다. 단면에 대한 여러 종류의 적층, 경계조건 및 하중조건을 고려한 수치예제를 통하여 다음과 같은 결론을 도출하였다.

전단변형의 영향은 보의 단면형상 뿐만 아니라 경계조건, 적층순서 그리고 하중조건에 따라 다르며 길이대 높이비( $L/h$ )가 작은 보일수록 전단변형의 효과가 크다. 직교이방성으로 적층된  $[0]_{16}$ 의 경우가 가장 큰 전단변형 효과를 보이며 앵글플라이의 경우 적층각  $60^\circ$ 의 경우가 가장 작은 전단변형 효과를 보인다. 이것은 직교이방성 적층이 전단변형을 지배하는 전단강성계수의 값이 가장 작기 때문이다. 지지조건에 따른 전단변형 효과를 보면 양단고정보, 양단힌지보, 외팔보의 순으로 전단변형의 효과가 크다.

이방성 박벽보는 등방성 보와 달리 적층특성과 단면형상에 따라 일반적으로 휨과 동시에 비틀림 변형이 발생하지만 상재하중을 받는 균형적층 박벽보에서는 보의 처짐에 대하여 횡방향 변위와 단면 비틀림이 매우 작다는 것으로 알려져 있다(박영석 2000). 수치예제에서 이론해와 유한요소해의 차이는 다소 작지만 이러한 횡방향 변위와 단면 비틀림의 영향 때문이라 사료된다. 수치예제의 결과로부터 전단변형의 영향이 큰 길이대 높이비( $L/h$ )가 작은 보의 휨 해석 시에는 본 연구에서 적용한 보 이론을 적용하여도 매우 정확한 결과를 얻을 수 있다.

## 참고문헌

박영석, 권효찬, 신동구 (2000) "Vlasov형 박벽보 이론에 의한 대칭적층 개단면 보 휨해석", 대한토목학회 논문집

Barbero, L.A., and F. Davalos (1993) "On the Mechanics of Thin-Walled Laminated Composite Beams", *Journal of Composite Materials*, Vol. 27, No. 8, pp. 806-829.

Bauld, N.R. Jr. and Tzeng, L.S. (1984) "Vlasov theory for fiber-reinforced beams with thin-walled laminated open cross sections", *Int. J. Solids Structures*, Vol. 20, No. 3, pp. 277-297.

Wu, X.X. and Sun, C.T. (1992) "Simplified Theory for composite Thin-Walled Beams", *AIAA J.*, Vol. 30, No. 12, pp. 2945-2951.