

Option Pricing Method를 이용한 가치평가 모형연구

- 자원개발사업의 예-

허은녕* 이인석**

1. 서 론

기업의 전반적인 가치는 그 기업의 자본예산(capital budgeting)에 의해 결정되고, 자본 예산은 그 기업의 투자에 대한 의사결정의 결과물이라고 보았을 때, 한 기업의 투자에 대한 의사결정은 곧 그 기업의 성패와 직결된다고 할 수 있을 것이다. 따라서, 기업의 경영자는 보다 합리적이고 정확한 의사결정을 유도할 수 있는 평가방법을 확립하는 것이 무엇보다도 중요한 과제라고 할 수 있다.

현재까지 기업의 투자 의사결정과정에서 가장 널리 이용되는 평가방법인 전통적 현금흐름할인법(Discounted Cash Flow Method, 앞으로 DCF)은 미래에 대한 예측치와 그것에 적용되는 할인율에 크게 의존하는 정적(static)인 평가방법의 특성을 가진다. 그러나 현실적으로 투자대상이 되는 사업은 동적(dynamic)인 성격을 가지는 불확실성을 내포하고 있으며 경영자는 이러한 동적 불확실성에 대응하여 신속적인 사업운명을 할 수 있는 유연한(flexible) 경영결정의 옵션을 가지고 있다는 점을 감안한다면 이러한 정적 평가방법으로는 불확실성에 대한 적절한 고려가 불가능함을 알 수 있다.

이의 대안으로 1973년 Black & Scholes¹⁾에 의해 제안된 옵션가격 결정모형(Option Pricing Model, 앞으로 OPM)이 사업성 평가부분에서 학계의 주목을 받기 시작하였다. 파생금융상품인 옵션의 가치평가이론을 여타의 다른 자산의 평가에 응용하고자 하는 연구분야를 특히 "Real Options"라고 한다. 하지만 그간의 수많은 연구에도 불구하고 OPM은 통계학 및 미분방정식의 이론 등 DCF에 비해 복잡한 수학적 방법론이 많이 사용되고 있어 실무에서는 거의 사용되지 않고 있는 것이 현실이다. 게다가 다양한 현실적 상황조건을 도입하게 되면 모형의 수학적 처리가 용이하지 않게 된다. 반면에 수학적인 풀이가 간편한 모형을 얻기 위해서는 비현실적인 가정을 통한 단순화가 많이 요구된다는 점이 OPM의 실용화에 가장 큰 걸림돌로 작용하고 있다. 본 연구에서는 옵션가격 결정모형의 단순화를 추구, 실용적인 가치평가모형을 개발하는데 초점을 두고 있다. 실증 대상으로 위험성이 높아 OPM 연구에 자주 등장하는 해외자원개발사업의 사례를 이용하였다.

* 서울대학교 공과대학 지구환경시스템공학부 조교수 exheo@plaza.snu.ac.kr

** LG선물 기획관리팀 islee@futures.co.kr

1) Black, F. and M. Scholes (1973) "The Pricing of Options and Corporate Liabilities," *Journal of Political Economy* 81: 637-659

2. 옵션가격 결정모형(OPM)

2.1. 이론적 개요

옵션은 선물과 같이 자산의 가치변동으로 인해 발생하는 리스크를 회피하고자 고안된 파생상품이다. 옵션은 그 형태에 따라 콜(call) 옵션과 풋(put) 옵션으로 나누어지는데, 콜 옵션의 소유자는 미래의 시점에서 정해진 상품을 정해진 가격으로 살 수 있는 권리를 가지게 되며, 풋 옵션의 소유자는 팔 수 있는 권리를 가지게 된다. 선물거래에서는 거래 쌍방이 계약에 명시된 내용을 이행해야하는 의무를 가지는 반면에, 옵션의 거래에서는 옵션의 소유자가 자신의 이해관계에 의거해 옵션을 행사할 권리만을 가지게 된다는 차이점이 있다. 이처럼 옵션은 수반되는 의무 없이 권리만을 옵션 소유자에게 부여하기 때문에 시장에서는 각각의 옵션에 대해 옵션 프리미엄이라는 일정한 가격이 형성된다.

