

급구배 원관내 개수로에서 관수로의 이동과정에 있어서의 하류단조건에 따른 고찰

김 학수

1. 서론

상류에서 삼각위어, 정류수조, ball-mouth가 부착된 급구배수로, 가변위어형 정류수조 등으로 구성된 수로계에 있어서 사류(射流)의 초기 유황(流況)에서 유량의 증가에 따라 상류단에 발생한 피압(被壓)수류 구간이 단파(段波)와 같이 하류에 전파하는 현상을 고찰한다. 잘 아는바와 같이 비정상 피압수류와 개수로의 사류가 관·개수로 경계를 지나 관로내에 공존하는 경우, 피압수류측은 미분방정식과 사류의 개수로측은 쌍곡형 편미분방정식으로 지배되어, 후자의 지배단면인 관·개수로 경계에 대하여 수심과 유량이 정확히 산정 되지 않는 한 신뢰할 수 있는 사류측의 증속변수를 얻지 못한다. 또한 그 구간이 밀폐된 p_0 의 공기로 싸여있을 경우 사류의 흐름은 전혀 하류의 영향을 받지 않는 것처럼 보이나 공기압 p_0 는 지배단면을 통과하는 유량의 지배방정식에 큰 영향을 준다.

이와 같은 이동하는 관·개수로 경계에 대하여 고려할 수 있는 모든 조건에 Benjamin은 동속도로 이동하는 좌표계에서 경계면을 포함하는 검사영역에 Bernoulli의 정리와 운동량방정식을 적용시

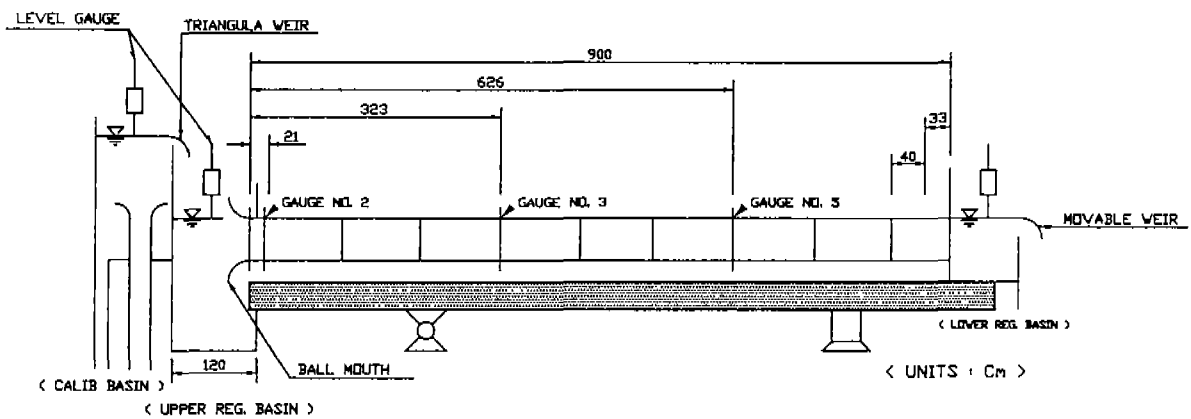


그림 1 실험장치

발표자 소속 : 명지전문대학 토목과 조교수

켜 방정식계를 유도하므로 개수로측 무차원수심 $y_2/d=0.563$, 상대무차원수심 $Q' / d^2\sqrt{gd} = 0.426$ 등을 나타내고 있으나, 표제의 흐름에 있어서 경계면 전면의 무차원수심은 0.68정도에 달하므로 필자의 상정(想定)하는 흐름과는 적절하지 못함을 알게 되었다.

이러한 관점에서 필자는 먼저 하류단개방(자유낙하)의 조건하에 상기의 0.68정도의 개수로측 무차원수심을 실현시킬 수 있는 관·개수로 경계의 역학모형을 작성하고, 다음으로 하류측 정류수로의 가변위어로의 초기수면이 관로 하류단 관정에 접하도록 조절한 현상(하류단 구속)에 대하여 밀폐된 공기압의 산정법을 제안한다.

