

部分 固定 鋼骨組의 應力 解析 Stress Analysis of Semi-Rigid Steel Frame

안성기* 김순철** 이수곤***
Ahn, Seong-Ki Kim, Soon-Chul Lee, Soo-Gon

ABSTRACT

Among the various models proposed for the description of semi-rigid connection behavior, Kinney's fixity factor ($=f$) definition is adopted. If one follows this definition, $f=1.0$ signifies a completely fixed connection and $f=0.0$, the frictionless hinge. Kim's new slope-deflection equations based on the Kinney's fixity factors are the principal idea of this paper. Proposed finite element program also includes the effect of axial shortening of column, which is neglected in the stress analysis of frame leg conventional slope-deflection method.

For the economic design, especially for the saving of beam weight in the high-rise office buildings or apartment houses, the proposed method can be applied.

1. 서 론

보와 기둥의 접합부와 일체로 시공되는 통상적인 철근콘크리트 건물과는 달리 철골조에서는 수직재인 기둥에 수평재인 보가 접합되며 접합부는 고장력 BOLT나 용접 또는 양자의 병용으로 형성된다. 따라서 철골보의 양단 조건은 구조역학 교재에서 흔히 취급하는 이상 활절(ideal hinge)도 그렇다고 완전 고정단도 (completely fixed end)도 아니다. 이상 활절이나 완전 고정단 가정은 응력 해석을 쉽게 하고 응력 산정 결과를 볼 때 하나의 상한(upper bound)과 하한(lower bound)값을 주게된다. 실제 철골보에서 이와 같은 이상조건을 만족시키도록 접합부를 시공하려면 공사의 번거로움은 물론 공사비 추가도 당연하다.

이런 점 때문에 부분고정 강구조 문제는 1840년대 경부터 시작되었다. 최초의 연구 시작은 영국이라 할 수 있고 뒤에 이어 영국등 다른 나라로 파급되었다. 이들 초기 연구에 의하면 철골보의 부분 고정도를 적절히 활용할 경우 철골보 중량의 15% 내지 20% 정도의 감소를 가져올 수 있는 것으로 보고하고 있다. 오늘날에도 부분 고정도 연구는 꾸준히 계속되고 있는데 그 이유중의 하나는 철골조 건물의 정확한 거동 평가라고 하겠다. 이런 점을 감안하여 미국 강구조학회(AISC)의 신 시방서인 하중저항계수설계법(LRFD)에서도 부분 고정 골조 설계를 규정하고 있다.

* 전남대학교 대학원 석사과정

** 동신대학교 건축공학과 부교수

*** 전남대학교 건축학과 교수

그러나 지금까지 부재 단부의 부분고정도(partial fixity)나 구속도(restraint factor)에 관한 통일된 정의도 없고 보편적인 시방서나 설계기준이 없는 상태이다. 대부분의 구조 기술자들은 철골보의 부분 고정 문제에 인식은 같이 하면서도 실제 설계에의 반영에는 주저하는 편이다. 그 가장 큰 이유는 철골보의 접합부 형태가 다양하고 제안된 방법들은 거의 대부분 자신들의 실험 결과를 토대로 하고 있기 때문이다. 즉 우리에게 익숙한 탄성계수(elastic modulus)와 마찬가지로 철골보의 부분 고정도 역시 이론적으로 유도된 것이 아닌 실험 상수이다.

부분고정 철골보의 거동 파악을 위하여 제안된 여러 가지 model중 이번 연구에서는 Kinney의 고정도 정의를 기본으로 하였다. Kinney의 고정도(fixity factor, f) 정의에 따르면 이상활절의 경우 $f=0.0$ 이고 완전 고정단의 경우 $f=1.0$ 이다. 따라서 철골보의 경우 f 값은 이들 두 극한값의 어느 중간 값을 갖게 될 것이다. 예를 들어 $f=0.75$ 이면 단 모멘트(end moment)는 완전 고정단때의 0.75배로 되고 이때의 회전각은 이상활절단 회전각의 $0.25(=1-0.75)$ 배로 된다.

