

폴리머 첨가제에 의한 난류항력감소의 직접 수치 모사

민태기*, 유정열**, 최해천**

서울대학교 대학원*

서울대학교 기계항공공학부**

Direct Numerical Simulation of Turbulent Drag Reduction by Polymer Additives

Taegee Min*, Jung Yul Yoo**, Haechon Choi**

Graduate School, Seoul National University*

School of Mechanical and Aerospace Engineering, Seoul National University**

서론

뉴턴유체의 난류유동에 극소량의 폴리머를 첨가했을 때 발생하는 항력감소에 대해 지난 수십년간 많은 연구들이 이루어져 왔다. 초기의 실험적인 연구들은 대개 난류항력감소에 영향을 주는 폴리머 재료와 농도, 첨가방법들에 관심을 두었고 Virk *et al.* (1967) 은 폴리머 첨가에 의한 최대 난류항력감소는 70%에 이를 수 있다고 보고하였다. 근래의 실험적 연구들 (Luchik & Tiederman, 1988; Wei and Willmarth, 1992) 에서는 보다 정밀한 측정방법들을 이용하여 항력감소 유동장에서 여러 가지 난류량들이 측정되어 보고되었다.

한편 이론적인 연구들은 대개 항력감소의 메커니즘에 관심을 두었고 Lumley (1969) 는 폴리머의 시간 스케일과 난류유동의 시간 스케일의 관계가 항력감소의 발생과 관련이 있다고 하였다. 이는 Berman (1977) 의 실험에 의해 상당한 설득력이 있음이 확인되었고, Goldshtik *et al.* (1982) 은 Maxwell 모델과 Oldroyd-B 모델에 대한 벽 근처 난류거동을 섭동법으로 해석하여 비슷한 결론을 내렸다. Joseph (1990) 은 폴리머의 속도 스케일 (shear wave velocity) 과 난류의 속도 스케일과의 관계가 항력감소의 시작과 관련이 있다는 가설을 제시하였다. 하지만 이상의 연구들에서는 이러한 스케일들의 관계가 항력감소와 본질적으로 어떻게 연관을 가지는 지에 대해서는 설명할 수 없었다.

최근 컴퓨터 기술의 발달로 난류유동장에 대한 직접수치모사 (DNS, Direct Numerical Simulation) 가 가능해짐에 따라 난류항력감소에 대한 연구에서도 DNS에 의한 항력감소 메커니즘에 대한 연구가 활발해지고 있다. Orlandi (1995) 와 Den Toonder *et al.* (1997) 은 폴리머의 연신점도만을 고려하는 비탄성 모델을 사용하여 폴리머 첨가에 의한 난류항력감소 유동장에 대한 DNS를 수행하였다. 하지만 이러한 비탄성 모델은 실험적으로 관찰된 폴리머에 의한 '운동량부족분' (Momentum deficit) 을 예측하지 못하므로 항력감소 유동장을 제대로 모사할 수 없다. 점탄성 유체에 대한 DNS는 Sureshkumar *et al.* (1997) 에 의해 최초로 이루어졌으나 그들의 수치기법은 인공확산항을 가미한 FENE-P 모델을 채택한 것으로 고정확도의 차분기법과는 많은 차이를 보이므로 항력감소 유동장에 대한 연구에는 적당하지 않다 (Min *et al.*, 1999).

본 연구의 목적은 폴리머 첨가제에 의한 난류항력감소 채널 유동장에 대한 DNS를 수행하는 것이다. 따라서 폴리머 응력을 모사하기 위하여 대표적인 점탄성 유체 모델인 Oldroyd-B 모델을 채택하여 다양한 Weissenberg 수에 대한 DNS를 수행하여 그 결과를 제시하도록 한다.

지배방정식 및 수치기법

Oldroyd-B 모델을 채택한 비정상 비압축성유동의 지배방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\epsilon}{Re} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{1-\epsilon}{Re} \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

$$\tau_{ij} + We \left(\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial t} + u_k \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_k} - \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \tau_{kj} - \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \tau_{ki} \right) = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad (3)$$

여기서 u_i 는 속도, p 는 압력, τ_{ij} 는 폴리머 응력, Re 는 Reynolds 수 ($= U\delta/\nu$, U 는 층류 완전 발달 중심속도, δ 는 채널높이의 반, ν 는 폴리머 용액의 동점성 계수), We ($= \lambda U/\delta$, λ 는 응력완화 시간)는 Weissenberg 수이고, ϵ 은 폴리머 용액 전체의 전단 점도에 대한 용매 점도의 비율로서 $\epsilon=1$ 이면 지배방정식은 뉴턴유체 유동을 나타내게 된다. 본 연구에서는 $Re=3000$ 이고 $\epsilon=0.9$ 로 고정하고 계산을 수행하였다.