2. 본 론

2.1 관·개수로 경계가 존재하는 흐름에서의 Benjamin 모델

Benjamin(1968)은 수평한 같은 단면수로의 상류측 만관부와 자유로운 하류부를 차단하는 격벽(隔壁)을 제거할 때에 생기는 흐름의 해법을 비점성(非粘性) 또한 정상(定常)의 가정하에 나타낸다. 경계의 이동속도 D 와 등속도로 이동하는 정지화 좌표계로부터 관찰하는 것으로 하여 정지점 O_1, O_2 에 Bernoulli의 정리, 경계를 포함하는 2지배단면간에 운동량방정식과 연속식을 적용하면 다음 식이 설정된다.(그림 2)

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho g} = 0 = \frac{v_2^2}{2g} + y_2 - y_1 \quad (1)$$

$$\rho Q' (v_2 - v_1) = P_1 + A_1 p_1 - P_2 \quad (2)$$

$$Q' = A_1 v_1 = A_2 v_2 \quad (3)$$

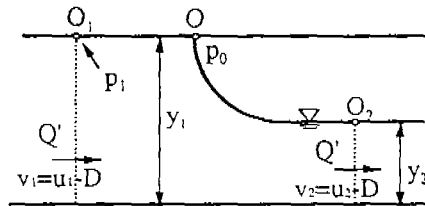


그림 2 관·개수로경계

단, $v_1 = u_1 - D$, $v_2 = u_2 - D$, p_1 은 단면(1)의 관정부의 압력, u 는 정지하고있는 관찰자의 입자속도, P_i 및 A_i 는 각각 단면 (i)에 대한 수심 y_i 에 대응하는 수압에 의한 추력(推力)과 유수단면적을 나타낸다.

식(1)과 식(2)으로부터 p_1 를 소거하고 v_2 에 대하여 풀면 식(4)가 얻어지 이것에 근거하여 관련된 모든 해가 식(5)에 수치적으로 유도된다.

$$\frac{v_2^2}{2g} = \frac{(P_1 - P_2)}{\rho g A_2 \left(2 - \frac{A_2}{A_1}\right)} = y_2 - y_1 \quad (4)$$

$$y_2/d = 0.563, \quad v_2/\sqrt{gd} = 0.935, \quad v_1/\sqrt{gd} = 0.543 \quad (5)$$

2.2 Benjamin 모델에 대한 수정모델

Benjamin 모델은 정지하고있는 만수역(滿水域)에 개수로부가 침입할 경우에는 잘 제한되어지나

(安川등...), 처음 서술한 내용과 같이 필자가 상정하는 현상에는 적용이 되지 않는다. 이에 필자는 Benjamin 모델에 대하여 하류측 지배단면(2)는 비정상 하류측 사류역에 관하여 상류단 이기도 하므로 정지점과 단면(2) 사이에 Bernoulli 조건식 대신에 이동하는 좌표계에서 관찰한 한계수심의 조건식을 적용할 경우에는 어떠한가를 제안하였다.

수면이 표준 대기압상태로 상정하고 Benjamin 모델에 대하여 밀폐된 p_0 의 공기압에 놓여있다고 한다면, 정지화된 좌표계에 의한 식(1), 식(2)에 개하여 관경 d , 속도 \sqrt{gd} 로부터 무차원화 시킨 수정모델은 다음 식으로 나타낸다(김 학수). 또한 식 중의 B_2 는 지배단면(2)에 대한 개수로 수면폭이다.

$$\alpha \frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1 - p_0}{\rho g} = 0, \quad \frac{\alpha Q^2 B_2}{g A_2^3} = 1 \quad (6)$$

$$\rho Q'(v_2 - v_1) = P_1 + P_2 + A_1(p_1 - p_0) \quad (7)$$

식(6)의 첫 번째 식과 식(7)로부터 $(p_1 - p_0)$ 를 소거하고 연속식(3)을 고려하여 Q' 를 소거하면 개수로측 수심 y_2 에 관하여 조건식이 유도된다.