김형걸 박사께서는 Kinney의 고정도 정의를 토대로 하여 골조 건물의 응력 해석에 흔히 사용되어온 처짐각법(slope-deflection method)의 기본식을 수정 제안하였다. 제안한 수정식을 이용하면 부분 고정 고층 골조의 응력해석도 가능하고, 따라서 부분 고정도 조절로 인한 보 중량의 감소도 가능하다. 그러나 종래의 처짐각법식이나 수정 제안식에서는 기둥의 축방향력 증가로 인한 수축(shortening)을 효과적으로 고려할 수 없다.

개발된 유한요소 program은 김형걸 박사의 제안식을 기본으로 하고 기둥의 수축 효과도 고려하였다. 철골조 특히 고층 철골조의 접합부 고정도를 적절히 조절하면 보 중량의 감소도 가능하게 된다.

2. 고정도를 고려한 처짐각법식

아래 그림은 보의 양단이 고정도 f_{AB} 와 f_{BA} 를 갖는 보의 변형 상태를 나타낸다.

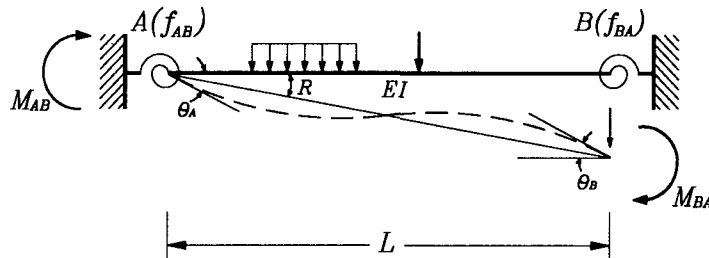


그림 1. 부분 고정도의 변형

회전각 θ 와 단 모멘트의 부호가 그림과 같을 때를 정(+)으로 가정하여 김형걸 박사가 유도한 수정 처짐각법식의 내용은 다음과 같다.

$$M_{AB} = \frac{EI}{L} \cdot \frac{4f_{AB}}{f'} \{ (3 + f_{BA})\theta_A + 2f_{BA}\theta_B - 3(1 + f_{BA})R \} - C_{AB} \quad (1,a)$$

$$M_{BA} = \frac{EI}{L} \cdot \frac{4f_{BA}}{f'} \{ (3 + f_{AB})\theta_B + 2f_{AB}\theta_A - 3(1 + f_{AB})R \} + C_{BA} \quad (1,b)$$

여기서 f' 는

$$f' = 4 - (1 - f_{AB}) \cdot (1 - f_{BA}) \quad (2)$$

이고 C_{AB} 와 C_{BA} 는 각각 다음을 의미한다.

$$C_{AB} = \frac{4f_{AB}}{f'} \{ C_{AB}^o + 0.5(1 - f_{BA})C_{BA}^o \} \quad (3,a)$$

$$C_{BA} = \frac{4f_{BA}}{f'} \{ C_{BA}^o + 0.5(1 - f_{AB})C_{AB}^o \} \quad (3,b)$$

식 (3)에서 C_{AB}^o 와 C_{BA}^o 는 보의 양단이 완전 고정일 때 보에 작용하는 횡하중(lateral load)으로 인한 moment의 반력이다.

유도된 식들의 정당성을 입증하기 위하여 식(1), (3)에 $f_{AB} = f_{BA} = 1.0$ 을 대입하고 정리하면

$$M_{AB} = \frac{EI}{L} (4\theta_A + 2\theta_B - 6R) - C_{AB}^o \quad (4,a)$$

$$M_{BA} = \frac{EI}{L} (2\theta_A + 4\theta_B - 6R) + C_{BA}^o \quad (4,b)$$

식 (4)는 통상적인 처짐각법식(conventional slope-deflection equations)으로 연속보는 물론 고층 골조의 응력 해석에 효과적으로 응용할 수 있다. 그러나 다층, 다경간 골조(multi story, multi bay frame)의 응력 해석에 응용하면 기둥 축방향력으로 인한 기둥길이의 축소 영향을 고려할 수 없다. 즉 처짐각법(slope-deflection method)을 이용한 응력해석에서는 “휨재(bending member)의 길이 변화는 없다” 가정을 기본으로 하고 있다.

