

임펄스 잡음과 나카가미 페이딩 채널에서 NFSK 신호의 블럭 에러 성능

*이 양 선 *김 지 웅 *강 희 조
*동신대학교 전기전자공학과

Block Error Probability of NFSK Signals in a Impulse Noise and Nakagami Fading Channel

*Yang Sun Lee *Ji Woong Kim *Heau Jo Kang
*Dept. of Electrical & Electronic Eng., Dongshin Univ.

ABSTRACT

본 논문에서는 임펄스 잡음과 나카가미 페이딩 채널에서 블럭 에러 NFSK 시스템을 제안하고, 이의 성능을 구하였다. 블럭 에러 확률을 구하는데 있어서 나카가미 채널 페이딩 속도(즉, slow fading, fast fading)를 고려하여 임펄스 잡음지수의 변화에 따른 성능을 구하였다. 블럭 에러의 성능을 개선시키는 방안으로 다이버시티 기법과 에러정정 부호화 기법을 적용하여 다이버시티 수(L), 에러정정능력(M), 임펄스 잡음지수(A)를 함수로 하여 성능개선 정도를 구하였다. 결과에 의하면, 에러 정정 부호기법은 페이딩 지수가 증가됨에 따라 성능 개선이 커지고, 저속 페이딩(임펄스 잡음지수 $A=0.1, 1$ 에서 3dB 개선)보다 고속 페이딩에서(임펄스 잡음지수 $A=0.1, 1$ 에서 2~4dB 개선)의 성능개선 정도가 우수하였다. MRC 다이버시티 기법은 저속 페이딩에서 부호화 기법을 적용했을 때 보다 우수한 성능을 보이고 페이딩의 영향이 클 때 성능개선이 크게 이루어짐을 알 수 있었다.

I. 서론

비트 에러 확률은 종종 특별한 채널환경과 특별한 변조방식 형태에서 구해졌다. 나카가미 페이딩 환경에서 CFSK, NFSK[1],[2], M 상 CPFSK 신호의 비트 에러 확률도 구해졌다. 데이터 통신의 적용에 있어 블럭 에러 확률의 표현은 시스템 성능의 계산을 위해서 중요하게 사용되어져 왔다. 예를 들어 automatic repeat request(ARQ) 시스템에서 블럭에러는 재전송을 가능하게 해주며, 시스템 throughput 효율은 블럭 에러 확률과 밀접한 관계를 가지고 있다.

블럭 에러 확률에 대한 기존의 연구는 레일리 페이딩[3]-[5]과 라이시안 페이딩[6]을 고려하여 구해졌다. 따라서 본 논문에서는 이동통신과 위성통신 채널에서 사용할 수 있는 나카가미 페이딩

환경에서 AWGN과 임펄스 잡음이 혼재하는 NFSK 신호의 블럭 에러 확률을 구하고 성능개선 방안으로 다이버시티 기법과 에러 정정 부호기법을 적용하여 성능을 분석하였다.

또한 채널 페이딩 속도(slow fading, fast fading)의 영향을 고려하여 두 개의 극단적인 예를 실행하였다. slow fading의 경우 1 블럭 duration 동안 신호 대 잡음비가 일정하다고 가정하였으며, fast fading의 경우 두 개의 인접한 비트는 서로 독립적으로 페이딩을 받는다고 가정했다[7]. 후자의 경우는 블럭의 비트가 인터리브 되었을 때 생긴다.

다이버시티와 코딩의 효과는 페이딩 심도와 속도를 고려하여 효과를 구하였다.

