

정현상 대칭으로 Taper진 변단면 압축재의 임계하중

The Elastic Critical Loads of Sinusoidally Tapered Symmetric Compression Members

오 금 열* 홍 종 국* 김 순 철** 이 수 곤***
Oh, Geum-yeol Hong, Jong-Kook Kim, Soon-Chul Lee, Soo-Gon

ABSTRACT

The elastic critical loads of prismatic compression members can be easily determined by the conventional analytic method. In the cases of sinusoidally tapered members, however, the determination of elastic critical loads become impossible when one relies on the analytic method. In this paper, the critical loads of sinusoidally tapered members were determined by finite element method. Generally the output or results of numerical analysis are valid only when the governing parameters of a given system (or problem) have particular values. To make the practical applications easy, the critical loads determined by finite element method are expressed by some algebraic equations. The constants contained in the algebraic equations were determined by regression technique. The elastic critical loads estimated by the proposed algebraic equations coincide well with those by finite element method.

1. 서 론

구조 부재 또는 구조물 전체의 정적 안정(static stability)을 지배하는 탄성 임계하중(elastic critical load)은 여러가지 해석적 방법으로 정해치 또는 근사치를 산정할 수 있다. 그러나 그림 1과 같은 형태의 변 단면 압축재의 경우, 흔히 이용되어온 해석적 방법인 중립 평형법(numerical equilibrium method)이나 에너지 원리 등의 응용은 임계하중 산정을 불가능하게 하거나 가능하여도 대단히 복잡한 계산을 거쳐야 된다.

이번 연구는 부재축에 따른 단면형태 변화가 정현 곡선형태(sine curve form)를 취할 때의 탄성 임계하중을 수치해석법의 하나인 유한요소법으로 산정하는 것이다. 유한요소는 절점에서의 자유도(D.O.F)가 2인 선형요소를 택하였다. 수치해법의 어느것을 택하든지 어떤 계(system)에 응용하여 얻어진 결과(out put)는 주어진 계의 거동을 지배하는 매개변수들이 특정값을 갖을 때에만 유효하다는 단점을 보완하기 위하여 유한요소법으로 산정한 임계하중값들을 단면의 성질을 지배하는 매개변수와 taper 매개변수를 독립변수로 하는 간단한 대수 방정식(algebraic equation)을 양단의 경계조건 별로 제안하였다. 대수 방정식에 포함된 미지 상수들은 회귀분석법(regression method)을 이용하여 결정하였다. 회귀분석 결과로 얻어진 식으로 추정된 임계

* 전남대학교 대학원 석사과정

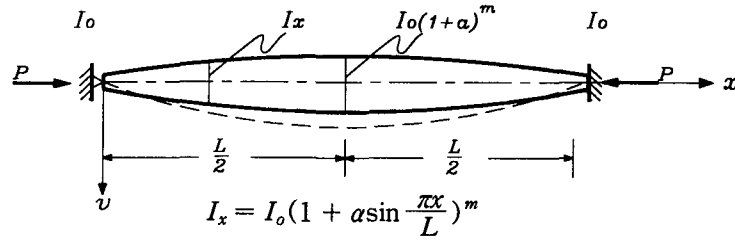
** 동신대학교 건축공학과 부교수

*** 전남대학교 건축학과 교수

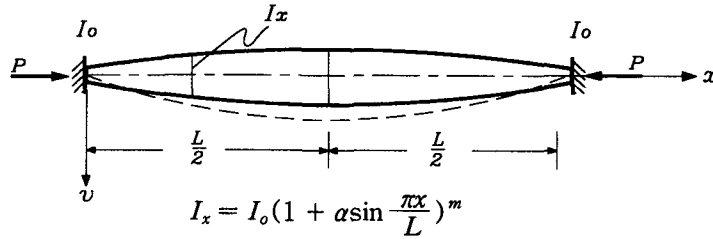
하중치와 유한 요소법의 임계하중 값들의 상관계수는 어느 경우나 거의 1에 가까운 값이다.

2. 연구의 범위

여기서는 먼저 아래 그림과 같이 부재축에 따른 부재 형태가 정현형태로 변하는 변단면 압축재의 임계하중 산정에 관한 고전적 방법을 간단히 소개하기로 한다.