OPM을 일반화시키면, 시장에서 가격이 변동하는 특정한 기초자산(underlying asset)에 그 가치가 연동되는 성격을 가지는 파생상품이 시장에 존재할 때, 그러한 상품의 가치를 평가하는데 이용될 수 있다. 이때 파생상품의 가격이 결정되기 위해서는 기초자산에 대한 정보가 우선적으로 요구된다. OPM에서는 기초자산의 가격(P)이 지니는 불확실성을 동적확률과정의 하나인 Ito Process(식(1-a), (1-b))의 형태로 나타낼 수 있다고 가정하였다.

$$dP = a(P, t)dt + b(P, t)dz \quad (1-a)$$

$$dz = \varepsilon\sqrt{dt} \quad (1-b)$$

$$(\varepsilon \sim \Phi(0, 1), \quad \Phi: \text{normal distribution function})$$

기초자산의 가격에 대한 확률과정이 이상과 같이 주어진다면, 기초자산의 가치에 연동되는 가치는 지니는 파생상품의 가격(f)은 식(2)과 같이 정의되며, 이 식은 다시 Ito's lemma에 의해 식(3)의 형태를 가지는 Ito process로 변형이 가능하다.

$$f = f(P, t) \quad (2)$$

$$df = \left(\frac{\partial f}{\partial t} + a(P, t) \frac{\partial f}{\partial P} + \frac{1}{2} b^2(P, t) \frac{\partial^2 f}{\partial P^2} \right) dt + b(P, t) \frac{\partial f}{\partial P} dz \quad (3)$$

기초자산의 가격과 그것의 파생상품의 가격은 연동되는 성격이 있기 때문에 불확실 특성을 표현하는 dz^2 항이 동일하게 나타난다. 따라서, 이 두 자산을 일정한 비율³⁾로 합성하면 불확실성이 완전히 제거된 무위험 자산(I)을 만들어 낼 수 있다(식(4)). 이렇게 구성된 무위험 자산은 다른 무위험 자산과 동일한 수익률 즉, 무위험 수익률(r)을 보여야 한다(식(5)). 이와 같은 분석방법을 Contingent Claim Analysis라고 한다.

2) 자산 가격의 시간에 따른 추세를 보여주는 dt 항과는 달리, dz 는 확률분포를 가지는 변수로서 불확실성을 표현하기 위한 Wiener Process라고 불리는 항이다.

3) 위험회피(hedging)를 위한 가장 중요한 요소로서 hedge ratio라고도 한다.

$$\Pi = f - \frac{\partial f}{\partial P} P \quad (4)$$

$$\frac{d\Pi}{\Pi} = r dt \quad (5)$$

기초자산의 가격에 대한 확률과정(식(1-a))과 이것에 연동되는 파생상품의 가격을 나타내는 확률과정(식(3))이 주어지면, 식(5)의 과정을 거쳐 식(6)의 미분방정식이 도출된다. 이 미분방정식은 개개의 파생상품의 특성에서 기인하는 초기조건과 경계조건에 의해 풀이될 수 있으며, 이 때 구해진 해, $f(S, t)$ 는 기초자산 가격의 불확실 특성을 나타내는 $b(S, t)$ 에 따라 달라질 수 있음을 보이고 있다.

$$\frac{\partial f}{\partial t} + rP \frac{\partial f}{\partial P} + \frac{1}{2} b^2(P, t) \frac{\partial^2 f}{\partial P^2} = rf \quad (6)$$

2.2. 현금흐름할인법(DCF)과 옵션가격결정모형(OPM)의 비교⁴⁾

DCF는 정적인 평가모형이기 때문에 변화하는 미래의 상황에 대한 경영자의 능동적인 대처전략과 이에 의해 발생하는 수익의 증대를 평가에 반영할 수 없다. 이러한 경영의 유연성은 사업환경의 불확실성이 큰 경우에 특히 중요한 의미를 갖는다. DCF는 이러한 사업에 대해 큰 할인율을 적용하여 투자기회의 가치를 과소 평가하는 경향이 있다. 그러나, 경영의 유연성을 고려한다면, 적절한 경영전략을 구사함으로써 사업환경이 유리한 방향으로 변할 때에는 이익창출의 기회를 극대화하고, 불리한 방향으로 변할 때에는 손실의 가능성을 최소화하여 오히려 사업의 가치를 높일 수 있는 기회가 존재한다고 볼 수 있다. 평가결과에서의 이러한 차이는 이익의 창출 폭이 크지 않은 한계사업을 평가할 때에는 결정적인 요소로서 작용할 수 있다.