II. 블럭 에러 확률의 유도

1. 나카가미 페이딩 모델

나카가미 분포는 페이딩 지수 AF(AF는 수신 신호 에너지의 분산 대 수신 신호 에너지의 평균의 자승치로 정의된다.)로 불리워지는 파라미터에 따라 서로 다른 페이딩 심도를 나타내는 채널로 규정될 수 있다. 신호의 AF는 $1/m$ 으로 가정한다. 신호의 진폭 a 는 나카가미 확률밀도함수(p.d.f)를 갖는 랜덤 변수이다. 즉,

$$p_a(a) = \frac{2}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{2R}\right)^m a^{2m-1} \exp\left(-\frac{m}{2R} a^2\right) \quad (1)$$

여기서 $\Gamma(\cdot)$ 는 감마 함수, R 는 평균 신호 전력이며, $m \geq \frac{1}{2}$ 이다. 신호 전력 x 는 $(1/2)a^2$ 와 같으며, x 의 p.d.f는 다음과 같다.

$$p_x(x) = p_a(a) \frac{da}{dx} \quad (2)$$

$$= \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{R}\right)^m x^{m-1} \exp\left(-\frac{m}{R} x\right)$$

(1)과 (2)는 $m=1$ 일 때 각각 레일리 p.d.f, 지수 p.d.f를 나타낸다.

2. 임펄스 잡음

가우스 잡음을 포함하는 Middleton의 A급 임펄스 잡음을 채택한다. 대역통과필터를 통과한 A급 협대역 임펄스 잡음의 순시포락선에 대한 확률밀도함수는 다음과 같이 주어진다[8].

$$p_N(N) = \frac{e^{-A}}{W} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{A^j}{j!} \frac{X}{\sigma_j^2} \cdot \exp\left(-\frac{X^2}{2W\sigma_j^2}\right), \quad X \geq 0 \quad (3)$$

단, $W (= \sigma_G^2 + \Omega_I)$; 전체 잡음전력,

A ; 임펄스 지수,

X ; 임펄스 잡음의 순시 포락선,

$\sigma_j^2 = (j/A + \Gamma')/(1 + \Gamma')$,

$\Gamma' (= \sigma_G^2/\Omega_I)$; 가우스 잡음 대 임펄스 잡음 전력비.

여기에서 잡음전력 W 가 일정하다고 할 때 전체 잡음 전력 중에서 임펄스 잡음 전력성분이 크거나 (즉, Γ' 값이 작거나) 임펄스의 발생빈도 A 가 작을수록 임펄스성이 강한 잡음이 된다. 이를 그림 1에 나타낸다.

식(1)을 직교 좌표계로 나타내면 다음과 같다.

$$p_N(x) = e^{-A} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{A^j}{j!} \frac{1}{\sqrt{2\pi W\sigma_j^2}} \exp\left(-\frac{x^2}{2W\sigma_j^2}\right) \quad (4)$$

$$p_N(y) = e^{-A} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{A^j}{j!} \frac{1}{\sqrt{2\pi W\sigma_j^2}} \exp\left(-\frac{y^2}{2W\sigma_j^2}\right) \quad (5)$$

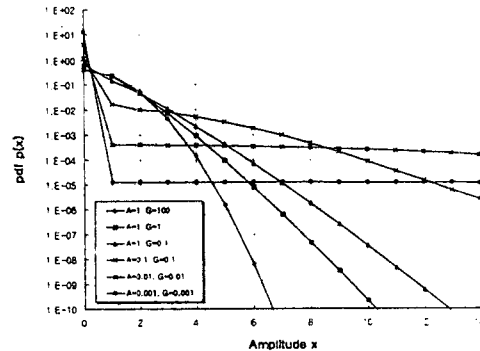


그림 1. A급 협대역 임펄스 잡음의 p.d.f($G = \Gamma'$)

3. NFSK 블럭 에러 확률

블럭 에러 확률을 구함에 있어, N 비트의 블록내에서 M 비트($p(M, N)$) 이상의 에러가 일어날 확률을 구할 필요가 있다. 신호 대 잡음비 γ 를 갖는 NFSK 신호의 비트 에러 확률은 가우시안 노이즈 하에서

$$p_e(\gamma) = \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{\gamma}{2}\right) \quad (6)$$