3. 유한요소법

부분 고정 강구조의 응력해석에 이용하기 위하여 택한 유한 요소는 그림 2와 같이 각 절점에서의 자유도가 3인 선형요소이다. 원래 축방향 변형 함수는 $u = C_0 + C_1x$ 로 택할 수 있는데 이는 다음과 같이

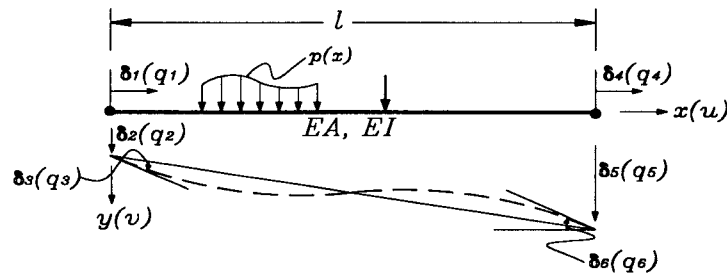


그림 2. 요소의 절점 변형 성분 (δ_i) 및 절점력 성분 (q_i)

형상함수 $[N]$ 과 절점변형 성분 $\{\delta\}$ 로 표시할 수 있다.

$$u = [N_1 \ N_4] \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_4 \end{Bmatrix}, \quad N_1 = 1 - \frac{x}{l}, \quad N_4 = \frac{x}{l} \quad (5,a)$$

휨 방향 변형 함수 v 는 $v = A_0 + A_1x + A_2x^2 + A_3x^3$ 으로 가정하는데 u 와 마찬가지로 다음과 같은 형태를 취한다.

$$v = [N_2 \ N_3 \ N_5 \ N_6] \begin{Bmatrix} \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_5 \\ \delta_6 \end{Bmatrix} \quad (5,b)$$

위 식에서 N_2, \dots 등은

$$\begin{aligned} N_2 &= 1 - 3\left(\frac{x}{l}\right)^2 + 2\left(\frac{x}{l}\right)^3 \\ N_3 &= x\left(1 - 2\left(\frac{x}{l}\right) + \left(\frac{x}{l}\right)^2\right) \\ N_5 &= 3\left(\frac{x}{l}\right)^2 - 2\left(\frac{x}{l}\right)^3 \\ N_6 &= x\left(-\frac{x}{l} + \left(\frac{x}{l}\right)^2\right) \end{aligned} \quad (6)$$

식 (5)를 이용하면 절점력 vector, $\{q\}$ 와 요소의 강성행렬, $[k]$ 를 얻을 수 있는데 그 결과는 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} q_2^0 \\ q_3^0 \\ q_5^0 \\ q_6^0 \end{Bmatrix} = \int_0^l P(x) \begin{Bmatrix} N_2 \\ N_3 \\ N_5 \\ N_6 \end{Bmatrix} dx \quad (7)$$

단 식 (5)에서 $p(x)$ 는 요소에 작용하는 휨 방향 분포하중의 크기이다. 일반적으로 요소의 절점력 vector $\{q\}$ 와 변형 vector $\{\delta\}$ 는 $\{q\} = [k]\{\delta\}$ 로 주어지며 이때 요소의 강성행렬 $[k]$ 는 다음 식으로 주어진다.

$$[k] = \frac{EI}{l^3} \begin{bmatrix} \alpha & & & & & & \\ & 0 & 12 & & & & \\ & 0 & 6l & 4l^2 & & & \\ & -\alpha & 0 & 0 & \alpha & & \\ & 0 & -12 & -6l & 0 & 12 & \\ & 0 & 6l & 2l^2 & 0 & -6l & 4l^2 \end{bmatrix}, \quad \alpha = Al^2/I \quad (8)$$

식 (6)와 (7)은 유한요소법 교재에 널리 소개되었고 흔히 이용되는 절점력 vector 및 요소행렬이다.