$$\left(\frac{1}{B_2}\right) \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \left\{1 - \left(\alpha \frac{1}{2}\right) \left(\frac{A_2}{A_1}\right)\right\} = \left(\alpha \frac{P_1}{A_1^2}\right) \left(1 - \frac{P_2}{P_1}\right) \quad (8)$$

$$\frac{y_2}{d} = 0.6879, \quad \frac{Q'}{\sqrt{gd^3}} = 0.446, \quad \frac{A_2}{d^2} = 0.570, \quad P_2 = 0.171 \quad (9)$$

연속식(3)로부터 정지좌표계에 근거하여 관·개수로 경계의 이동속도 D 와 상기 식에 대한 상대 무차원유량 Q' 는 다음 식(10)과 (11)로 정해지므로 경계면의 상류측인 만관유량 Q_1 의 값이 결정되면 개수로측유량 Q_2 와 이동속도 D 도 결정되어지고 그것으로부터 비정상 사류부 상류단인 개수로 지배단면(2)의 상류단으로부터 거리 l 과 사류부의 경계조건인 수심 y_2 과 유량 Q_2 이 정해진다.

$$D = \frac{dl}{dt} = \frac{(Q_1 - Q_2)}{(A_1 - A_2)} = \frac{(Q_1 - Q)}{A_1} \quad (10)$$

$$Q = \frac{A_1 A_2}{(A_1 - A_2)} \left(\frac{Q_2}{A_2} - \frac{Q_1}{A_1} \right) \quad (11)$$

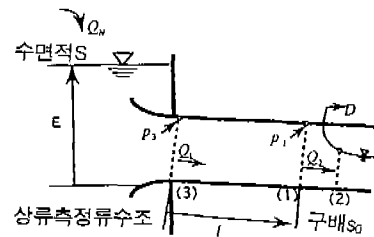


그림 3 개념도

Q_1 에 관하여 관로 상류단의 새로운 지배단면(3)과 관·개수로 하류측 지배단면(2)간에 운동량방정식을 적용시켜, 만관부유량 Q_1 의 시간적 변화율 dQ_1/dt 에 대하여 정리하면 식(12)이 얻어진다.

$$\frac{dQ_1}{dt} = \left[(S_0 - S) \cdot l - \left\{ \frac{(P_1 - P_2)}{A_1} + (p_3 - p_0) - \frac{Q^2}{A_1} \left(\frac{1}{A_2} - \frac{1}{A_1} \right) \right\} \right] \frac{A_1}{l} \quad (12)$$

단 l 은 지배단면(3) (2)간의 거리, S_0 와 S_f 는 각각 수로구배와 에너지구배이며, $S_f = (gn^2/d^{1/3})Q_1^2/(A_1^2R_1^{4/3})$, $p_3 = E - 1 - u_1^2/2$, n 은 Manning조도계수, 또한 E 와 l 는 다음 식을 만족한다.

$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{S}(Q_N - Q_1) \quad (13)$$

$$\frac{dl}{dt} = \frac{Q_1 - Q_2}{A_1 - A_2} = \frac{(Q_1 - Q)}{A_1} \quad (14)$$

따라서 관·개수로 경계가 밀어내는 국면(局面)에는 3차원연립방정식(12~14)을 적당한 초기조건 하에서 수치적으로 풀면 되며 그것이 밀어내는 이전의 국면에는 관로 상류단의 한계수심단면의 유량 Q_c 에 근거 $dE/dt = (Q_N - Q_c)/S$, 단 S 는 상류측 정류수면적 수조이며 동일하게 E 가 수치적으로 계산되어 Bernoulli정리와 한계수심조건으로부터 새로운 y_c 와 Q_c 가 산출된다.

3. 관계수로 경계의 발생조건, 해석방법 및 결과

3.1 해석방법

개수로 사류부에 만관이 밀어내는 국면의 흐름에는 연립방정식(12~14)을 수치적으로 풀어나간다.

하류단 개방조건에는 수면의 공기압 p_0 를 고려할 필요가 없고 실측의 삼각위어 수위곡선의 Q_N 에 관계하는 입력수문곡선과 식(12~14)에 의하여 E , Q , l 이 수치적으로 산정되며 결정된 개수로 측 유량 Q_2 와 수심 $y_2 = 0.682$ 는 하류의 사류역을 완전히 지배할 것이다. 따라서 본 모델의 적용성은 Q_1 의 정도(精度)를 반영하는 E 의 시간곡선의 실험과 비교, 관로내 수위기록계에 나타나는 관·개수로 경계 도달직전의 전면 무차원수심 y_2 를 0.682와 비교로 확인할 수 있다.

