

# 복합재료날개의 적층각에 대한 플러터 특성 연구

유재한\* · 김동현\*\* · 이인\*\*

## Flutter characteristics of a Composite Wing with Various Ply Angles

Jae-Han Yoo\*, Dong-Hyun Kim\*\* and In Lee\*\*

**Key Words:** Composite Wing, Ply angle, DLM, DPM, TSD, CTIM, Pulse Method, Surface Spline, Flutter, Subsonic, Transonic, Supersonic

### Abstract

In this study, flutter characteristics of a composite wing have been studied for the variation of laminate angles in the subsonic, transonic and supersonic flow regime. The laminate angles are selected by the aspect of engineering practice such as 0,  $\pm 45$  and 90 degrees. To calculate the unsteady aerodynamics for flutter analysis, the Doublet Lattice Method(DLM) in subsonic flow and the Doublet Point Method(DPM) in supersonic flow are applied in the frequency domain. In transonic flow, transonic small disturbance(TSD) code is used to calculate the nonlinear unsteady aerodynamics in the time domain. Aeroelastic governing equation has been solved by v-g method in the frequency domain and also by Coupled Time-Integration Method(CTIM) in the time domain. From the results of present study, characteristics of free vibration responses and aeroelastic instabilities of a composite wing are presented for the set of various lamination angles in the all flow range.

### 1. 서론

비행체 구조물에 플러터가 발생하게 되면 치명적인 구조파괴를 유발할 수 있기 때문에 비행체의 설계시 플러터에 대한 동적 안정성 해석은 반드시 수행되어야 하며, 이는 항공기 설계에 관련되어 해석에 있어 매우 중요하면서도 난해한 과제이다. 특히 천음속 영역에서는 비행체의 플러터 속도가 급감하는 천음속 강화현상이 심하게 발생하는 중요한 특성이 있다. 항공기의 경량화에 대한 설계 요구와 공력탄성학적 테일러링(aeroelastic tailoring)의 요구로 인하여, 기존의 알루미늄 합금계열의 소재보다는 무게에 비해 강성과 강도가 높고(높은 비강성과 비강도), 섬유 방향과 단층의 적층 순서에 따라 원하는 이방성 성질을 갖는 복합재료가 항공기 날개에 많이 사용되고 있다. 본 연구에서는 아음속, 천음속, 초음속 영역의 비행조건에서 복합재료

날개에 대한 플러터 해석을 수행하였으며, 그 안정성을 살펴보았다. 다양한 적층 조합에 대하여 고유진동 해석 및 플러터 해석을 수행하였으며 각 적층각에 대한 플러터 안정성을 상호 비교하였다.

### 2. 공탄성 해석을 위한 이론적 배경

#### 2.1 비정상 공력이론

##### 2.1.1 아음속 비정상 공력해석

평면 날개의 변형교란에 기인한 날개면 수직 속도성분과 관계된 압력분포는 다음과 같이 특이적분 형태로 나타낼 수 있다[1]. 이를 이용하여 주파수영역에서의 공력상관계수 행렬을 구하게 된다.

$$w(x, s) = \frac{1}{8\pi} \sum_{n=1}^N \int_{s_n} \int_{s_n} K(x, \xi, s, \sigma) \Delta p(\xi, \sigma) d\xi d\sigma \quad (1)$$

여기서  $\xi$ 는 흐름방향 좌표를,  $\sigma$ 는 스펙트럼방향 접선 좌표를,  $K$ 는 진동하는 양력면에 대한 아음속 핵함수(kernel function)를 의미한다.  $(x, s)$ 는  $n$ 번째 양력면  $S_n$ 의 직교좌표이며,  $N$ 은 공력 패널 요소의 개수이다. 또

\* KAIST 기계공학과 (항공우주공학전공)

\*\* 정회원, KAIST 기계공학과 (항공우주공학전공)

한 압력은 임의의 공력 요소의 1/4시위선의 중점 (sending point)에서의 압력이고, 속도는 3/4시위선 중점(receiving point)에서의 수직 방향 속도이다. 본 연구에서의 아음속 해함수는 Rodden[1]등이 제안한 식을 적용하였으며, 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$K = e^{(-i\omega x_0/U_\infty)} \left[ K_1 \frac{T_1}{r^2} + K_2 \frac{T_2}{r^4} \right] \quad (2)$$

여기서,  $x_0$ 는 보내는 점(sending point)와 받는 점(receiving point) 사이의  $x$ 방향 거리이며,  $\omega$ 는 진동수,  $U_\infty$ 는 자유류의 속도이다. 또한 해함수는 날개의 기하학적 형상 뿐 아니라 마하수( $M$ )와 환산진동수( $k$ )의 함수이다. 식(2)의  $K_1$ ,  $K_2$ 와 관련된 세부적인 수식, 수치적분기법 및 경계조건 등은 Ref.1를 참조하기 바란다.