부분 고정 끝조의 응력해석에 이용할 수 있기 위하여는 식(1)과 식(3)을 고려 할 때 위의 두 식은 다음

과 같은 형태로 바꾸어 놓아야 한다.

$$\begin{Bmatrix} q_2 \\ q_3 \\ q_5 \\ q_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{4(f_{AB}-f_{BA})}{f'} & 0 & \frac{2(f_{AB}-f_{BA})}{f'} \\ 0 & \frac{4f_{AB}}{f'} & 0 & \frac{2f_{AB}(1-f_{BA})}{f'} \\ 0 & -\frac{4(f_{AB}-f_{BA})}{f'} & 1 & -\frac{2(f_{AB}-f_{BA})}{f'} \\ 0 & \frac{4f_B}{f'} & 0 & \frac{2f_{BA}(1-f_{AB})}{f'} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_2^0 \\ q_3^0 \\ q_5^0 \\ q_6^0 \end{Bmatrix} \quad (9)$$

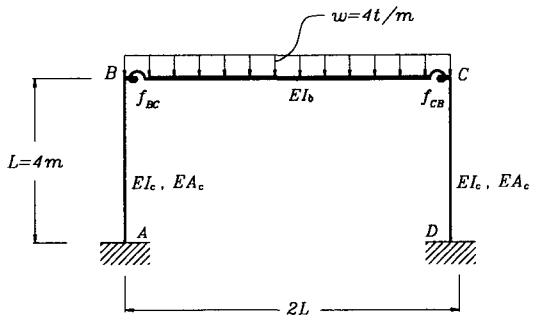
$$[k] = \frac{EI}{l^3} \cdot \frac{1}{f'} \begin{bmatrix} \alpha f' & & & & & & & & & \text{symm.} \\ 0 & 12(f_i F_j + f_j F_i) & & & & & & & & \\ 0 & 12f_i F_j l & 4f_i(3+f_j)l^2 & & & & & & & \\ -\alpha f' & 0 & 0 & \alpha f' & & & & & & \\ 0 & -12(f_i F_j + f_j F_i) & -12f_j F_i l & 0 & 12(f_i F_j + f_j F_i) & & & & & \\ 0 & 12f_j F_i l & 8F_i l^2 & 0 & -12f_j F_i l & 4f_j(3+f_i)l^2 & & & & \end{bmatrix} \quad (10)$$

위의 두 식에서 f' 와 q_2^0 등의 의미는 식(2) 및 (6)에서와 같으며, $F_i=1+f_i$, $F_j=1+f_j$, $F_{i,j}=f_i \cdot f_j$ 를 나타낸다.

골조 전체의 강성행렬 $[K]$, 외력(external force) vector $\{Q\}$, 외부 변형 vector $\{\Delta\}$ 는 요소의 행렬들을 전체 구조물의 좌표로 변환하여 조합한 후 구해질 수 있으며, 외력 vector $\{Q\}$ 와 외부 변형 vector $\{\Delta\}$ 는

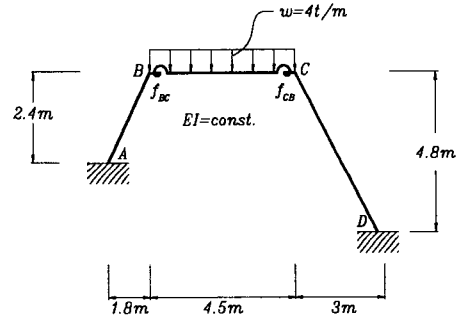
$$\{Q\} = [K]\{\Delta\} \quad (11)$$

으로 표시된다. 식 (11)에서 구속 절점의 변형에 해당되는 행과 열을 소거한 후 변형 vector $\{\Delta\}$ 를 구하게 되며, $\{\Delta\}$ 가 결정되면 식 (8) 및 (9)에 의하여 최종적으로 요소력과 구속 절점의 반력을 구할 수 있게 된다.