(a) 단순지지-고정 압축재

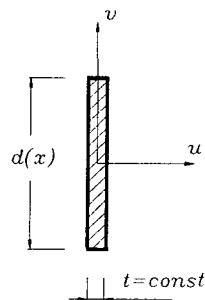


(b) 양단 완전고정 압축재

그림 1. 대칭으로 taper 진 압축재

그림 1에서 α 는 taper parameter로 다음의 유한 요소법에서는 그 변화범위를 $\alpha = 0.0, 0.1, 0.2, \dots, 2.0$ 까지로 하였다($\alpha=0.0$ 은 등단면 부재). 또한 단면성질 매개변수(sectional property parameter)인 m 은 $m = 1, 2, 3$ 또는 4 중 어느 하나를 취하는 것으로 하였다.

단면성질 매개변수 m 의 기하학적 의미는 다음 그림 2를 가지고 설명하기로 한다.^{(2),(3)} 단 아래의 4개 그림에서 $d(x)$ 는 변화치수로 그 변화는 $d(x) = d_0(1 + \alpha \sin \frac{\pi x}{L})$ 로 표시된다고 한다.



$$I_v = I_0 \left(1 + \alpha \sin \frac{\pi x}{L} \right)^1$$

$$I_u = I_0 \left(1 + \alpha \sin \frac{\pi x}{L} \right)^3$$

(a) $m = 1$ 또는 3

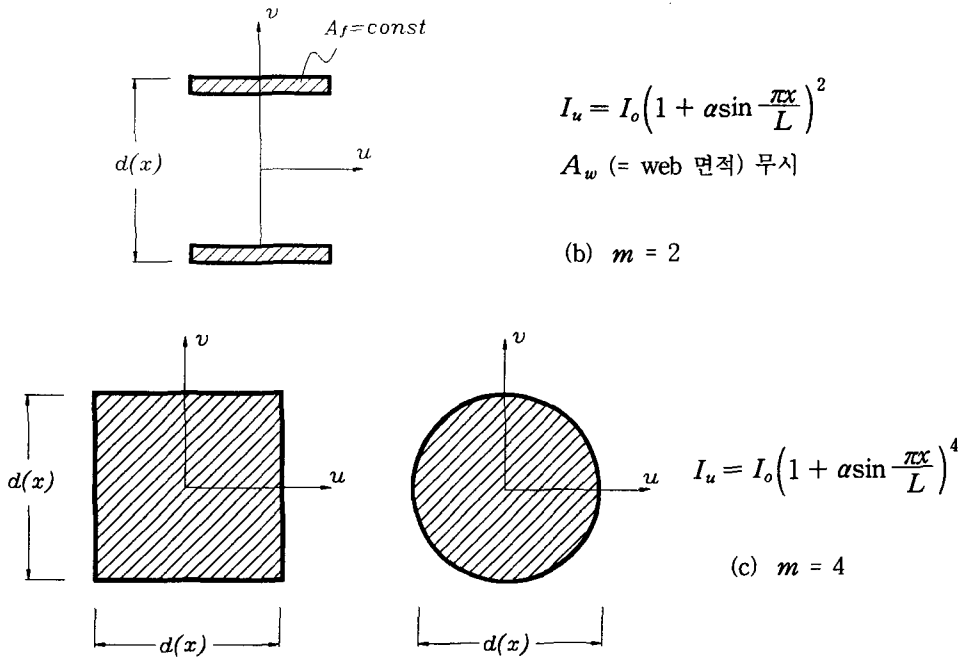


그림 2. 매개변수 m 의 기하학적 의미

그림 2(a)에서 v -축 및 u -축에 관한 단면 2차 모멘트 I_v 와 I_u 는

$$I_v = \frac{t^3 d(x)}{12} = \frac{t^3 d_0}{12} (1 + \alpha \sin \frac{\pi x}{L}) = I_0 (1 + \alpha \sin \frac{\pi x}{L})$$

$$I_u = \frac{t d^3(x)}{12} = \frac{t d_0^3}{12} (1 + \alpha \sin \frac{\pi x}{L})^3 = I_0 (1 + \alpha \sin \frac{\pi x}{L})^3$$

로 되는데 여기서 I_0 는 부재 양단에서의 단면 2차 모멘트를 표시한다. 그림 2(b)와 (c)에 대한 설명은 그림으로 충분하므로 별도의 설명은 생략한다.