전체 사업을 구성하는 개개의 현금흐름은 그 발생근원에 따라 불확실성에 차이가 있음에도 불구하고, DCF에서는 순 현금흐름에 하나의 할인율만을 적용함으로써 평가결과에 편의를 가져올 가능성을 내포하고 있다. 상이한 불확실성을 가진 요소 현금흐름들로 구성된 투자사업을 전체 현금흐름의 불확실성에 의거하여 구해진 할인율로 할인을 하게 되면 변동성이 큰 요소 현금흐름의 현재가치는 과대 평가되고, 변동성이 작은 요소 현금흐름의 현재가치는 과소 평가되는 왜곡이 발생한다.

DCF는 평가대상에 내재되어 있는 불확실성이 미래의 시점으로 갈수록 일정하게 증가하는 것으로 가정한다. 따라서, 현금흐름의 발생시기가 현 시점으로부터 멀어질수록 적용되는 할인율도 일정한 비율로 계속적으로 커진다. 따라서, 현금흐름의 불확실성이 미래

4) 현금흐름할인법(DCF)의 문제점에 대한 구체적인 사항은 Laughton, D. G. (1998) "The Potential for Use of Modern Asset Pricing Methods for Upstream Petroleum Evaluation: Introductory Remarks," *The Energy Journal* 19(1): 1-11을 참조.

의 일정시점을 지나면서 일정한 수준을 유지하는 특성⁵⁾을 가진 사업을 DCF에 의해 평가하게 되면 미래의 가치를 과대 할인하는 오류를 범할 수 있다.

이에 반해, OPM은 앞에서 소개된 일련의 이론적 과정에서 나타나듯이, 불확실성의 근원이 되는 변수에 대한 확률과정을 설정하면서 그 변수의 역사적 자료에 담겨있는 추세 및 변동성을 확률과정의 계수로써 표현할 수 있기 때문에 무한히 증가하는 불확실성을 가진 변수뿐만이 아니라 평균회귀적인 성격이 변수도 구분하여 다룰 수 있다. 그리고, 불확실성 가진 각 요소에 대해 개별적으로 확률과정을 설정하기 때문에 동일한 할인율의 적용으로 인한 현재가치평가의 과정에서의 왜곡을 미연에 방지할 수 있다. 마지막으로 OPM은 동적인 평가방법론의 특성을 가지고 있어서 사업운영 중에 있을 수 있는 경영의 유연성을 운영옵션의 형태로 반영할 수 있다는 장점이 있다.

3. 자원개발사업의 평가를 위한 OPM 도출과정

3.1. 사업의 구조

OPM을 도출하기 위한 과정은 크게 두 단계로 구성되어 있다. 첫 단계는 전체 사업을 구성하는 현금흐름들 중 불확실성을 지니는 위험현금흐름과 비교적 정확한 예측이 가능한 무위험현금흐름을 구분하는 것이다. 위험현금흐름은 사업성의 변동성에 직접적인 영향을 미치는 요소로서 옵션의 구조에서는 기초자산에 대응된다. 따라서, 이 위험현금흐름을 가장 잘 표현할 수 있는 확률과정을 정립하는 것이 현실적인 OPM도출을 위한 가장 중요한 과정이 된다. 두 번째 단계는 위험현금흐름에 대해 정립된 확률과정으로부터 전체 사업의 가치를 결정하는 식을 도출하는 것이다. 이를 위해서는 위험현금흐름과 전체 사업가치의 관계를 결정짓는 사업구조를 옵션의 형태로 잘 정의하는 것이 중요하다. 통상 이 과정에서 OPM이 수학적으로 난해해지는 문제점이 나타난다.