본 연구에 사용된 수치기법은 유한체적법을 이용한 준 내재적 분할방법으로 시간에 대해 3차 Runge-Kutta 방법과 Crank-Nicolson 방법을 사용하였고 속도와 압력의 공간차분에는 2차 정확도의 중심 차분기법을 사용하였다. 운동량 방정식의 폴리머 응력의 미분에는 확산오차가 없는 4차 정확도의 콤팩트 차분도식 (COM4; Lele, 1992) 이, 구성방정식의 대류항의 폴리머 응력의 미분에는 3차 정확도의 콤팩트 상류 차분도식 (CUD3; Tolstykh and Lipavskii, 1998) 이 사용되었는데 폴리머 응력의 배열텐서의 행렬식이 음수가 되는 곳에서는 CUD3 대신 COM4에 인공확산항이 첨가된 차분법을 사용하였다.

점탄성 유체의 구성방정식은 확산항이 없어 연신성이 강한 유동장에서 수치적으로 불안정하므로 구성방정식의 대류항의 폴리머 응력의 미분에 확산 오차를 포함하는 차분기법이 사용되어 왔다. 하지만 대개의 점탄성 유체의 해석에 이용된 차분기법은 1차 정확도의 상류차분기법이나 2차 정확도의 인공확산기법으로 고차 정확도의 해와 많은 차이를 보인다 (Min et al, 1999). Fig. 1은 $We=2$ 일 때 채널내의 평균 압력구배를 시간에 따라 나타낸 것이다. 모든 영역에서 인공확산기법을 사용한 결과 (COM4 + global AD) 와 CUD3에다 배열텐서의 행렬식이 음수인 부분에만 국소적으로 인공확산을 준 결과 (CUD3 + local AD) 가 현격히 다름을 알 수 있다.

결과 및 토의

Figure 2는 We 에 따른 평균압력 구배의 시간변화를 그린 것이다. $We > 1$ ($We_r = \lambda u_r^2/\nu > 6$) 일 때 항력감소가 시작되는 것을 알 수 있다. $We=3$ 일 때 약 21%의 항력감소를, $We=4$ 일 때 약 29%의 항력감소를 각각 나타내고 있다. Goldshtik et al. (1982) 은 Maxwell 유체인 경우 임계 We_r 가 1이지만

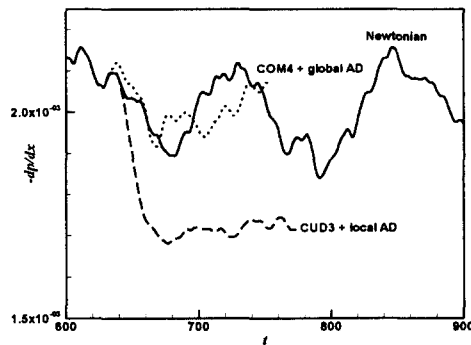


Fig. 1 Time histories of the mean pressure gradient ($We=2$)

Oldroyd 유체인 경우 ϵ 이 0.95일 때 임계 We_r 가 5 ~ 6이라고 보고했다. 한편 모든 영역에서 AD를 사용한 Sureshkumar *et al.* (1997) 은 임계 We_r 를 12.5와 25사이라고 했는데 이는 Fig. 1 ($We_r \approx 12$) 에서 보듯이 모든 영역에 AD를 사용하는 경우 낮은 We_r 에서 항력감소를 얻을 수 없기 때문으로 생각된다.

Figures 3과 4는 각각 시간평균된 주 유동방향 속도와 각 속도성분별 섭동량의 rms를 나타낸 것이다. 주 유동방향 속도가 We 의 증가에 따라 증가함을 볼 수 있고 각 속도 성분별 섭동성분의 경우, 주 유동방향의 섭동성분은 증가하는 반면 수직 방향과 폭 방향의 섭동성분은 감소하는 것을 볼 수 있다. 이는 실험적으로 관찰된 경향과도 일치하는 것으로 수직 방향과 폭 방향 속도성분이 폴리머에 의한 난류항력감소

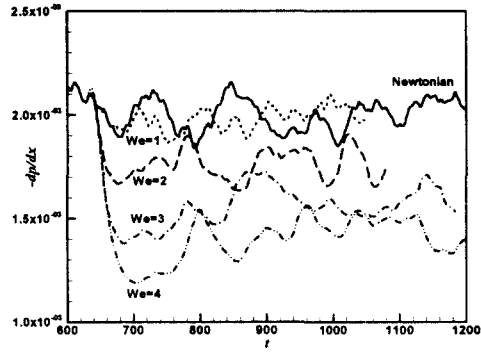


Fig. 2 Time histories of the mean pressure gradient

와 밀접한 관련이 있음을 의미한다. Figure 5는 We 에 따른 전체 전단응력을 각 성분별로 구분하여 나타낸 것이다. 전체 전단응력 (T_{12}^+) 을 구성하는 성분들을 나타내면 다음과 같다.

$$T_{12}^+ = \frac{du^+}{dy^+} + T_p^+ - \frac{\overline{u'v'}}{u_r^2} \quad (5)$$

여기서 T_p^+ 가 폴리머에 의한 운동량 부족분 (momentum deficit) 으로서 비탄성 이론으로는 설명될 수 없는 항으로 실험적으로 관찰되어 폴리머에 의한 난류항력감소를 나타내는 중요한 양이다. We 의 증가에 따라 레이놀즈 응력 (uv 로 표시) 은 감소하고 속도구배에 의한 전단응력 du^+/dy^+ (N으로 표시) 와 운동량 부족분 T_p^+ (P로 표시) 는 증가함을 볼 수 있다.

