

롤 드래프트 조작에서 섬유집속체의 동역학 모델링

허 유

경희대학교 기계, 산업시스템 공학부

Modeling of Fiber Dynamics in Roller Drafting

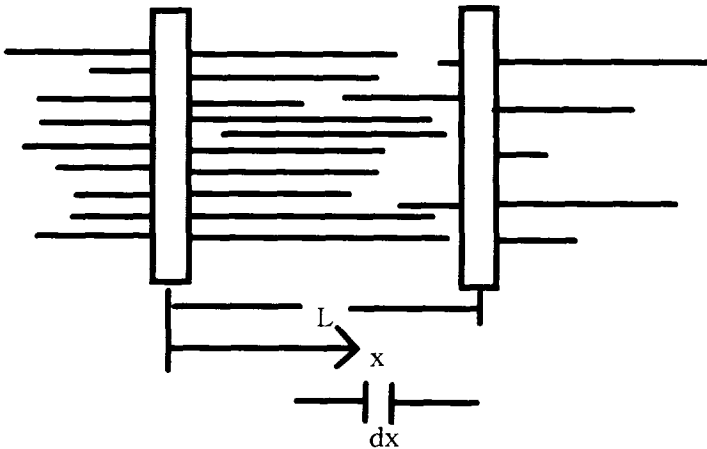
You Huh

Faculty of Mechanical and Industrial Systems Engineering,
Kyunghee University, Yongin, Korea

1. 서론

롤 드래프트 조작은 원료의 연속이동과 선밀도 변화를 동시에 일으키는 기계적 단위 조작으로 지금까지 많은 학자 및 기술자의 연구의 대상이 되어 왔다. 더욱이 기계의 성능이 고도화되고, 자동화, 지능화됨에 따라 그 중요성이 더욱 증가되어 롤 드래프트에서의 섬유거동에 대한 정확한 동역학적 묘사가 더욱 필요해지게 되었다. 본 연구에서는 2 롤 쌍으로 구성된 드래프트 구간내에서 섬유속의 동적거동을 묘사하기 위하여 1) 드래프트 구간내에서 섬유속의 질량보존 및 운동량 보존을 바탕으로 하는 연속 및 운동방정식을 수립하였다. 정상상태에서 섬유속을 구성하는 개개의 섬유가 갖는 속도의 분산을 가정하므로써 유동계 대상을 제한하고, 섬유에 작용하는 하중과 변형과의 관계를 나타내는 구성방정식에 2) 연속체의 분자간 내부마찰을 전제로 하는 비뉴톤 유체모델을 적용하여 3) 드래프트 구간에서 섬유속의 평균 속도 및 굵기의 분포를 그 래프로 제시한다.

2. 이론적 모델링



가정 : 1) 섬유속은 평행화된 구성섬유들로 구조화된 집속체이다.

2) 모든 섬유는 동일한 선밀도를 가지며, 선밀도는 일정하다.

3) 섬유축은 유동방향과 나란히 배열하며, 직선운동을 하는 유동계를 이룬다.

모델링을 위하여 사용된 변수 $lb(t,x)$, $v(t,x)$, $n(t,x)$ 를 각각 시각 t , 백률 파괴점으로부터 x 떨어진 위치의 섬유속 선밀도, 섬유속 평균속도, 섬유율수라 하고, $lf_i(t,x)$, $vi(t,x)$, $f(t,x)$ 를 각각 시각 t , 백률 파괴점으로부터 x 에 위치하는 섬유속의 i 번째 섬유의 선밀도 (일정하다고 가정, lf), i 번째 섬유의 속도, 그리고 이에 작용하는 힘이라고 하면 연속방정식에 의하여

$$\frac{\partial\{lb(t,x)\}}{\partial t} = -\frac{\partial\{lb(t,x)*v(t,x)\}}{\partial x} \quad \text{----- (1)}$$

한편, 운동량 평형에 의하여

$$\frac{\partial}{\partial t}\{lb(t,x)*v(t,x)\} = -\frac{\partial}{\partial x}\{lb(t,x)*v(t,x)^2\} - \frac{\partial}{\partial x}\{lb(t,x)*Var[vi(t,x)]\} + \frac{\partial f(t,x)}{\partial x} \quad \text{--- (2)}$$

위에 주어진 방정식 시스템에 대하여 표면력과 유체속도와와의 관계를 나타내는 구성방정식은 다음과 같은 모델을 적용한다. 즉, 섬유에 작용하는 힘은 섬유속의 위치에 따른 속도변화에 비례한다.

$$f(t,x) = \mu * \left\{ \frac{\partial v(t,x)}{\partial x} \right\} \quad \text{----- (3)}$$