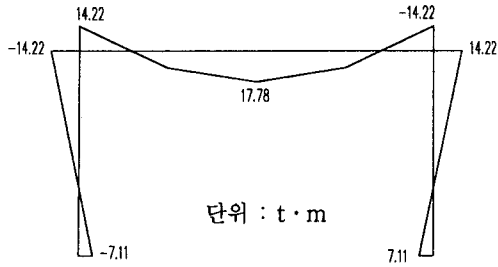
Column : H-340×250×9×14, $I_c=21700\text{cm}^4$, $A_c=101.5\text{cm}^2$
 Beam : H-496×199×9×14, $I_c=41900\text{cm}^4$, $A_c=101.3\text{cm}^2$

(a) 단경간, 단층 정형 골조

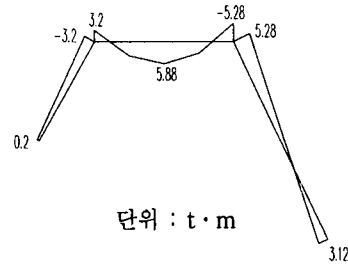


H-200×200×8×12, $I=4720\text{cm}^4$, $A=63.53\text{cm}^2$

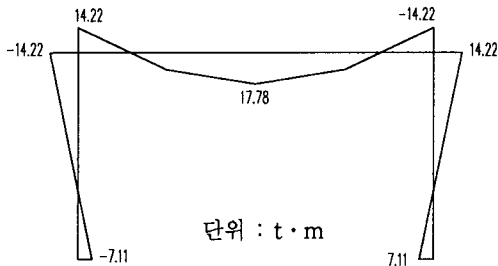
(a) 단경간, 단순 이형 골조



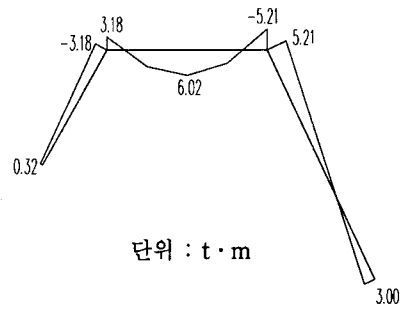
(b) 처짐각법을 이용한 B.M.D



(b) 처짐각법을 이용한 B.M.D



(c) Program을 이용한 B.M.D(축방향 변형 무시)



(c) Program을 이용한 B.M.D(축방향 변형 무시)

그림 3. 단경간, 단층 정형 골조

그림 4. 단경간, 단순 이형 골조

개발된 program의 검증을 위하여 단경간, 단층의 그림 3.과 같은 정형골조와 그림 4.와 같은 이형골조를 택하였다. 그림 3.(a)와 4.(a)는 종래의 처짐각법식, 즉 식 (4)의 적용으로 얻어지는 B.M.D이고 그림 3.(b)와 4.(b)는 개발한 유한요소 program에서 보의 부분고정값을 $f_{BC} = f_{CB} = 1.0$ 으로 놓고 기둥의 단면적 A가 대단히 크다고 놓은 다음 얻어진 응력해석 결과이다. 이들 결과의 비교에서 개발된 program의 검증은 끝났다고 할 수 있는데 실제로 다경간, 다층골조의 응력해석 결과에서도 마찬가지로 결론을 얻는다. 이들 그림과 관련된 표 1. 및 표 2.는 축방향력으로 인한 기둥의 축소영향을 고려하면서 보 양단의 고정도를 변화시켰을 때의 부(-)모멘트 및 정(+)모멘트 변화이다. 이들 두 표에서 얻을 수 있는 결론은 단일 span의 골조에서는 보 양단의 고정도 변화가 보의 단면 설계에 큰 경제성을 가져올 수 없다는 것이다.