### 2.1.2 초음속 비정상 공력해석

초음속 영역에서도 아음속 영역에서와 유사하게 날개 변형의 교란에 기인한 날개면 수직속도 성분(upwash)  $w$ 와 관계된 압력분포를 특이적분 형태로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$w(x, y) = \frac{1}{8\pi} \int \int \Delta p(\xi, \eta) K(M, k, x_0, y_0) dA \quad (3)$$

위 식에서 압력 해함수( $K$ )는 Ueda[2]등이 제안한 식을 적용하였으며, 이는 다음과 같이 유도될 수 있다.

$$K(M, k, x_0, y_0) = e^{(-ikx_0)} \left[ \frac{M^2}{R} \left( \frac{e^{(-ikX_1)}}{x_0 + X_1} + \frac{e^{(-ikX_2)}}{x_0 + X_1} \right) + \int_{X_1}^{X_2} \frac{e^{(-ikv)}}{(v^2 + r^2)^{3/2}} dv \right] \quad (4)$$

특정 마하수 및 환산진동수에 대하여 고유 모드 형상과 관련된 경계조건에 의해 upwash가 결정되고, 식(4)에 대한 수치적분으로 커널이 계산되게 되면, 식(3)에서 날개 면에서의 비정상 압력차를 구할 수 있다. 구해진 압력차를 날개면에 대하여 적분하면, 해당 환산진동수에 대한 주파수 영역에서의 일반화된 공력 상관계수(GAIC) 행렬이 구해지게 된다.

### 2.1.3 천음속 비선형 공력해석

계산영역에서의 일반화된 비정상 TSD방정식은 다음과 같이 보존형으로 나타낼 수 있다[3].

$$-\frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{A}{\xi_x} \phi_x + B \phi_\xi \right] + \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ E \xi_x \phi_\xi + F \xi_x^2 \phi_\xi^2 + G (\xi_y \phi_\xi + \phi_\eta)^2 + \frac{\xi_y}{\xi_x} (\xi_y \phi_\xi + \phi_\eta) + H \xi_y \phi_\xi (\xi_y \phi_\xi + \phi_\eta) \right]$$

$$+ \frac{\partial}{\partial \eta} \left[ \frac{1}{\xi_x} (\xi_y \phi_\xi + \phi_\eta) + H \phi_\xi (\xi_y \phi_\xi + \phi_\eta) \right] + \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ \frac{1}{\xi_x} \phi_\xi \right] = 0 \quad (5)$$

여기서,  $\xi, \eta, \zeta$ 는 각각 계산 영역에서의 무차원 좌표들로 물리영역에서의  $x, y, z$ 방향에 대응하는 직교 좌표들이다.  $c_r$ 과  $U$ 는 각각 날개에 대한 기준 코드길이(reference chord length)와 자유흐름 속도를 의미한다. 본 연구에서 적용한 비정상 비선형 TSD코드의 보다 자세한 이론적 접근 방법들과 검증 결과들은 Ref.3-4를 참조하기 바란다.

## 2.2 공탄성 방정식

### 2.2.1 시간영역 방정식

Hamilton의 원리를 이용하여 3차원 탄성 날개에 대한 동적 공탄성 방정식(운동방정식)을 유도하면, 구조적 감쇠를 고려한  $n$ -자유도계 시스템의 운동방정식은 일반화된 좌표계에 대하여 다음과 같은 행렬형태로 유도할 수 있다.

$$[M_g] \{\ddot{q}(t)\} + [C_g] \{\dot{q}(t)\} + [K_g] \{q(t)\} = \{Q(t)\} \quad (6)$$

$$[M_g] = [\phi]^T [M] [\phi] \quad (7)$$

$$[C_g] = [\phi]^T [C] [\phi] \quad (8)$$

$$[K_g] = [\phi]^T [K] [\phi] \quad (9)$$

$$\{Q(t)\} = [\phi]^T \{F(t)\} \quad (10)$$

$$Q_i(t) = \frac{1}{2} \rho U^2 c_r^2 \int_s h_i(x, y) \Delta C_p(x, y, t) \frac{dS}{c_r^2} \quad (11)$$