이며, 이에 따른 γ 에 대한 에러 $p(M, N)$ 은

$$p(\gamma, M, N) = \sum_{i=0}^M \binom{N}{i} p_e(\gamma)^i [1 - p_e(\gamma)]^{N-i} \quad (7)$$

$$= \sum_{i=0}^M \binom{N}{i} \left(\frac{1}{2}\right)^M \int_0^{\infty} \exp(-\gamma \frac{i}{2})$$

나카가미 페이딩 채널에서 신호 대 잡음비는 평균 신호 대 잡음비 R 인 (2)식에서 p.d.f $P_r(\gamma)$ 를 갖는 랜덤변수이다. 채널 페이딩이 매우 느려 (slow fading) 신호 대 잡음비가 모든 블록에서 일정하다고 하면, 가우시안 잡음과 임펄스 잡음이 혼재하는 나카가미 페이딩 채널에서의 NFSK 블럭 에러 확률은 식(1)과 식(3), 식(7)에 의해서 다음과 같이 구할 수 있다.

$$p(M, N) = e^{-A} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{A^j}{j!} \sum_{i=0}^M \binom{N}{i} \binom{i-1}{M} \cdot \frac{(-1)^{i-1}}{2^i} \left(1 + \frac{Ri}{2m\sigma_j^2}\right)^{-m} \quad (8)$$

또한 에러 정정 부호기법을 도입하지 않았을 때 나카가미 페이딩에서 가우시안 잡음과 임펄스 잡음이 혼재하는 NFSK 블럭 에러 확률은 식 (1)과 식(3), 식(6)에 의해 구할 수 있다.

$$p_e = p(0, N)$$

$$= e^{-A} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{A^j}{j!} \sum_{i=1}^N \frac{(-1)^{i-1}}{2^i} \left(1 + \frac{Ri}{2m\sigma_j^2}\right)^{-m} \quad (9)$$

NFSK의 블럭 에러 확률을 페이딩 지수 ($m=0.5, 10$)와 임펄스 지수 ($A, \Gamma' = 0.01, 0.1, 1$)에 따라 그림 2에 나타내었다. 블럭의 길이는

$N=31$ 비트라 가정했다.

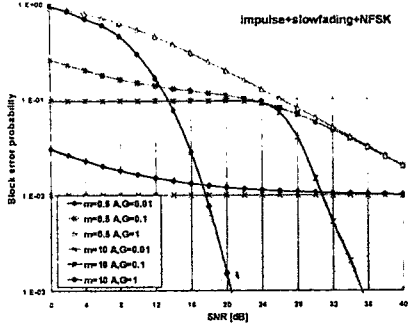


그림 2. 저속 페이딩에서 페이딩 지수와 임펄스 지수에 따른 NFSK 블록 에러 확률($G=\Gamma'$)

III. 시스템의 성능 해석

1. 고속 페이딩의 영향

식 (8)의 블록 에러 확률을 구하는데 있어서 저속 나카가미 페이딩을 적용하였다. 블록안에서 두 개의 인접한 비트가 서로 독립적으로 페이딩을 받는 것과 같이 신호의 길이가 선형적으로 변화하는 고속 페이딩과 임펄스 잡음의 경우

$$P(M, N) = e^{-A} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{A^j}{j!} \sum_{i=M+1}^N \binom{N}{i} p_i^i (1-p_i)^{N-i} \quad (10)$$

을 얻을 수 있으며, 여기서 p_i 는 다음과 같이 주어지는 나카가미 페이딩 환경에서의 비트 에러 확률이다.

$$p_i = \int_0^{\infty} P(M, N) p_r(\gamma) d\gamma = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{R}{2m\sigma_r^2}\right)^{-m} \quad (11)$$

또한 에러 정정 부호기법을 도입하지 않았을 때 고속 페이딩에서 가우시안 잡음과 임펄스 잡음이 혼재하는 NFSK 블록 에러 확률은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$P_e = p(0, N) = e^{-A} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{A^j}{j!} \sum_{i=1}^N \binom{N}{i} p_i^i (1-p_i)^{N-i} \quad (12)$$

또는,

$$P_e = e^{-A} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{A^j}{j!} (1 - (1-p_i)^M) \quad (13)$$

으로 나타낼 수 있다.