본 연구에서는 그 첫 단계를 위해 자원개발사업을 구성하는 전체 현금흐름을 수익현금흐름과 비용현금흐름으로 구분하였다. 수익현금흐름은 광물의 가격이 국제시장에서 변동함에 따라 연동하는 성격을 가지기에 국제시장에서의 광물가격의 불확실 특성을 분석하고, 이를 가장 잘 반영할 수 있는 확률과정을 소개하였다. 반면, 비용현금흐름은 변동성이 작고 정확한 예측이 가능한 것으로 가정, 무위험 현금흐름으로 간주하였다. 사업가치를 도출하기 위한 두 번째 단계에서는 경영의 유연성을 평가할 수 있는 운영옵션과 최적의 투자개시시점에 대한 정보를 제공하는 투자개시옵션을 OPM을 통해 평가하였다. 그리고, 자원개발사업이 가지는 특성을 고려할 경우 이러한 옵션들이 가지는 의미를 분석하였다. 분석에 사용한 자원개발사업자료는 연(lead)과 아연(zinc)을 동시에 생산하는 해

5) 가격과 관계되는 여러 시계열에 대한 최근의 연구에서 가격에 대한 시계열 자료는 시장 균형회귀적 성격으로 인해 평균회귀적인 성격을 가짐을 보여주고 있다. Bessembinder, H., J. F. Coughenour, P. J. Seguin, and M. M. Smoller (1995) "Mean Reversion in Equilibrium Asset Prices: Evidence from the Futures Term Structure," *Journal of Finance* 1(1): 361-375 참조.

외광산으로 [표 1]에 그 구조가 요약되어 있다.

[표 1] 분석대상 사업의 구조

생산물(products)	순도(yield)	회수율(recovery)	초기 투자비용(000\$): 188,882
아연(zinc)	6.76%	71.6%	사업기간: 12년
연(lead)	4.65%	76.0%	운영준비기간: 3년
사업운영	매장량(000t)	운영비용(\$/ton)	운영기간 : 9년
노천채굴	2,957	13.15	세율: 32%
지중채굴	14,200	16.68	로열티 지급: 60%(운영 5년째부터)

자료 : KORES

3.2. 최적의 확률과정(stochastic process)

광물가격 변동 특성의 분석을 위해 구리, 연, 아연의 LME(London Metal Exchange)시장의 일일현물가격과 3개월 선물, 15개월 선물가격(1989년 1월에서부터 2000년 2월까지)을 분석자료로 채택하였다. 자료를 살펴보면 현물가격이 선물가격보다 높게 형성되는 역조시장(backwardation market)과 선물가격이 더 높게 형성되는 컨탱고시장(contango market)이 번갈아 가면서 나타나는 것을 확인할 수 있다. 이것은 현물가격과 선물가격의 관계를 설정해 주는 convenience yield가 일정한 상수가 아니라, 시간에 따라 변동하는 불확실 변수의 성격을 가지며 자원개발사업의 수익현금흐름의 불확실 특성을 설명하기 위해서는 광물가격뿐만이 아니라 convenience yield도 변수로 설정되어야함을 말해준다. 또한 구리, 연, 아연의 가격에서 공통적으로 현물가격은 불안정 시계열 특성을, convenience yield는 안정적 시계열 특성을 보인다는 결론을 얻을 수 있었다. 본 연구에서는 이러한 결과에 적합한 모형인 1990년 Gibson과 Schwartz가 제안한 Two-factor Model⁶⁾ 및 1998년 Schwartz가 제안한 Long-Term Asset Pricing Model⁷⁾을 본 연구의 OPM 도출과정에 도입하였다.

자원개발사업에서는 하나의 광산에 둘 이상의 광종이 동시에 생산되는 경우가 대부분이기에 수익현금흐름은 이 생산물들 각각의 가격변화에 영향을 받게 된다. 그러나, 각 생산물에 대한 확률과정을 설정하고, 이들 모두를 OPM도출과정에 도입한다면 수학적으로 상당히 난해한 모형이 만들어지는 문제점이 발생한다. 본 연구에서는 생산물들 각각의 생산량에 의한 가중평균합으로 주어지는 복합등가생산물의 개념을 도입, 모형의 단순화를 시도하였다. 복합등가생산물이 다종의 광물로 이루어진 최종생산물의 집합을 대표하는 하나의 변수로 성립되기 위해서는 구성요소가 되는 광물들의 가격간에 장기적으로 안정적인 관계가 존재한다는 것을 확인할 필요가 있어 구리, 연, 아연, 금의 현물가격을 대상으로 공적분 검정(Cointegration Test)을 실시한 결과 한 광산에서 동시에 생산되는 경향이 많은 구리-연, 구리-금, 연-아연, 연-금과 같은 광물들의 가격 사이에는 공적분 관계

6) Gibson, R. and E. S. Schwartz (1990) "Stochastic Convenience Yield and the Pricing of Oil Contingent Claims," *Journal of Finance* 45: 957-976

7) Schwartz E. S. (1998) "Valuing Long-Term Commodity Assets," *Journal of Energy Finance and Development* 3(2): 85-99

가 성립한다는 것을 확인할 수 있었으며, 이러한 광물들로 이루어지는 복합등가생산물의 도입은 이론적으로 문제가 없음을 알 수 있다.