여기서,  $\{q(t)\}^T = [q(t)_1, q(t)_2, q(t)_3, \dots, q(t)_n]$ 은 일반화된 변위 벡터(generalized displacement vector)를,  $[M_g]$ 는 일반화된 질량행렬을,  $[C_g]$ 는 일반화된 감쇠행렬을,  $[K_g]$ 는 일반화된 강성행렬을 의미하며,  $\{Q(t)\}$ 는 시간영역에서의 일반화된 공기력(Generalized Aerodynamic Force, GAF) 벡터를 나타내고 있다. 식(6)을 직접 수치 적분하는 것은 연계시간적분법(Coupled Time-Integration Method, CTIM)[5]에 해당한다. CTIM은 지배 운동방정식에서 외력 계산에 비정상 CFD코드가 매 시간 스텝 과정에서 실시간으로 연계되게 된다. 변위가 중립적인 응답을 보일 때 필터 조건으로 판정한다. 본 연구에서의 시간영역해석 기법에 대한 결과 비교 및 검증은 Ref.5를 참조하기 바란다.

### 2.2.2 주파수영역 방정식

날개가 단순 조화진동을 한다고 가정하고 구조적 감쇠를 무시하는 경우, 시간영역에서의 운동방정식 식(6)은 주파수 영역에서의 운동방정식으로 변환할 수 있다. 플러터 해석에 V-g방법을 적용하기 위해, 강성행렬에  $(1+ig)$ 를 곱하여 구조적 인공감쇠( $g$ )를 도입하면, 아래와 같이  $\lambda$ 를 고유치로 갖는 복소고유치 문제가 된다.

$$\left[ \left( \frac{k_b}{b} \right)^2 [K_g] + \frac{1}{2} \rho [Q(M, ik_b)] - \lambda [M_g] \right] \{q\} = \{0\} \quad (12)$$

여기서,

$$k_b = \frac{\omega b}{U_\infty}, \lambda = \frac{1+ig}{U_\infty^2} \quad (13)$$

위 식에서  $k_b$ 는 환산진동수(reduced frequency)를,  $b$ 는 날개 뿌리 시위(chord) 길이의 절반을 의미한다. 구조가 중립적 안정을 유지하기 위해 필요한 감쇠 값이  $g$ 이므로  $g$ 값이 0인 경우는 중립적 안정에 있는 경우이다. 따라서 각  $k_b$ 에 대하여 계산된 일반화된 공력상관계수 행렬(GAIC,  $[Q(M, ik)]$ )을 대입하여 식(12)의 해를 연속적으로 구하면,  $g$ 값이 음수에서 양수로 변하는 곳에서  $g$ 값이 0인 경우를 내삽(interpolation)하여 구하면 다음과 같이 플러터 해를 얻을 수 있다.

$$g = \frac{Im(\lambda)}{Re(\lambda)}, U_F = \frac{1}{\sqrt{Re(\lambda)}}, \omega_F = k_b \frac{U_F}{b} \quad (14)$$

식(12)에서  $[Q]$ 행렬은 구조의 고유진동모드 형상에 대하여 비정상 공력해석 코드와 연계하여 구하게 된다. 본 연구에서의 주파수영역 해석기법에 대한 결과 비교 및 검증은 Ref.5-6를 참조하기 바란다.

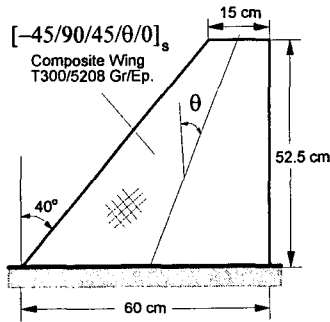


Fig. 1. Configuration of a sweptback wing model.

## 3. 결과 및 검토

### 3.1 복합재료 날개 모델

Fig.1은 본 연구에서 해석에 사용된 복합재료 날개의 기하학적 형상 및 적층각 정의를 보여주고 있다. 날개

의 형상은 전형적인 초음속 전투기 날개 형상으로 앞전의 후퇴각이  $40^\circ$ 인 날개이다. 날개의 공력 단면형상은 아음속과 초음속에서는 평판을, 천음속에서는 NACA 64A006을 가정하였다. 구조는 복합재료 평판 날개를 가정하였으며, 재질은 T300/5208 Graphite/Epoxy를 가정하였으며, 물성치를 Table 1에 제시하였다.