그림 3에 페이딩 지수 ($m=0.5, 10$)와 임펄스 지수 ($A, \Gamma' = 0.01, 0.1, 1$)에 따라 고속 페이딩에서의 NFSK 블록 에러 확률 특성을 나타내었다. 주어진 m 값에 따라 그림 2와 비교하면, 저속 페이딩에서의 블록 에러 확률보다 고속 페이딩에서

의 블록 에러 확률이 더 큰 것을 알 수 있으며 특히 m 이 작을수록 이 현상은 더 잘 나타난다. 또한 $m=10$ 에서 임펄스 지수 $A=0.1$ 이상일 때 두 값의 성능차이는 거의 없어짐을 알 수 있고 강한 임펄스 잡음 ($A=0.01$)일 때 페이딩에 상관 없이 신호전력이 증가할수록 $10^{-2}BER$ 에 거의 일치 되어감을 알 수 있다. 같은 m 에 따른 두 값의 차는 m 이 ∞ 에 갈수록 줄어든다.

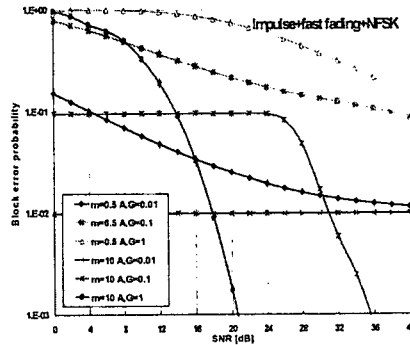


그림 3. 고속 페이딩에서 페이딩 지수와 임펄스 지수에 따른 NFSK 블록 에러 확률

2. 다이버시티와 코딩의 비교

다이버시티와 에러 정정 부호기법을 도입하면 채널의 페이딩 효과를 줄일 수 있다. 에러 정정 부호기법 (M 비트의 블록에서 M 비트 에러까지 검출)을 도입한 NFSK의 블록 에러 확률은 저속 페이딩, 고속 페이딩일 때 각각 식(8)과 (10)을 이용하여 구할 수 있다.

최대비 합성법(MRC) 도입시 브랜치수가 L 개라고 가정할 때 다이버시티 효과는 다음과 같다. 최대비 합성법 도입후의 출력되는 신호 대 잡음비는 각각의 결합 브랜치의 신호 대 잡음비의 합과 같다. 결과적인 신호 대 잡음비의 p.d.f는 다음과 같다.

$$P_r(\gamma) = \frac{1}{\Gamma(mL)} \left(\frac{m}{R}\right)^{mL} \gamma^{mL-1} \exp\left(-\frac{m}{R}\gamma\right) \quad (14)$$

II장의 유도과정에 따라 저속 페이딩에서의 블록 에러 확률은

$$P_e = e^{-A} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{A^j}{j!} \sum_{i=1}^N \binom{N}{i} \frac{(-1)^{i-1}}{2^i} \left(1 + \frac{Ri}{2m\sigma_r^2}\right)^{-mL} \quad (15)$$

이고, 고속 페이딩의 경우 식 (13)으로부터

$$p_i = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{R}{2m\sigma_r^2}\right)^{-mL} \quad (16)$$

이다.

그림 4와 5는 각각 저속 페이딩과 고속 페이딩에

서의 에러 정정 부호기법 도입시의 효과를 보여 준다.