4. 사업가치 분석 - 운영옵션과 투자개시옵션

4.1. 운영옵션이 없는 사업

경영의 유연성은 생산전략과 관계된다. 즉, 가격의 변동으로 수익성이 변화하는 경우에 이윤의 극대화를 위해서 생산량을 조절할 수 있을 때 그 사업에는 경영의 유연성이 있다고 말할 수 있다. 이러한 생산량의 변화는 운영옵션의 형태로 평가할 수 있다. 즉, 시장가격과 운영비용의 비교를 통하여 시장가격이 운영비용보다 높으면 최대 생산을, 그 반대의 경우에는 생산을 중지하는 옵션이다. 운영옵션이 없다는 것은 최초의 사업계획시점에서 설정한 생산계획을 사업운영 도중에 변경할 수 없음을 의미한다. 결국 생산물의 가격에 상관없이 사업기간 동안 생산량을 일정한 수준으로 계속 유지하는 경우이다. 생산의 중단에 의해 발생하는 설비의 유지비용과 이후 생산을 재개할 때 투입되어야 하는 재가동 비용이 매우 커서 가격하락에 의한 손실에도 불구하고 생산을 지속하는 것이 유리한 경우가 여기에 해당되며 이러한 경우는 경영자의 유연한 의사결정을 보장하는 운영 옵션이 불가능하다. 이 때의 사업가치 결정식 $V(P)$ 는 아래 식(7)와 같이 나타나며, 여기서 각 의사결정시점 (T_i)에서의 선물가격 $F(P, \delta, T_i)$ 는 Gibson-Schwartz의 Two-factor Model로부터 식(8-a), (8-b)와 같이 유도된다.⁸⁾

$$V(P) = \sum_{i=1}^N \frac{q \cdot F(P, \delta, T_i) - VC(q)}{(1+r)^{T_i}} \quad (7)$$

(q : production rate, $VC(q)$: unit variable cost at time T_i , r : risk-free rate)

$$F(P, \delta, T_i) = P \cdot \exp\left[-\delta \frac{1-e^{-xT_i}}{x} + A(T_i)\right] \quad (8-a)$$

$$A(T_i) = \left(r - \hat{a} + \frac{\sigma_2^2}{2x^2}\right)T_i + \frac{1}{4} \sigma_2^2 \frac{1-e^{-2xT_i}}{x^3} + \left(\hat{a}x + \sigma_1 \sigma_2 \rho - \frac{\sigma_2^2}{x}\right) \frac{1-e^{-xT_i}}{x^2} \quad (8-b)$$

$$\left(\hat{a} = a - \frac{\lambda}{x}, \quad \lambda: \text{market price of convenience yield}\right)$$

위에서 주어진 복잡한 형태의 선물가격 결정식은 모형의 단순화를 위해 다음과 같은 과정을 거쳐 간단한 식으로 변환될 수 있다. Schwartz(1998)는 자원개발사업과 같은 장기 자산에 OPM을 적용할 경우 Two-factor Model과 같은 복잡한 확률과정을 대체할 수 있는 단순화된 확률과정인 Long-term Asset Model을 다음과 같은 형태로 제시하였다.