Table 1. Material properties of T300/5208

$E_1$ (GPa)	138.0
$E_2 = E_3$ (GPa)	9.7
$G_{12} = G_{13}$ (GPa)	5.5
$G_{23}$ (GPa)	4.1
$\nu_{12} = \nu_{13}$	0.28
$\nu_{23}$	0.5
$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	1580
$t_{90}$ (mm)	0.125

적층각에 대한 플러터 특성을 살펴보기 위하여 다양한 적층각  $[-45/90/45/\theta/0]_s$  조건에 대하여 해석을 수행하였다. 본 연구에서 고려한 적층각 조합( $\theta$ )에 대한 정의는 Table 2에 나타나 있다. 모든 플러터 해석에 대하여 자유흐름의 공기 밀도는  $0.32 \text{ kg/m}^3$ 을 가정하였다.

Table 2. Definition of laminate angle sets

No	$\theta$	No	$\theta$
1	0/0/0/0/-45/-45	16	0/0/45/45/-45/-45
2	0/0/0/-45/-45/-45	17	0/0/45/45/45/45
3	0/0/0/0/0/0	18	-45/-45/-45/0/0/0
4	0/0/0/0/0/-45	19	0/0/45/45/90/90
5	0/0/0/-45/-45/90	20	0/0/90/90/90/90
6	0/0/-45/0/45/0	21	45/0/-45/0/45/-45
7	-45/0/0/0/0/0	22	-45/-45/-45/-45/-45/-45
8	0/0/-45/-45/-45/-45	23	-45/-45/-45/45/45/45
9	0/0/-45/-45/45/45	24	-45/-45/45/-45/-45/45
10	0/0/-45/-45/90/90	25	-45/45/-45/45/-45/45
11	0/0/0/45/45/90	26	90/-45/0/45/90/0
12	0/0/-45/45/45/90	27	45/45/0/-45/-45/0
13	-45/0/-45/0/-45/0	28	45/45/-45/45/45/-45
14	0/-45/-45/-45/-45/-45	29	90/-45/90/45/90/90
15	0/-45/45/0/-45/45	30	45/45/45/45/45/45

### 3.2 플러터 해석 결과

Fig.2에는 마하수 0.6에서 각  $\theta$ 에 대해 플러터 속도를 구한 결과이다. 약 18번째 적층까지는 대부분 비슷한 값을 가지며 18번째 적층 이후부터 플러터 속도가 많이 낮아지는 것을 볼 수 있다.  $90^\circ$  보다는  $45^\circ$ 를

45° 보다는 -45° 를 -45° 보다는 0° 를 많이 포함할수록 바깥쪽에 분포할수록 플러터 속도가 높아지는 경향이 있다. 또한 0° 를 포함하지 않는 경우는 플러터 속도가 급감하는 것을 알 수 있다. Fig.4는 주파수 영역에서의 해석결과로 v-g선도의 예를 보여주고 있다. 7번 적층각 조합에 대한 결과이다. Fig.5는 플러터 속도가 가장 높은 조합과 낮은 조합에 대하여 고유진동 모드를 그린 것이다. 플러터에 지배적인 영향을 미치는 첫 번째 모드와 두 번째 모드를 제시하였다. 첫 번째 모드는 굽힘 모드를 보이며, 두 번째 모드는 플러터 속도가 높은 경우 순수 비틀림 모드를 보이나, 플러터 속도가 낮은 경우 그림(b)와 같이 굽힘과 비틀림이 연계된 모드 형상을 보여주고 있다.

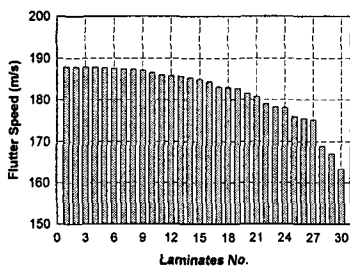


Fig. 2. Calculated flutter speed (M = 0.6).

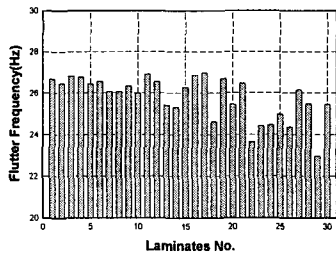


Fig. 3. Calculated flutter frequency (M = 0.6).