3. 유한 요소법⁽⁷⁾

Rayleigh-Ritz법이나 유한 차분법을 변단면 부재의 임계하중 산정에 응용하게 되면 복잡한 계산과정을 거쳐야 가능하다. 또한 좌굴 처짐함수의 가정이나 부재의 분할에 따라 상당한 오차가 있을 수 있다. 이런점 때문에 여기에서는 수치해석법으로 널리 이용되는 유한 요소법으로 임계하중을 산정하기로 한다.

(요소의 강성행렬)

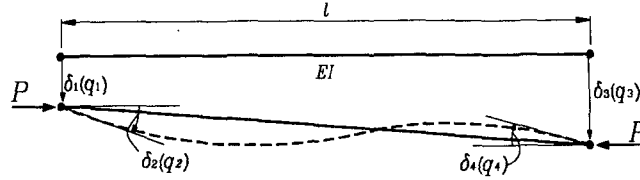


그림 3. 요소의 변형과 힘성분

그림 3는 선형 beam-column 요소의 변형성분 δ_i 와 대응하는 요소력 성분 q_i 를 표시한다. 강성행렬법의 원리는 energy principle로서 일정 축방향력 P 에 의한 외부일(external work) 및 절점력 q 에 의한 외부일이 요소에 축적된 변형에너지(strain energy) U 가 같다는 조건⁽⁷⁾으로부터 유도할 수 있다.

$$W = \frac{P}{2} \int_0^l (y')^2 dx + \frac{1}{2} \{\delta\}^T [q] = \frac{P}{2} \int_0^l (y')^2 dx + \frac{1}{2} \{\delta\}^T [k] \{\delta\}$$

$$U = \frac{1}{2} \int_0^l EI(x) (y'')^2 dx, \quad (EI(x); \text{요소의 휨 강성}) \quad (1)$$

$$\{\delta\}^T [k] \{\delta\} = \int_0^l EI(x) (y'')^2 dx - P \int_0^l (y')^2 dx$$

각 node에서의 자유도가 그림 3에서와 같이 각각 2개이면, 처짐함수를 다음과 같이 3차식으로 가정할 수 있고 경계조건으로부터 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$v = C_0 + C_1 x + C_2 x^2 + C_3 x^3$$

$$= [N_1 \ N_2 \ N_3 \ N_4] \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \end{Bmatrix} = [N] \{\delta\} \quad (2)$$

여기서 N_1, N_2, N_3, N_4 는 shape function의 성분으로 그 성분은 다음과 같다.

$$N_1 = -1 + 3\left(\frac{x}{l}\right)^2 - 2\left(\frac{x}{l}\right)^3, \quad N_2 = x\left(1 - \frac{x}{l}\right)^2$$

$$N_3 = -3\left(\frac{x}{l}\right)^2 + 2\left(\frac{x}{l}\right)^3, \quad N_4 = -\frac{x^2}{l}\left(1 - \frac{x}{l}\right) \quad (3)$$

또한 식(2)에서 $\{\delta\}$ 는 절점변형 vector를 의미한다.

여기서 식 (2)와 (3)을 이용하면 식 (1)로부터 요소의 강성행렬 $[k]$ 는 다음식으로 된다.

$$[k] = \int_0^l EI(x) \left[\frac{d^2 N}{dx^2} \right]^T \cdot \left[\frac{d^2 N}{dx^2} \right] dx - P \int_0^l \left[\frac{dN}{dx} \right]^T \cdot \left[\frac{dN}{dx} \right] dx$$

$$= [k_b] - P[k_g] \quad (4)$$

윗 식에서 $[k_b]$ 는 요소의 휨을 고려한 휨 강성행렬(flexural stiffness matrix)이고 $[k_g]$ 는 휨 강성에 미치는 압축력의 영향을 나타내는 기하 강성행렬(geometric stiffness matrix)이다. 그러나 식 (4)의 적분에서 그림 1에서와 같이 단면이 변하게 될 때, 즉 단면 2차 모멘트가 변하게 되면 계산이 대단히 복잡하게 되므로 편의상 요소 중앙점에서의 단면 2차 모멘트를 $I_{(e)}$ 라 놓고 계산하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$[k_b] = \frac{EI_{(e)}}{l^3} \begin{bmatrix} 12 & & & \\ -6l & 4l^2 & & \\ -12 & 6l & 12 & \\ -6l & 2l^2 & 6l & 4l^2 \end{bmatrix} \quad \text{symm} \quad (5-a)$$

$$[k_g] = \left(\frac{1}{30}\right) \cdot \frac{P}{l} \cdot \begin{bmatrix} 36 & & & \text{symm} \\ -3l & 4l^2 & & \\ -36 & 3l & 36 & \\ -3l & -l^2 & 3l & 4l^2 \end{bmatrix} \quad (5-b)$$