표 1. 부분고정 골조의 모멘트 변화(그림 3)
(축방향 변형 고려, $f_{BC} = f_{CB} = f$)

Moment f	M_{BC}	M_0
1.0	14.332	17.668
0.8	13.322	18.778
0.6	11.710	20.290
0.4	9.530	22.470
0.2	6.115	25.885
0.0	0	32

표 2. 부분고정 골조의 모멘트 변화(그림 4)
(축방향 변형 고려, $f_{BC} = f_{CB} = f$)

Moment f	M_{BC}	M_0	M_{CB}
1.0	3.201	5.912	-5.225
0.8	2.948	6.235	-4.832
0.6	2.603	6.676	-4.296
0.4	2.107	7.313	-3.517
0.2	1.335	8.317	-2.281
0.0	0	10.013	0

4. CASE STUDY

그림 5. OO초등학교의 교실동 단면도이다. 구조체는 철골조이다. 여기서는 원래의 구조계산에서 채택한 동일한 하중조건에 고정도 조절을 하면, 보 단면적의 감소가 가능한지를 검토하였다. 축방향 변형을 무시한 기존의 응력해석(그림 10(a))을 토대로 설계된 부재는 다음 표에 나타나 있다. 여기서 우측 보의 내측 고정도를 0.6으로 하고, 축방향력을 고려했을 경우 좌측 기둥의 모멘트가 다소 증가했다. 그러나, 보의 내단 모멘트는 오히려 감소되었다. 부분 고정도를 고려한 그림에서 설계모멘트를 20.94ton이라 했을 때, 부재를 다시 설계하면 표 2와 같이 기둥단면의 변화없이 보 중량의 17% 감소 즉 부분 고정도 조절이 가능한 경우 경제적이 보 부재 선택이 가능함을 보여준다.

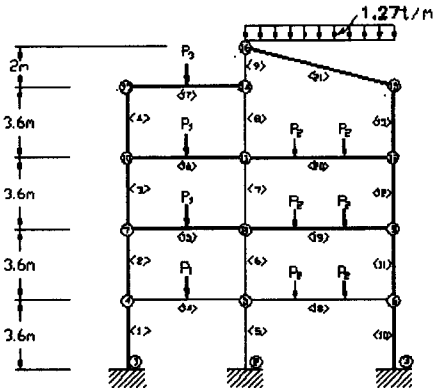
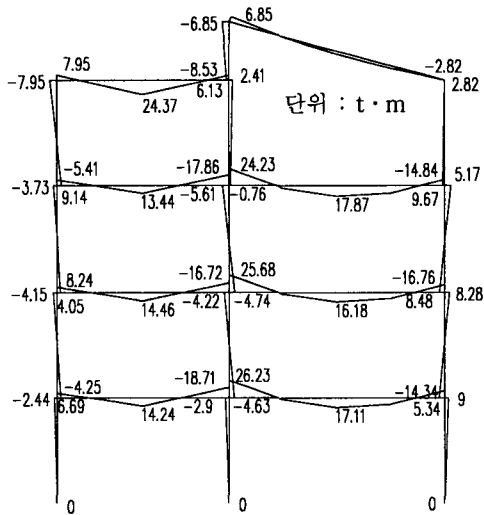