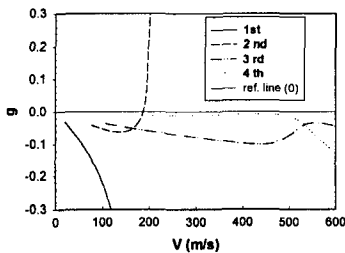
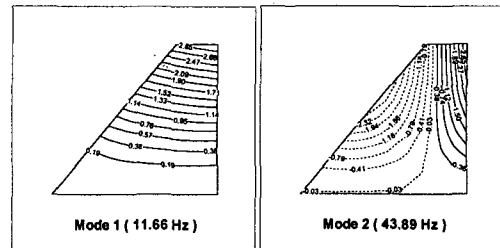


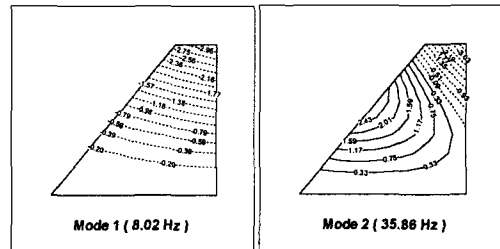
Fig. 4. Example of V-g plot at M = 0.6 (No. 7).

Fig.6에는 마하수 0.9에서 각 적층각 조합에 대해 계산된 플러터 속도를 제시하였다. 아음속에서의 결과인 Fig.2와 초음속에서의 결과인 Fig.7과 비교하여 전체적인 경향성은 거의 비슷함을 알 수 있다. CFD코드의 적용으로 인해 천음속 영역에서의 플러터 해석에 매우 방대한 계산시간이 소요됨을 고려해 볼 때, 플러터 최

적화 연구에 매우 중요한 기초 자료가 될 수 있다. 예를 들어 천음속 영역에서 복합재료 날개의 적층각 최적화 연구를 수행하는 경우 계산 시간이 매우 빠른 아음속 영역 해석기법으로도 근사적으로 최적 적층각 조합을 구할 수 있다는 의미를 가진다.



(a) Angle set No. 1



(b) Angle set No. 29

Fig. 5. Deflection contours of natural free vibration modes shapes.

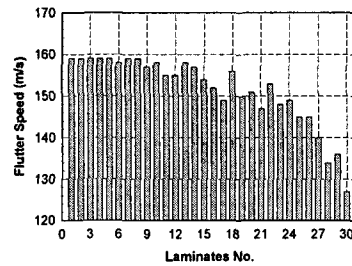


Fig. 6. Calculated flutter Speed (M = 0.9).

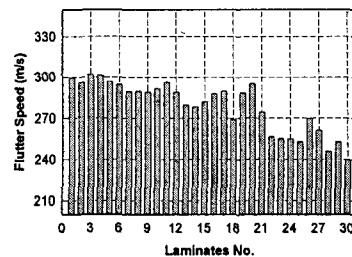


Fig. 7. Calculated flutter Speed (M = 1.5).

Fig.7은 마하수 1.5에서 각  $\theta$ 에 대한 플러터 속도를 구한 결과이다. Fig.2와 비교하면 몇 개의 적층각에서 플러터 속도의 순위가 변하지만 전체적인 경향성은 비

숫하여 적층각 12까지는 플러터 안정성이 좋다고 볼 수 있다. 아음속 영역에 비해 다른 적층각과 비교하여 현저하게 플러터 속도가 떨어진 적층각 13, 14, 18의 경우를 보면 0°의 비율이 적거나 위치가 안쪽으로 배치되어 있는 경우이다. 여전히 0°의 비율과 배치되는 위치가 많은 영향을 미치는 것을 알 수 있다.

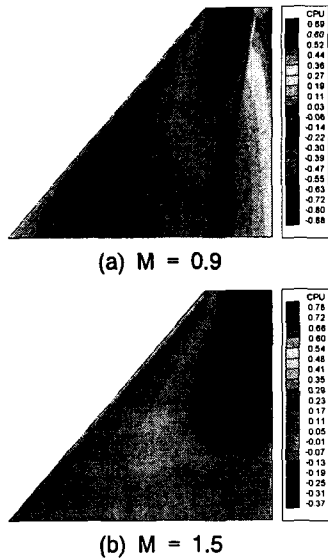


Fig. 8. Contour plot of steady pressure distribution on the upper wing surface.