실제로 그림 1과 같은 대칭 변단면 압축재를 20 등분 ($L=20l$) 할 경우 $m=2$, $\alpha=1.0$ 이면, 세 번째 요소의 휨 강성행렬 중 $(k_{11})_b$ 즉, $\int_{2l}^{3l} \left[\left(\frac{d^2 N_1}{dx^2} \right)^2 \cdot EI_0 \cdot \left(1 + \alpha \sin \frac{\pi x}{20l} \right)^2 \right] dx$ 의 정확한 수치 적분 결과는 $749.2182 \cdot EI_0/l^3$ 으로 된다. 약산에 의한 $(k_{11})_b$ 는 먼저 $I_{(3)} = I_0 \left(1 + \sin \frac{\pi x}{20l} \right)^2 \Big|_{x=2.5l} \approx 1.2649I_0$ 가 되고, $\int_{2l}^{3l} \left(\frac{d^2 N_1}{dx^2} \right)^2 dx = \int_{2l}^{3l} \left(\frac{144x^2}{l^6} - \frac{144x}{l^5} + \frac{36}{l^4} \right) dx = \frac{588}{l^3}$ 이므로 $(k_{11})_b$ 는 $743.7612 \cdot EI_0/l^3$ 가 된다. 정확한 수치 적분 결과와 비교했을 때 오차는 약 -0.73%로 무시할 수 있는 정도이다. 오차를 비교해 보기 위해 부재 중앙점의 요소, 즉 열번째 요소의 휨 강성행렬 중 $(k_{11})_b$ 즉, $\int_{9l}^{10l} \left[\left(\frac{d^2 N_1}{dx^2} \right)^2 \cdot EI_0 \cdot \left(1 + \alpha \sin \frac{\pi x}{20l} \right)^2 \right] dx$ 의 정확한 수치 적분 결과는 $24826.1943 \cdot EI_0/l^3$ 으로 된다. 약산에 의한 $(k_{11})_b$ 는 먼저 $I_{(10)} = I_0 \left(1 + \sin \frac{\pi x}{20l} \right)^2 \Big|_{x=9.5l} \approx 2.1238I_0$ 가 되고, $\int_{9l}^{10l} \left(\frac{d^2 N_1}{dx^2} \right)^2 dx = \int_{9l}^{10l} \left(\frac{144x^2}{l^6} - \frac{144x}{l^5} + \frac{36}{l^4} \right) dx = \frac{11676}{l^3}$ 이므로 약산에 의한 $(k_{11})_b$ 는 $24797.4888 \cdot EI_0/l^3$ 가 된다. 따라서 약산에 의한 오차는 -0.12%정도로 된다.

4. 임계하중 산정

요소의 절점력 vector $\{q\}$ 와 절점변형 vector, $\{v\}$ 의 관계식을 압축재 전체의 모든 요소에 관하여 조합하고 경계조건을 처리한 후의 외력 vector, $\{Q\}$ 와 외부변형 vector, $\{\Delta\}$ 는 구조체의 강성행렬 $[K]$ 에 의하여 다음과 같은 식으로 결합된다.

$$\{Q\} = [K]\{\Delta\}, \quad [K] = [K_b] - P[K_g] \quad (6)$$

이때 좌굴의 정의를 압축력의 증가로 인한 변형의 급격한 증가라 정의하면,

$$\det. [[K_b] - P[K_g]] = 0 \quad (7)$$

이 되어야 한다. 이 식은 전형적인 고유치 문제로서 행렬의 차수(dimension)가 커지게 되면 앞에서 말한 computer를 이용한 반복법(iteration method)을 이용하여 임계하중을 산정함이 편리하다. 즉, 뒷 식을 다음과 같이 변형시켜 1차 좌굴mode에 대응하는 최소 임계하중을 구할 수 있다.

$$\det. \left[[K_b]^{-1}[K_g] - \frac{1}{P_{cr}}[I] \right] = 0 \quad (8)$$

여기서 $[I]$ 는 단위행렬(identity matrix)을 의미한다.