이때 연속체 점성유동에서 점도로 불리우는 μ 는 일반적으로 시간, 유동계내에서의 위치, 섬유속의 속도, 섬유속의 굵기, 섬유장의 분포, 섬유간 마찰성, 등에 의존하는 파라메타이다. 본 모델에서는 점도를 나타내는 μ 가 섬유속의 굵기와 속도에 비례한다고 가정하였다.

$$\mu = \mu_0 * lb(t,x) * v(t,x), \quad \mu_0 \text{ is a constant}$$

위의 문제를 다루기 위하여 정상상태에서의 섬유거동을 살펴보면 (정상상태가 존재하는가 하는 의문은 별도로 다루어질 예정),

식 (1)에서

$$\frac{\partial\{lb(t,x)*v(t,x)\}}{\partial x} = 0$$

식 (2)에서

$$\frac{\partial f(t,x)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\{lb(t,x)*v(t,x)^2\} + \frac{\partial}{\partial x}\{lb(t,x)*Var[vi(t,x)]\}$$

이 된다. 개별 섬유의 속도분산을

$$Var[vi(t,x)] = a_0 * v(t,x) * \left(1 - \cos \frac{2\pi}{L} x\right), \quad a_0 \text{ is dependent on the boundary conditions}$$

으로 가정하고 식 (3)을 적용하면, 위의 운동방정식은

$$\mu * \left\{ \frac{\partial v(t,x)}{\partial x} \right\} = v(t,x)^2 + a_0 * v(t,x) * \left(1 - \cos \frac{2\pi}{L} x\right), \quad \text{----- (4)}$$

으로 나타낼 수 있다.

3. 시뮬레이션

롤 드래프트 구간내에서 정상상태 섬유속의 평균속도 분포를 얻기 위하여 다음과 같은 조건하에서 식 (4)의 해를 구하여 이를 그림으로 나타내 보았다.

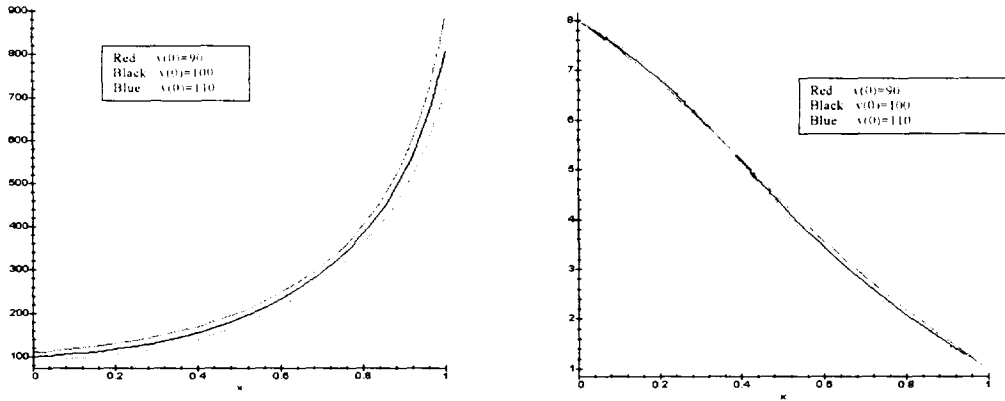


Fig.1 Velocity and linear density profiles of fiber bundles in the draft zone
 ($\mu = 150$, $L = 1.0$, Draft Ratio = 8.0, Sliver feeding rate : 90, 100, 110)

위 결과에 의하면 정상상태에서 섬유속의 속도분포는 섬유간 마찰에 기인한 섬유속 점성에 의하여 백 롤 근처에서 대단히 완만한 속도변화를 보이다가, 점차 섬유속이 프론트 롤에 가까워짐에 따라 급격한 속도증가가 나타나고, 선밀도는 롤 파지점 근처에서 변화가 작고, 드래프트 구간내에서 변곡점을 지나며 급격한 변화를 보이고 있다. 또한 드래프트 비가 일정할 때, 드래프트 조작속도를 증가시키는 경우, 섬유속의 평균속도는 서로 같은 추세로 증가하지만, 섬유속의 굵기는 점차 감소 추세를 보이며, 프론트 롤에 접근하면서 파지점에서의 섬유속 선밀도 변화가 불연속적으로 변하는 것을 알 수 있다. 즉, 드래프트 속도가 낮으면 드래프트 구간내에서 섬유속이 갖게되는 속도 변화가 커지지만, 프론트 롤 근처에서는 속도 변화가 작아지는 것을 볼 수 있다. 이는 드래프트 속도가 낮으면, 출력 섬유속의 선밀도 변동이 작아질 수 있다는 것을 의미한다고 볼 수 있다.