결론

폴리머를 첨가한 난류항력감소 채널 유동장에 대해 직접수치모사를 수행하였다. 점탄성유체의 구성방정식으로 Oldroyd-B 모델을 채택하였으며 We 에 따른 항력감소 유동장의 변화를 고찰하였다. 항력감소가 발생하는 임계 We 가 기존의 연구들과 일치하였으며

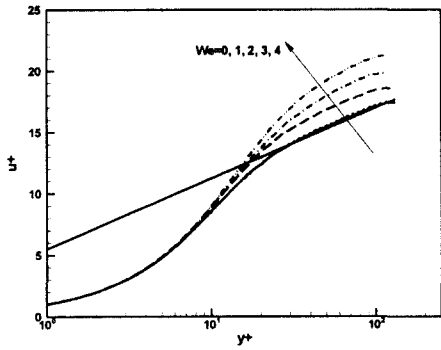


Fig. 3 Time averaged streamwise velocities

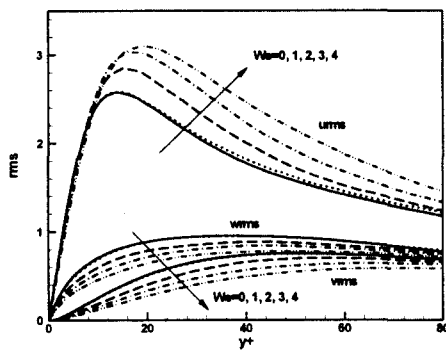


Fig. 4 Rms of velocity fluctuations

시간평균된 주 유동방향 속도, 각 속도성분별 rms값들과 전단응력들도 실험 결과들과 일치된 경향을 보였다.

후기

본 연구는 한국과학기술평가원 (국 제공동연구, 창의적연구진흥사업) 과 교육부 2000년도 두뇌한국 21 사업의 지원으로 이루어졌으며 관계자 여러분께 감사드립니다.

참고문헌

Berman, N. S., 1977, "Flow time scales and drag reduction," *Phys. Fluids*, **20**, s168-s174.

Den Toonder, J. M. J, Hulsen, M. A., Kuiken, G. D. C. and Nieuwstadt, F. T. M., 1997, "Drag reduction by polymer additives in a turbulent pipe flow: numerical and laboratory experiments," *J. Fluid. Mech.* **337**, 193-231.

Goldshtik, M. A., Zametalin, V. V. and Shtern, V. N., 1982, "Simplified theory of the near-wall turbulent layer of Newtonian and drag-reducing fluids," *J. Fluid. Mech.* **119**, 423-441.

Lele, S. K., 1992, "Compact finite difference schemes with spectral-like resolution," *J. Comput. Phys.*, **103**, 16-42.

Luchik, T. S. and Tiederman, W. G., 1988, "Turbulent structure in low-concentration drag-reducing channel flows," *J. Fluid. Mech.* **190**, 241-263.

Lumley, J. L., 1969, "Drag reduction by additives," *Ann. Rev. Fluid. Mech.*, **1**, 367-384.

Joseph, D. D., 1990, *Fluid dynamics of polymeric liquids*, Elsevier, New-York.

Min, T, Yoo, J. Y. and Choi, H., 1999, "Effect of spatial discretization schemes on numerical solutions of viscoelastic flows," *Proceedings of 8th International Symposium on Computaional Fluid Dynamics*, 123-124.

Orlandi, P., 1995 "A tentative approach to the direct simulation of drag reduction by polymers," *J. Non-Newt. Fluid. Mech.* **60**, 277-301.

Sureshkumar, R., Beris, A. N. and Handler, R. A., 1997, "Direct numerical simulation of the turbulent channel flow of a polymer solution," *Phys. Fluids*, **9**, 743-755.

Tolstykh, A. I. and Lipavskii, M. V., 1998, "On performance of methods with third- and fifth-order compact upwind differencing," *J. Comput. Phys.*, **140**, 205-232.

Virk, P. S., Merrill, E. W., Mickley, H. S., Smith, K. A. and Mollo-Christensen, E. L., 1967, "The Toms phenomenon: turbulent pipe flow of dilute polymer solutions," *J. Fluid. Mech.* **30**, 305-328.

Wei, T. and Willmarth, W. W., 1992, "Modifying turbulent structure with drag-reducing polymer additives in turbulent channel flows," *J. Fluid. Mech.* **245**, 619-641.

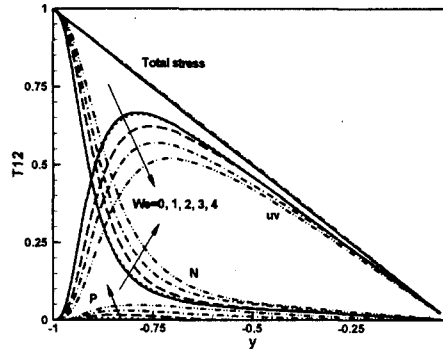


Fig. 5 Shear stresses