하류단 구속조건에는 밀폐된 공기압 p_0 는 dQ_1/dt 에 영향을 주므로 본 논문에는 하류측 정류수로 내 수위기록을 이용하여 관로 하류측의 관정(管頂)에서 위로 측정된 수면까지의 거리로 공기압 수두를 근사치로 취하는 것으로 한다. 그리하여 하류단 개방의 경우와 동일하게 E 의 시간적 변화를 추적할 수 있다.

3.2 관·개수로 경계의 발생조건

미분방정식을 Runge·Kutta·Gill법으로 계산하여 이동개시의 조건으로 dQ_1/dt 에 관한 식(12)를 유도한 운동량방정식에 대하여 만관구간의 길이 $l=0$ 을 이용하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$p_3 - p_0 = \frac{Q^2}{A_1 A_2} \left\{ 1 - \frac{A_2}{A_1} \right\} - \frac{1}{A_1} (P_1 - P_2) \quad (15)$$

식(15)의 우변은 $Q=0.446$, $A_1=\pi/4$, $A_2=0.570$, $P_1=\pi/8$, $P_2=0.171$ 인 모두 기지의 량이며, $p_3 - p_0 = -0.1604$ 가 얻어진다.

3.3 수치해석결과와 실험치와의 비교

3.3.1 관·개수로 경계의 개수로측 수심 y_2/d

그림 1의 수로내 수위기록으로부터 하류단 개방(그림 4)과 구속(그림 5)의 모든 경우에 관·개수로 경계 전면의 개수로측 수심(그림 중의 A2, C2, D2의 각 점에 대응)은 무차원수심 0.681로 충분히 근사(近似) 되어진다.

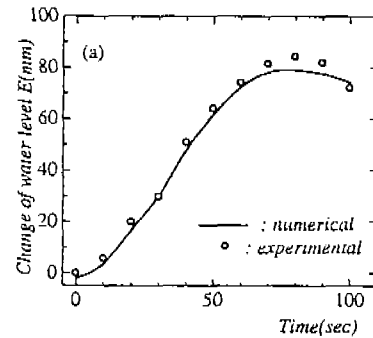
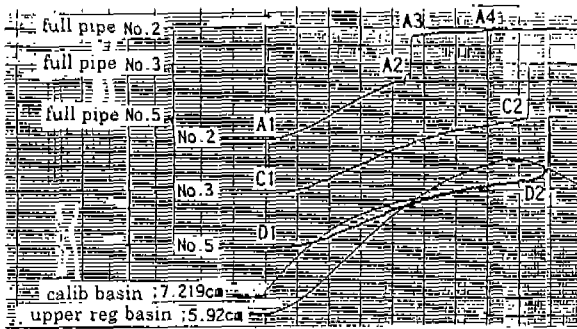


그림 4 하류단 개방의 실험기록과 E-t 곡선

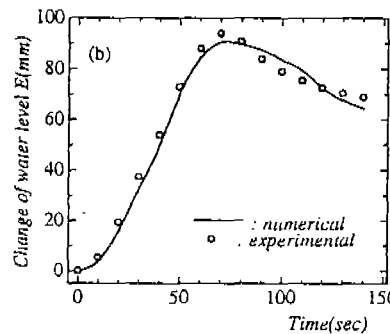
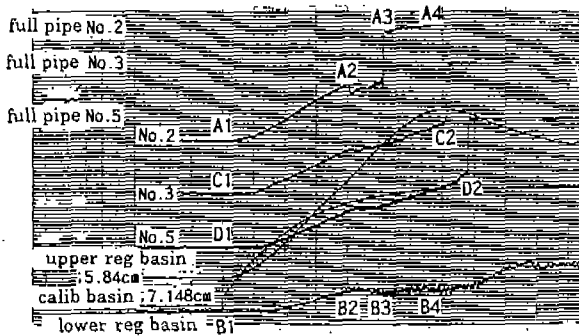


그림 5 하류단 구속의 실험기록과 E-t 곡선

3.3.2 관·개수로 경계의 발생조건

그림 4 와 5에 대하여 유도식(15)과 관련하여 볼 때 관·개수로 경계의 시작(그림의 A4에 대응)에 돌출준비기간(A2~A4)의 존재를 알 수 있다. 이것은 관로 상류단의 개수로의 지배단면은 유입 수면의 상승에 따른 관정에 접촉한 후 조금씩 하류로 이동하고 정지점 상류의 지배단면내 관정압인 h_3 의 어떤 한계치에 달했을 때에 시작하는 것으로 상정되어진다.