8) Jamshidian, F. and M. Fein (1990) "Closed-form Solutions for Oil Futures and European Options in the Gibson-Schwartz Model: A note," Working paper, Merrill Lynch Capital Markets

$$dZ = (r - c) \cdot Z(P, \delta) \cdot dt + \sigma_F(t) dz \quad (9-a)$$

$$Z(P, \delta) = P \cdot \exp\left[-\frac{c - \delta}{x} - \frac{\sigma_2^2}{4x^2}\right] \quad (9-b)$$

$$c = \hat{\alpha} - \frac{\sigma_2^2}{2x^2} + \frac{\rho\sigma_1\sigma_2}{x} \quad (9-c)$$

$$\sigma_F(t) = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 \frac{1 - e^{-xt}}{x} - 2\rho\sigma_1\sigma_2 \frac{1 - e^{-xt}}{x} \quad (9-d)$$

위의 확률과정에서 유도되는 선물가격 결정식은 아래 식(10)과 같이 나타나며 이를 사업가치 결정식(식(7))에 대입하여 정리한 후, 불연속적인 비용함수를 가지는 다(n)단계 사업을 평가할 수 있도록 변형하면 아래 식 (11-a~c) 를 얻을 수 있다.

$$F(Z, T_j) = Z(P, \delta) \cdot e^{(r-c)T_j} \quad (10)$$

$$V(P) = \sum_{j=1}^n V^j[Z(P)] = B_n \cdot Z(P) + C_n \quad (11-a)$$

$$B_n = \frac{(1-\tau)}{c} \cdot \sum_{j=1}^n q_j \cdot (e^{-cT_{j-1}} - e^{-cT_j}) \quad (11-b)$$

$$C_n = \frac{(1-\tau)}{r} \cdot \sum_{j=1}^n q_j \cdot VC_j \cdot (e^{-rT_{j-1}} - e^{-rT_j}) \quad (11-c)$$

(τ : tax rate, T_j : the beginning year of stage j , q_j & VC_j : production rate and variable cost at stage j)

4.2. 운영옵션이 있는 사업

운영옵션은 매년 혹은 매분기 생산을 결정할 때, 당시의 가격과 생산비용을 비교하여 최적의 생산량을 결정할 수 있는 운영의 유연성을 의미한다. 이때, 생산물의 가격이 생산비용보다 높게 형성되어 있을 경우에는 최대용량으로 생산을 지속하는 것이 이윤극대화 에 부합되는 생산전략이라고 볼 수 있으며, 생산물의 가격이 생산비용보다 낮을 경우에는 일시적으로 생산을 중단함으로써 생산에 의한 손실을 방지할 수 있다. 따라서, 운영옵션은, 생산물의 가격과 생산비용을 비교하여 최대용량의 생산과 생산의 일시적 중단 중 하나를 선택하는 생산전략이라고 볼 수 있다.

이러한 생산전략을 채택한 사업에서는, 경영자가 각 의사결정시점에서 생산 개시에 관한 옵션을 가졌다고 볼 수 있다. 생산비용을 행사가격으로 하고, 생산으로부터 발생하는 수익을 보수(payoff)로 하는 일련의 콜 옵션이 만들어내는 포트폴리오가 바로 전체 사업에 대응된다고 볼 수 있다. 각 의사결정시점 (T_i)에서의 콜 옵션의 가치, $V_i(Z, T_i)$ 는 식(12-a, b, c)와 같이 구해지며, 결과적으로 운영옵션이 있는 사업의 가치는 각 콜 옵션의 가치를 합한 식(13-a)와 같은 형태로 유도된다.

$$V_i(Z, T_i) = [F(Z, T_i) \cdot N(d) - VC(q) \cdot N(d - \nu(T_i))] \cdot e^{-rT_i} \quad (12-a)$$

$$d = \frac{\ln\left(\frac{Z}{VC(q)}\right) + (r - c)T_i}{\nu(T_i)} + \frac{1}{2}\nu(T_i) \quad (12-b)$$

$$\nu^2(T_i) = \int_{T_i}^0 \sigma_F^2(t) dt \quad (12-c)$$

($N(\cdot)$): cumulative standard normal distribution function)

$$V(Z(P); Q) = \sum_{i=1}^N q \cdot V_i(Z(P), T_i) \quad (13-a)$$

$$\sum_{i=1}^N \Pr[Z \geq VC(q)] = N, \quad N = \frac{Q}{q} \quad (13-b)$$

(Q : total reserve, N : the number of operationng years, $\Pr[\cdot]$: probability)