그림 5. OO초등학교 교실동

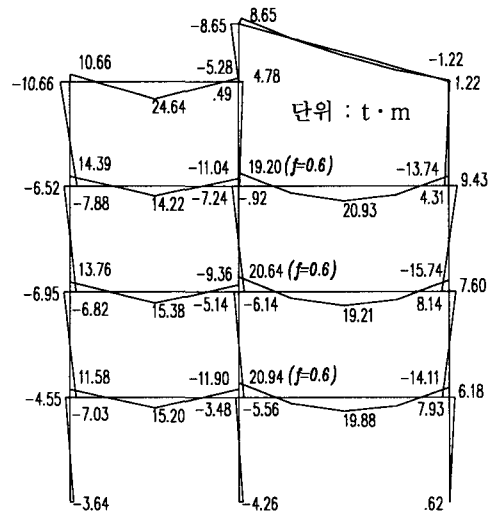
표 3. 기존의 설계 단면

member	부재	단면 2차모멘트	단면적
<1>~<4>	H-300×300×10×15	20400cm ⁴	119.8cm ²
<10>~<13>	H-304×301×11×17	22903 "	132.04 "
<5>~<9>	H-396×199×7×11	20000 "	72.16 "
<14>~<16>	H-496×199×9×14	41900 "	101.3 "
<17>~<20>	H-350×175×7×11	13600 "	63.14 "

* 작용하중 - $P_1=17.96\text{ton}$ $P_2=14.96\text{ton}$
 $P_3=21.74\text{ton}$



(a) 축방향 변형을 무시한 B.M.D



() 내의 f 값은 조절된 고정도 값
 (b) 축방향 변형 고려 및 부분 고정 골조

그림 6. OO초등학교 교실동 응력해석

표 4. 부분 고정도가 고려된 단면 (전체 강제 중량의 17%절약)

member	부 제	단 면 2차모멘트	단면적
<1>~<4> <10>~<13>	H-300×300×10×15	20400cm ⁴	119.8cm ²
<5>~<9>	H-304×301×11×17	22903 "	132.04 "
<14>~<16>	H-396×199×7×11	20000 "	72.16 "
<17>~<20>	H-400×200×8×13	23700 "	84.12 "
<21>	H-350×175×7×11	13600 "	63.14 "

5. 결 론

기존의 평면 골조 해석용 유한요소 program을 요소의 강성행렬 및 절점력 vector가 요소 양 단부의 부분 고정도 함수로 표시될 수 있도록 수정하였다. 개발 program의 검증을 위하여 처짐각법을 이용한 응력 해석 결과와 비교한 결과 거의 일치하므로 본 program의 타당성은 충분하다 할 수 있다. 이를 토대로 개발된 program을 이용하여 기존의 철골 구조물을 해석함으로써 다음과 같은 결론을 내릴 수 있었다. 다층, 다경간 골조에서 보 양단의 부분 고정도 값을 적절히 조절하면 양 단부 및 중앙부의 설계용 모멘트가 거의 비슷한 값을 갖게 되어 경제적인 보 단면의 선택이 가능함을 보여주었다.

참 고 문 헌

1. Batho, C., and Rowan, H.C., "Investigations on Stanchion Connections" Second Report, *Steel Structures Research Committee, Dep. of Scientific and Industrial Research of Great Britain*. H.M. Stationery Office, London, 1934, pp. 61-137.
2. Baker, J.F., "The Stress Analysis of Steel Building Frames" Second Report, *Steel Structures Research Committee, Dep. of Scientific and Industrial Research of Great Britain*. H.M. Stationery Office, London, 1934, pp. 200-241.
3. Hechtman, R.A., and Johnston, B.G., "Riveted Semi-Rigid Beam-to-Column Connection" Progress Report No. 1. *AISC Committee on Steel Structures Research*, Nov., 1947.
4. Johnston, B.G., and Mount, E.H., "Analysis of Building Frames with Semi-Rigid Connection" *Trans., ASCE*, Vol. 107, 1942, pp. 933-1018.
5. American Institute of Steel Construction, "Load and Resistance Factor Design" Manual of Steel Construction, 1st ed., Chicago, *AISC*, 1986.
6. J.S. Kinney, "Indeterminate Structural Analysis" Addison Wesley Publishing Co., 1957.
7. Wilson, W.M., and Moore, H.F., "Tests to Determine the Rigidity of Riveted Joints of Steel Structures" *University of Illinois Bulletin*, No. 104, 1971.
8. S.P. Timoshenko, "Theory of Elastic Stability", McGraw Hill Book Co., 1936.
9. 金亨杰, "A Study on the Stress Analysis for Partially Rigid-Jointed Structures", 서울대학교 大學院 博士學位論文, 1973.