앞서 전개한 이론을 그림 1과 같은 대칭 변단면 압축재의 좌굴에 응용하기로 한다. 일반적으로 요소를 세분할수록, 바꾸어 말하면 부재의 요소수를 증가할수록 수치해석법에 의한 결과는 정해치에 더욱 수렴하는 것으로 알려져 있다. 이와같은 사실은 그림 1과 같은 변단면의 임계하중 산정에서 요소수 증가에 따른 임계하중의 수렴정도를 나타내는 다음의 그림 4로부터 알 수 있다.

단면형태변화가 그림 1과 같을 때 정확한 임계하중식은 알 수 없으나 $N=16$ 부터는 거의 일정한 값을 유지하므로 여기서는 $N=20$, 즉 변단면 압축재를 20등분 한 다음 $\alpha = 0.1$ 에서 $\alpha = 2.0$ 까지 변화시켜 임계하중치를 산정하였고 그 결과는 표 1과 같다. 표에서 " C_{sem} "이란 열(column)이 유한요소법에 의한 결과이다.

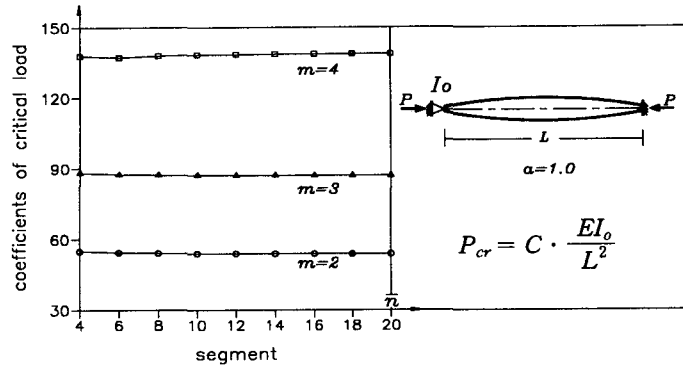


그림 4. 요소수의 증가와 수렴도

표 1-1. 단순-고정 대칭변단면 압축재의 임계하중 계수 ($P_{cr} = C \cdot \frac{EI_0}{L^2}$)

α	(단순-고정)							
	m = 1		m = 2		m = 3		m = 4	
	C_{fem}	C_{est}	C_{fem}	C_{est}	C_{fem}	C_{est}	C_{fem}	C_{est}
0.0	20.1897	20.2762	20.1897	19.9608	20.1897	20.9386	20.1897	23.2096
0.1	21.5368	21.5626	22.9788	22.9015	24.5047	24.7651	26.1440	27.1533
0.2	22.8666	22.8616	25.8958	25.9268	29.3074	29.2376	33.1483	32.7940
0.3	24.1808	24.1734	28.9422	29.0336	34.6053	34.3560	41.3526	40.1316
0.4	25.4763	25.4978	32.1223	32.2309	40.4155	40.1204	50.7873	49.1661
0.5	26.7583	26.8348	35.4111	35.5098	46.7682	46.5308	61.6018	59.8976
0.6	28.0483	28.1845	38.8478	38.8733	53.6506	53.5871	73.8009	72.3260
0.7	29.3228	29.5469	42.4000	42.3212	61.1175	61.6376	87.5929	86.4513
0.8	30.5623	30.9219	46.0627	45.8537	69.1386	69.6376	102.9397	102.2735
0.9	31.8095	32.3096	49.8727	49.4708	77.7706	78.6318	119.8988	119.7927
1.0	33.0432	33.7100	53.7928	53.1724	86.9261	88.2720	138.7224	139.0088
1.1	34.2764	35.1230	57.8335	56.9585	96.7494	98.5581	159.1774	159.9218
1.2	35.4904	36.5486	61.9967	60.8291	107.1290	109.4902	181.3147	182.5317
1.3	36.7216	37.9870	66.2563	64.7843	118.1660	121.0682	205.4279	206.8386
1.4	37.9242	39.4380	70.6446	68.8241	129.8358	133.2922	231.6201	232.8424
1.5	39.1224	40.9016	75.1638	72.9483	142.1767	146.1622	259.2397	260.5413
1.6	40.3371	42.3779	79.7322	77.1571	155.0595	159.6781	289.3610	289.9407
1.7	41.5142	43.8669	84.5199	81.4505	168.6722	173.8400	320.9997	321.0353
1.8	42.7208	45.3685	89.3823	85.8284	182.9839	188.6748	354.6209	353.8268
1.9	43.9082	46.8828	94.3359	90.2908	197.7644	204.1016	390.0978	388.3152
2.0	45.0818	48.4098	99.4296	94.8378	213.3009	220.2014	426.8193	424.5006