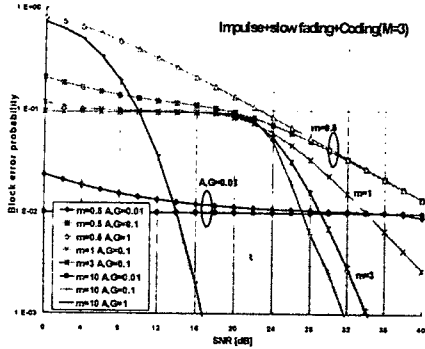


그림 4. 임펄스 잡음과 저속 페이딩 환경에서 에러 정정 부호기법을 채용한 NFSK 블록 에러 확률

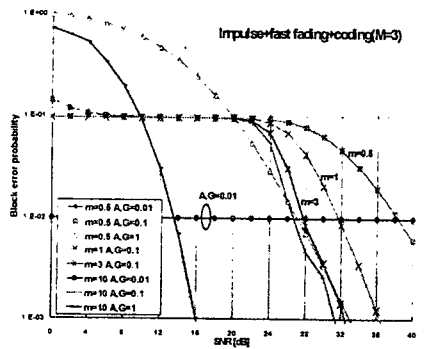


그림 5. 임펄스 잡음과 고속 페이딩 환경에서 에러 정정 부호기법을 채용한 NFSK 블록 에러 확률

그림 4와 그림 5를 비교하면 에러 정정 부호기법 효과는 저속 페이딩 ($A=0.1, 1$ 에서 3dB 정도의 성능개선이 이루어짐)보다 고속 페이딩 ($m=0.5$ 이고 $A=0.1, 1$ 일 때에도 2~4dB 가량의 성능개선이 이루어짐)에서 더 효과적임을 알 수 있다. 또한 SNR 22dB 이상에서 임펄스 잡음의 영향이 현저히 감소됨을 알 수 있고 다이버시티 결합시와는 달리 부호화기법을 도입했을 때 m 이 증가할수록 블록 에러 성능은 개선된다.

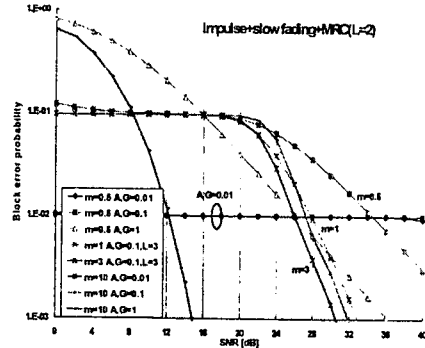


그림 6. 임펄스 잡음과 저속 페이딩 환경에서 MRC 다이버시티 기법을 채용한 NFSK 블록 에러 확률

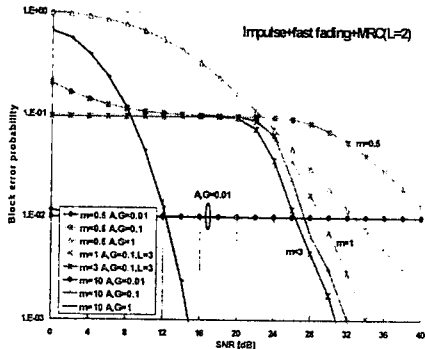


그림 7. 임펄스 잡음과 고속 페이딩 환경에서 MRC 다이버시티 기법을 채용한 NFSK 블록 에러 확률

다이버시티 도입시의 효과는 그림 6과 7에 나타내었다.

저속 페이딩과 고속 페이딩에서 블록 에러 성능을 개선하는데 있어서 다이버시티 기법은 효과적임을 알 수 있다. $m=0.5$ 일 때 임펄스 지수 $A=0.01$ 에서는 거의 성능 변화가 없지만 (10^{-2} BER에 거의 일치됨) 임펄스 지수 $A=0.1, 1$ 인 경우에는 효과적인 개선(저속 페이딩에서는 SNR 22dB 이상에서 성능개선 폭이 커지고 고속 페이딩에서는 SNR 26dB 이상에서 개선 폭이 커짐)을 보이고 있다. $m=10$ 에서는 임펄스 지수 $A=0.001$ 인 강한 임펄스 잡음에서는 변화 없는 일정한 성능을 보이지만 임펄스 지수가 높을수록 약 3~5dB 정도의 개선을 보이고 있다. 또한 저속 페이딩에서 m 이 작은 경우에 성능 개선이 크게 이루어짐을 알 수 있다.