본 연구에서 시뮬레이션을 통하여 얻어진 또 다른 흥미있는 현상은 드래프트 동역학이 모델 파라메타에 따라 달라지는 현상이다. 즉, 섬유의 마찰성을 나타내는 파라메타 μ 에 따라 드래프트 구간내에서의 섬유의 거동이 크게 변하여 섬유속의 속도 및 선밀도 분포에 특이성 (singularity)이 나타나는 현상이 발생하였다. 즉, 정상상태에 대한 시뮬레이션 결과에 의하면 롤 드래프트 조작에서 모델 파라메타 (예를 들어 섬유마찰성을 나타내는 파라메타)에 따라 드래프트 구간내에서 섬유속의 거동특성이 크게 바뀌었다. 이는 동적상태에서 이른바 bifurcation현상이 나타날 수 있으며, 섬유의 동적 거동을 지배하는 파라메타 값이 드래프트 조작을 받는 섬유속의 품질에 대단히 큰 영향을 미친다는 사실을 보여주는 것이라고 할 수 있다.

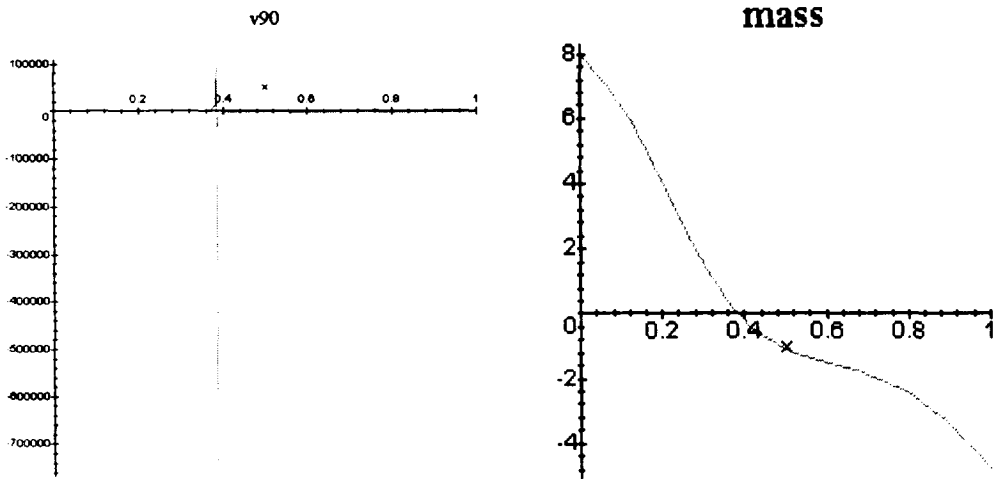


Fig.2 Velocity and linear density profile of a fiber bundle showing singularity
 ($\mu = 50$, $L = 1.0$, Draft Ratio = 8.0, Sliver feeding rate = 90)

4. 결론

본 연구에서는 2 롤 쌍으로 구성된 드래프트 구간 내에서 섬유속의 평균속도 및 선밀도 분포를 모델링하였다. 적절하다고 판단되는 파라메타 값을 선정하여, 정상상태에서의 해를 구한 결과, 섬유속 유동계의 운동방정식에는 연속체에 대한 운동방정식에 개별 섬유의 속도 분산항이 나타났으며, 섬유속의 동역학을 나타내는 모델은 개별섬유의 속도분산과 섬유마찰성에 기인하여 비선형성을 나타내었다. 개별섬유의 속도 분산 가정하고, 비뉴턴 유체의 점성개념을 표면력으로 작용시킨 결과, 섬유속의 평균 속도는 프런트 롤에 닥아감에 따라 크게 증가하였으며, 선밀도는 감소하여는 거동을 보였다. 드래프트 조작 속도가 증가함에 따라 선밀도의 구배는 변동이 작아지지만, 프런트 롤 과지점에서 급격한 선밀도 구배 변화가 발생하여 출력 섬유속의 선밀도 변동이 나타나기 쉬운 거동을 보였다. 또, 섬유속의 점성을 나타내는 파라메타는 드래프트 구간 내에서의 섬유속의 거동특성에 큰 변화를 일으키는 현상을 발견할 수 있었다.

참고문헌

1. Bird, R.B, Stewart, W.E., Lightfoot, E.N., Transport phenomena, p71, Wiley and Sons, Inc., 1960.
2. Matsumoto, T., Komuro, M., Kokubu, H., Tokunaga, R., Bifurcations, p 297, Springer Verlag, 1993.