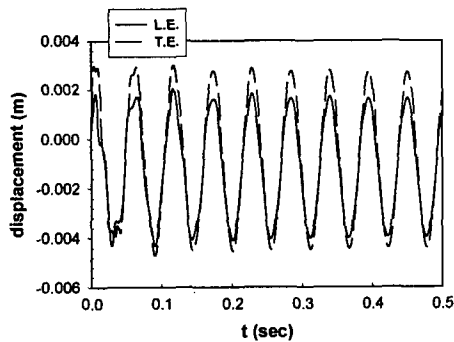


Fig. 9. Calculated aeroelastic responses at L.E and T.E of wing tip (M = 0.9, No. 1).

참고로 Fig.8은 마하수 0.9와 1.5에서 날개 면에서 정상압력 분포를 보여주고 있다. 그림에서와 같이 천음속 영역(M=0.9)에서는 강한 충격파가 날개면에 발생하여 유동장의 불안정성으로 인한 비선형성이 유발되게 된다. 이는 천음속 영역에서 플러터 속도가 급감하는 주요 원인이 된다. 일반적으로 초음속 영역(M=1.5)에서는 주로 날개 앞전에서 충격파가 발생한 후 충격파 이후 후류 영역은 불연속면이 존재하지 않는다. 따라서 유동장의 선형성이 강하며 큰 동압 효과에 의한 공력 감쇠효과가 매우 큰 특징이 있다. 이런 이유로 플

러터 안정성 관점에서는 오히려 아음속 보다도 더 안정적인 경향을 보이게 된다. Fig.9는 마하수 0.9에서 플러터 조건에 대한 날개 끝단의 앞전과 뒷전에서의 응답 변위의 예를 그린 것이다. 시간영역 해석에서는 동적응답이 중립이 되는 최저 속도(또는 동압)를 플러터 조건으로 판정하게 된다.

#### 4. 결론

본 연구에서는 아음속, 초음속 및 천음속 영역에서 후퇴각이 있는 복합재로 날개의 플러터 해석을 수행하였다. 주파수 영역과 시간영역해석 기법이 이용되었으며, 각 속도영역에서 다양한 적층각 조합에 대한 플러터 속도가 상호 비교되었다. 본 연구의 결과로 플러터 특성은 특정방향으로의 적층각이 지배적인 영향을 미침을 알 수 있었으며, 특정 적층각의 포함 비율이 적층순서 보다는 우선적으로 중요함을 알 수 있었다. 또한 정성적인 경향에 있어 아음속 영역에서 우수한 플러터 특성을 가지는 적층각 조합이 천음속과 초음속 영역에서도 동일하게 우수한 성능을 가짐을 관찰하였다. 이는 향후 천음속 영역에서의 복합재 날개에 대한 플러터 최적화 연구에 유용한 자료로 활용될 수 있을 것이다.

#### 참고문헌

- [1] Rodden, W. P., Giesing, J. P. and Kalman, T. P., "Refinement of the Nonplanar Aspects of the Subsonic Doublet-Lattice Lifting Surface Method," *Journal of Aircraft*, Vol. 9, No. 1, 1972, pp. 69-73.
- [2] Ueda, T. and Dowell, E. H., "Doublet-Point Method for Supersonic Unsteady Lifting Surfaces," *AIAA Journal*, Vol. 22, No. 2, Feb. 1984, pp. 179-186.
- [3] 김동현, 지선구, 이 인, 권장혁, "미소교란 방정식을 이용한 천음속 유동장 해석", 한국항공우주학회지, 제26권, 제2호, 1998, pp. 1-9.
- [4] Kim, D. H. and Lee, I., "Transonic and Low-Supersonic Aerodynamic Analysis of a Wing with Under Pylon/Store," *Journal of Aircraft*, Vol. 37, No. 1, January-February 2000, pp. 189-191.
- [5] 김동현, 권혁준, 이 인, "3차원 날개의 플러터 해석 결과와 풍동시험 결과의 비교연구", 한국항공우주학회지, 제28권, 제3호, 2000.
- [6] 김동현, 이 인, "미소교란 방정식을 이용한 비행체 날개의 천음속 플러터 해석", 한국항공우주학회지, 제26권, 제4호, 1998, pp. 73-82.