IV. 결론

본 논문에서는 임펄스 잡음과 나카가미 페이딩 채널에서 블럭 에러 NFSK 시스템을 제안하고, 이의 성능을 구하였다. 블럭 에러 확률을 구하는데 있어서 나카가미 채널 페이딩 속도(즉, slow fading, fast fading)를 고려하여 임펄스 잡음지수의 변화에 따른 성능을 비교분석 하였다. 블럭 에러의 성능을 개선시키는 방안으로 다이버시티 기법과 에러정정 부호화 기법을 적용하여 시스템의 성능개선 정도를 구하였다.

에러 정정 부호기법은 페이딩 지수가 증가됨에 따라 성능 향상 폭이 커지고, 저속 페이딩 (임펄스 잡음지수 $A=0.1, 1$ 에서 3dB 개선)보다 고속 페이딩에서(임펄스 잡음지수 $A=0.1, 1$ 에서 2~4dB 개선)의 성능개선 정도가 우수하였다.

MRC 다이버시티 기법은 저속 페이딩에서 에러정정 부호기법을 적용했을 때보다 우수한 성능을 보이고 고속 페이딩에서는 부호화 기법을 적용했을 때의 성능과 유사한 정도의 성능개선을 보였다. 또한 페이딩 심도지수가 증가할수록 페이딩 채널속도에 상관없이 같은 성능개선을 보이고 페이딩 심도지수 $m=0.5$ 에서는 저속 페이딩에서의 성능이 SNR 22dB 이상에서 약 0.5×10^{-1} 정도의 고속 페이딩에서의 성능보다 우수한 성능향상을 보임을 알 수 있었다. 따라서 강한 임펄스 잡음 ($A=0.01$) 환경을 고려하는 시스템 설계에 있어서는 에러 정정 부호기법이나 다이버시티 기법보다 임펄스 잡음을 억압시킬 수 있는 강력한 성능개선기법이 적용되어야 할 것이다.

V. 참고문헌

- [1] E. Al-Hussaini and A. Al-Basiouni. "Performance of MRC diversity systems for the detection of signals with Nakagami fading," *IEEE Trans. Commun.*, vol.COM-33, pp. 1315-1319, Dec. 1985.
- [2] A. H. Wójnar, "Unknown bounds on performance in Nakagami channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol.COM-34, pp.22-24. Jan. 1986.
- [3] R. E. Eaves and A. H. Levesque. "Probability of block error for very slow Rayleigh fading in Gaussian noise," *IEEE Trans. Commun.* vol.COM-25, pp.368-373, Mar 1977.
- [4] C. E. Sundberg, "Block error probability for noncoherent FSK with diversity for very slow Rayleigh fading in Gaussian noise," *IEEE Trans. Commun.*, vol.COM-29, pp.57-60, Jan. 1981.
- [5] B. Maranda and C. Leung, "Block error performance of noncoherent FSK modulation on Rayleigh fading channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol.COM-32, pp.206-209, Feb. 1984.
- [6] F. Adachi and K. Ohno, "Block error probability for noncoherent FSK with diversity reception in mobile radio," *Electron. Lett.* vol.24, pp.1523-1525, Nov. 1988.
- [7] W. C. Y. Lee, *Mobile Communications Engineering*. New York: McGraw-Hill, 1982.
- [8] D. Middleton, "Statistical physical models of electromagnetic interference," *IEEE Trans. on electromag. Compat.*, vol.EMC-19, no. 3, pp.106-127, Aug. 1977.