운영옵션이 있는 사업의 가치 결정식 중 식(12-b)에서, 누적정규확률분포함수의 독립 변수인 d 는 생산물의 가격 ($Z(P)$)과 가변생산비용 ($VC(q)$)의 차이값에 크게 영향을 받는다는 것을 알 수 있다. 대부분의 자원개발사업이 초기 투자비용은 크고, 운영비용은 상대적으로 작은 비중을 차지하는 비용구조를 가지고 있으며, 일반적으로 생산물의 가격이 생산비용에 비해 월등히 높다는 점을 감안한다면, 식(12-a)에서의 누적표준정규분포확률함수의 값은 1에 상당히 근접한 값을 가지게 된다는 것을 알 수 있다. 즉, 생산물의 가격과 생산비용을 비교하여 생산을 일시적으로 중단하게 될 확률이 매우 낮아서 식(13-a)를 통해 구한 운영옵션이 있을 때의 사업가치 결정식의 값과 식(11-a)통해서 얻어진 운영옵션이 없을 때의 사업가치 결정식의 값은 매우 근사할 것이라는 결론을 얻을 수 있다.

위의 두 경우의 가치평가식을 사용하여 분석한 결과가 다음 [표 2]에 정리되어 있다. 분석결과와 같이 운영옵션이 사업가치에 차이를 나타내지 못하는 자원개발사업이 초기 투자비용이 크고 상대적으로 운영비용이 작은 비용구조를 가지고 있으며, 생산물의 가격이 생산비용에 비해 일반적으로 높아 운영옵션을 실시할 기회가 매우 적음을 말해준다. 추가투자비용이 운영비용에 비해 월등히 큰 자원개발사업의 비용구조 특성으로 인해 운영옵션이 큰 의미를 가지지 않는다면, 모형의 단순화를 위해 운영옵션을 고려하지 않는 것이 보다 합리적이라고 할 수 있다. 따라서 본 연구에서 사용한 자원개발사업의 경우 OPM에 운영옵션을 고려할 필요가 없음을 알 수 있다.

[표 2] 운영옵션이 있는 경우와 없는 경우에서의 사업가치 평가 결과

	운영옵션이 없는 사업	운영옵션이 있는 사업
사업가치(\$)	200,731,000	200,331,000

4.3. 투자개시옵션이 있는 사업

운영옵션이 고려의 대상이 아니라면 OPM에서의 사업가치 결정식이 단순한 형태로 주어지게 되어 추가적인 옵션을 고려할 수 있게 된다. 여기서는 최적의 투자개시시점을

평가할 수 있는 투자개시옵션을 고려하였다. 투자개시옵션은 사업가치 평가를 위한 것이라기보다는 변동하는 가치를 지니는 사업이 있을 경우, 이 사업에 투자할 수 있는 기회를 평가하기 위한 옵션이라고 할 수 있다. 변동하는 사업의 가치를 기초자산으로 하고, 사업에 투입되는 초기 투자비용을 행사가격으로 하는 콜 옵션의 구조를 가지고 있다.

생산물의 가격이 Long-term Asset Model의 형태로 나타내어 질 수 있다면, 생산물의 가격 (Z)과 투자개시옵션 $W(Z)$ 는 Contingent Claim Analysis에 의해 아래와 같은 미분방정식에 의한 관계식을 갖는다.

$$\frac{1}{2} \sigma_F^2(\infty) Z^2 \frac{d^2 W}{dZ^2} + (r-c) Z \frac{dW}{dZ} - rW = 0 \quad (14)$$

식(14)를 초기조건 $W(0) = 0$ 과 'value matching'과 'smooth pasting'의 조건을 이용하여 풀면, 투자개시옵션 가치 결정식(식(15-a, b, c))과 함께 최적의 투자개시 가격 (Z^*)이 식(16)을 통해 추가적인 정보로 주어진다. 전통적인 투자의사결정에서는 투자사업의 순 현재가치(net present value: NPV)가 영(零)을 넘어서는 순간 투자가 이루어지게 된다. 즉, 식(16)에서 $\frac{\beta}{\beta-1}$ 이 1이 되는 경우에 해당한다. 그러나, OPM을 통해 투자개시옵션을 평가하면 투자사업의 순 현재가치가 충분히 큰 양(+의 값)인 가질 경우에 투자를 개시하는 의사결정을 유도하게 된다. 이것은 $\frac{\beta}{\beta-1}$ 의 값이 통상 1보다 큰 값인 가지게 되는 것에 기인하며, 전통적 투자의사결정방법과 차이를 발생시키는 원인이 되는 이 값을 'option value multiple'이라고 한다. 'option value multiple'은 현재 투자사업이 채산성이 있다고 하더라도 이 사업에 내재된 불확실 변수의 추세나 변동성을 고려했을 때, 보다 유리한 상황을 기대하면서 투자의 개시를 연기하는 것이 이윤의 극대화에 더욱 유리하다는 점을 시사하는 것이라고 볼 수 있다.