표 1-2. 고정-고정 대칭변단면 압축재의 임계하중 계수 ($P_{cr} = C \cdot \frac{EI_0}{L^2}$)

α	(고정-고정)							
	m = 1		m = 2		m = 3		m = 4	
	C_{fem}	C_{est}	C_{fem}	C_{est}	C_{fem}	C_{est}	C_{fem}	C_{est}
0.0	39.4759	39.8272	39.4759	38.7499	39.4759	41.3914	39.4759	47.7517
0.1	41.8023	41.9343	44.2653	43.9725	46.8767	47.6358	49.6425	52.9239

0.2	44.0785	44.0576	49.2211	49.2365	54.9652	54.8822	61.3877	60.9946
0.3	46.3113	46.1969	54.3367	54.5417	63.7605	63.1306	74.8594	71.9636
0.4	48.4975	48.3523	59.6005	59.8882	73.2835	72.3811	90.2135	85.8310
0.5	50.6558	50.5238	65.0270	65.2759	83.5902	82.6336	107.6018	102.8968
0.6	52.7986	52.7114	70.6257	70.7049	94.6346	93.8881	127.1732	122.2609
0.7	54.8978	54.9151	76.3658	76.1752	106.5287	106.1446	149.0862	144.8235
0.8	56.9717	57.1349	82.2691	81.6867	119.2531	119.4032	173.5117	170.2844
0.9	59.0281	59.3708	88.3311	87.2394	132.7834	133.6638	200.5416	198.6438
1.0	61.0377	61.6228	94.5473	92.8335	147.1903	148.9264	230.4516	229.9015
1.1	63.0539	63.8908	100.9146	98.46875	162.5439	165.1910	263.2571	264.0575
1.2	65.0382	66.1750	107.4266	104.1453	178.7487	182.4576	298.9847	301.1120
1.3	67.0311	68.4752	114.0774	109.8631	195.9005	200.4576	338.0799	341.0648
1.4	68.9804	70.7915	120.9113	115.6221	214.0015	219.7263	380.7985	383.9161
1.5	70.9064	73.1239	127.8726	121.4224	233.1752	240.2697	426.6034	429.6657
1.6	72.8557	75.4724	134.9844	127.2640	253.1749	261.5444	476.6333	478.3137
1.7	74.7646	77.8370	142.2782	133.1468	274.2566	283.8212	530.3395	529.8600
1.8	76.6778	80.2177	149.7660	139.1487	296.5233	307.0999	587.6689	584.3048
1.9	78.5564	82.6145	157.3145	145.3627	319.5844	331.3807	649.6248	641.6479
2.0	80.4383	85.0274	165.0335	151.0429	343.7418	356.6636	714.3083	701.8895

5. 회귀식

수치해석법에 의한 결과치는 어떤 특정 경우에만 적용할 수 있고 따라서 일반화 할 수 없는 것은 일반적으로 알려진 사실이다. 여기서는 구조설계 실무에 종사하는 기술자가 그림 1과 같은 압축재의 설계에 당면하게 될 때 부재의 내력평가를 보다 신속히 하는데 도움이 되도록 다음과 같은 추정식을 제안하였다.

$$C(a, m) = (A_0 + A_1 m + A_2 m^2) + (B_0 + B_1 m + B_2 m^2)a + (C_0 + C_1 m + C_2 m^2)a^2$$

$$P_{cr} = C(a, m) \cdot \frac{EI_0}{L^2} \quad (9)$$

위의 추정식중의 상수는 표 1의 “ C_{fem} ”을 기본으로 회귀법^{(12),(13)}을 이용하여 구하였고, 이 회귀상수들을 이용하여 추정된 임계하중 계수값이 표 1의 “ C_{est} ”이다.