3.3.3 상류측 정류수조수위 E

미분방정식(12-14)의 적분에는 삼각위어의 수위곡선을 미리 일정시간 간격으로 읽어 내삽(內插)

하여, Q_N 을 기지의 외부함수로 정해준다. 또한 하류단 구속조건에는 밀폐된 공기압치 p_0 , 하류단 관정에 맞춘 하류측 정류수로의 초기수위로부터 증가량, 삼각위어의 수위 역시 외부함수로서 취급했다. No.2 수위계 기록에 대하여 A1~A4구간에는 연속식(13), E 에 대응하는 한계수심 y_c 로부터 산정되는 Q_c 를 Q_1 대신 사용하여 A4에 도달한 후, 3원연립으로 바뀐다. 계산결과는 그림 4 와 5에 도시하고 A2~A4구간을 포함해 재현성이 있다고 말할 수 있다.

4. 결론

수로구배 1/50의 원관내 개수로 흐름(사류)에서 유량의 증가에 따라 상류단에 관·개수로 경계가 발생하여 하류단으로 전파되는 현상의 모델화를 시도하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 관·개수로 경계를 포함하는 만관측과 개수로측 지배단면에 경계부와 동속도의 정지화된 좌표계 운동량방정식과 2개의 Bernoulli 조건식을 적용하는 Benjamin의 모델은 개수로측 무차원수심 $y_2=0.563$ 을 나타내나 필자의 실험현상의 적용에는 과소치를 나타낸다.
- (2) 관정을 지나는 유선이 정지점을 경유해서 개수로측에 이동 할 시, 정지점과 개수로측 지배단면의 Bernoulli 조건식 대신에 한계수심 조건을 채용한 필자의 모델은 개수로측 무차원수심 $y_2=0.681$ 를 나타내 하류단 개방 및 구속의 2조건하에 실험결과와 만족할 만한 일치를 나타낸다.
- (3) 본 모델에 있어서 중심적 역할을 한 만관부의 비정상유량 Q_1 는 상류측 정류수조수위 E , 만관 구간 길이 l 과 함께 3원 연립방정식을 구성하고, 하류단 구속 조건하에는 밀폐된 비정상 공기압 p_0 의 도입이 필요하나 하류측 정류수로 수위에서 관로단 관정까지의 수심을 이용한 근사치를 하류단개방의 경우와 같은 정도(精度)로 실험치와 대응된다.
- (4) 본 해석에는 관·개수로 경계의 시작시각을 No.2 수위계의 실측치에 의존하였으며, p_0 값의 도입에는 실측인 하류측 정류수로 수위로 하였고 Q_N 만이 외부의 함수로 하였으며 보다 더 재현성 있는 값을 정하는 것이 금후의 과제이기도 하다.

5. 참고문헌

- (1) 김 학수 「관로내 관·개수로 경계의 수리학적 모델에 관한 고찰」 한국수자원학회 학술발표회 논문집, pp.751-756 1999.
- (1) 川口 士郎·安川 浩、「下水管渠内水流管理 システムに関する研究」東京都立大学、pp.175-181 1984
- (2) 安川 浩·宇井 正和、「隔壁の瞬間的消去に伴う gravity currentに関する基礎的研究」第28回 水理講演会論文集, pp.839-844 1984.
- (4) 安川 浩·金 学秀·宇井 正和·村越 重紀、「急勾配管渠における開水路から被圧水路への移動モデル」、pp. 649-654 1995.
- (5) Benjamin, T. B., Gravity current and related phenomena, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 31, pp.214-217 1968.