$$W(Z) = A \cdot Z^\beta \quad (15-a)$$

$$A = \frac{B_n}{\beta} Z^{*1-\beta} \quad (15-b)$$

$$\beta = \frac{1}{2} - \frac{r-c}{\sigma_F^2(\infty)} + \sqrt{\left[\frac{r-c}{\sigma_F^2(\infty)} - \frac{1}{2} \right]^2 + \frac{2r}{\sigma_F^2(\infty)}} \quad (15-c)$$

($r > 0, c > 0, \beta > 1$)

$$Z^* = \frac{\beta(C_n - I)}{(\beta-1)B_n} \quad (16)$$

(I : initial capital investment)

이러한 결과를 앞의 사례분석의 사업에 적용해보면, [표 3]과 같이 최적의 투자개시가격과 투자기회의 가치를 얻을 수 있다. 분석에 따르면 이 사업에 투자를 개시하는 시점은

생산물의 가격이 \$1,162.33이 되는 시점이 가장 적합하며, 그럴 경우 기대할 수 있는 순이익은 현재가치로 \$364,541,000이 된다는 정보를 얻을 수 있다. 또한 생산물의 가격이 \$1,162.33의 수준에 이르기 전에는 생산에 필요한 투자시행을 연기하는 것이 유리하다는 것을 알 수 있다. 이와 같은 정보는 생산물의 가격 움직임을 추세와 변동성으로 파악하여 확률과정으로 나타내고, OPM을 통해 평가한 결과, 생산물의 가격이 \$426.30~\$1,162.33의 범위에서 형성되어있을 때에는 가격이 더 상승하기를 기다려서 수익을 증대시키는 것이 확률적으로 투자연기로 인해 희생해야하는 이자에 대한 기회비용보다 크다는 결론에서 얻어진 것으로 경영의 유연성으로 고려하는 OPM의 장점을 보여주고 있다.

[표 3] 투자개시옵션의 평가결과

최적의 투자개시가격(\$)	1,162.33
투자기회의 가치(\$)	364,541,000

9. 참고문헌

- 이인석 (2000) "옵션가격 결정이론을 이용한 자원개발사업 평가방법에 관한 연구," 서울대학교 공과대학 공학석사학위논문.
- Bessembinder, H., J. Coughenour, P. Seguin, and M. M. Smoller (1995) "Mean Reversion in Equilibrium Asset Prices: Evidence from Futures Term Structure," *Journal of Finance* 50(1): 361-375.
- Bradley, P. (1998) "On the Use of Modern Asset Pricing for Comparing Alternative Royalty Systems for Petroleum Development Projects," *The Energy Journal* 19(1): 47-82.
- Dixit, A. K. and R. S. Pindyck (1994) *Investment under Uncertainty*, Princeton University Press, NJ.
- Gibson, R. and E. S. Schwartz (1990) "Stochastic Convenience Yield and the Pricing of Oil Contingent Claims," *Journal of Finance* 45: 957-976.
- Laughton, D. (1998) "The Management of Flexibility in the Upstream Petroleum Industry," *The Energy Journal* 19(1): 83-114.
- McDonald R. and D. Siegel (1986) "The Value of Waiting to Invest," *Quarterly Journal of Economics* 101(4): 707-727.
- Paddock, J. L., D. W. Siegel, and J. L. Smith (1988) "Option Valuation of Claims on Real Assets: The Case of Offshore Petroleum Leases," *Quarterly Journal of Economics* 103(3): 479-508.
- Schwartz, E. S. (1997) "The Stochastic Behavior of Commodity Prices: Implications for Valuation and Hedging," *Journal of Finance* 5(3): 923-973.
- Schwartz, E. S. (1998) "Valuing Long-Term Commodity Assets," *Journal of Energy Finance and Development* 3(2): 85-99.