표 2. 대칭변단면 압축재의 회귀상수

경계조건	A_0	A_1	A_2	B_0	B_1	B_2	C_0	C_1	C_2	r
단순-고정	21.8848	-2.2552	0.6466	-13.5136	31.3837	-5.0666	21.5136	-33.1219	12.2386	1.0
고정-고정	44.6233	-6.6555	1.8594	-35.6549	69.4542	-12.8082	46.3259	-68.9113	23.3899	1.0

또한 위의 추정식이 유한 요소법에 의한 임계하중치를 얼마나 충실히 반영하였는가는 다음의 상관계수(r)를 이용하여 구하였는데 그 결과 모두 1에 가까운 값들로, 위에서 제안한 제안식을 신뢰할 수 있었다.

$$r = \frac{\sum (C_{fem} - \bar{C}_{fem}) \cdot (C_{est} - \bar{C}_{est})}{\sqrt{\sum (C_{fem} - \bar{C}_{fem})^2 \cdot \sum (C_{est} - \bar{C}_{est})^2}} \quad (10)$$

\bar{C}_{fem} 와 \bar{C}_{est} 는 각 C_{fem} 과 C_{est} 의 산술평균값을 의미한다.

6. 결 론

부재축에 따른 단면 변화가 정현함수로 표시되는 변단면 압축재의 임계하중 산정을 위해, 본 연구에서는 수치해석법의 하나인 유한 요소법(finite element method)을 이용하였다. 그러나 기타 수치해석법에 의한 변단면 압축재의 임계하중은 특정의 매개변수 때에만 유효하다. 따라서 유한 요소법으로 산정한 임계하중치를 표준치로 하여 회귀분석법을 통하여 실무에 손쉽게 이용할 수 있도록 간단한 2차식을 제안하였다. 제안식을 통한 임계하중치와 유한 요소법에 의한 임계하중치를 비교한 결과를 요약하면 다음과 같다.

1. 지지조건이 단순-고정일 경우에 비해 양단이 고정일 경우가 오차가 비교적 적게 나타나고 있으며 minus 오차이므로 실제 설계 이용시에는 더 유리하다고 할 수 있다.
2. 최대오차는 약 8%정도이고, 거의 모든 경우에 있어서 1%정도의 비교적 무시할 수 있는 정도의 오차를 나타내고 있다. 이때의 상관계수는 어느 경우애나 단위치 (1)에 가까운 값들로 판명되어 제안식의 신뢰도를 인정할 수 있다.

따라서 변단면 기둥의 설계나 구조검토에 임하는 구조 실무자들이 위에서 제안한 대수식을 이용할 경우 비교적 쉽고 정확한 결과를 얻을 수 있다.

참 고 문 헌

1. Stephen P. Timoshenko and James M. Gere, "Theory of Elastic Stability", McGraw-Hill Book Co., 1963
2. 李 守 坤, "Eigenvalue Problems of the Tapered Bars with Partially Fixed Ends", 서울대학교 大學院 博士學位請求論文, 1979
3. Daniel J. Gorman, "Free Vibration Analysis of Beams and Shafts", John Wiley & Sons, Inc., 1975
4. Himat Solanki and Gajanan M. Sabnis, *Buckling Load of Tapered Columns*, pp436~442, Structures Congress, 1989
5. Moshe Eisenberger and Yoram Reich, *Buckling of Variable Cross Section Columns*, pp443~451, Structures Congress, 1989
6. Frank E. Weisgerber and Khalid Salahuddin, *Elastic Stability of Non-Prismatic Columns*, pp410~417, Structures Congress, 1989
7. 李 守 坤, "構造物の 安定理論", 全南대학교 出版部, 1995
8. Alexander Chajes, "Principles of Structural Stability Theory", Prentice-Hall, Inc., 1974
9. 李 尚 宰, "變斷面 棒의 近似 臨界荷重", 全南대학교 大學院 碩士學位請求論文, 1980
10. 建築構造學大系 編輯委員會, "固有値問題", 彰國社(日本), 1967
11. W.F.Chen and E.M.Lui, "Structural Stability", Elsevier, 1987
12. 史 宗 燁, Professor's Numerical Analysis Home Page, Ch.4, 回歸分析, Ch.5, 數值積分,
13. Murray R. Spiegel, "Probability and Statistics", Schaum's Outline Series, McGraw-Hill, 1975