

# 상태·공간형태의 저류함수 하도홍수추적에 관한 연구

## A Study on the State Space Form of Storage Function Routing Method

배 덕 효\*

### 1. 서 론

상류 일지점의 수문곡선을 이용하여 하류 특정지점의 유량을 계산하는 하도 홍수추적 모형의 적합성 여부는 모형의 간결성, 모형으로부터 계산된 결과의 정확성 등에 달려 있지만, 미래에 변화할 홍수량을 사전에 예측할 수 있는 실시간 모형 개념도 이에 못지 않게 중요하다. 왜냐하면 홍수예보는 유역내 특정지점에서 발생하는 홍수의 규모와 시간을 가능한 한 빠르고 정확하게 예측하여 홍수에 대비할 수 있도록 유관기관 및 지역주민에게 정보를 제공함으로써 홍수로부터 피해를 최소화하는 것이기 때문이다. 이와 같은 실시간 홍수예보 모형이 개발되기 시작한 것은 1970년대 이후이며, 추계동력학적 상태·공간 형태의 모형이 가장 보편 타당한 접근방법으로 알려져 있다(Wood와 O'Connell, 1985; Bras와 Rodriguez-Iturbe, 1985).

본 연구에서는 국내 홍수예보의 일부로 사용되고 있는 하도 저류함수모형을 상태·공간형태의 하도 홍수추적모형으로 개선·발전시키고, 그 적용성을 검토하고자 한다.

### 2. 상태·공간형태의 하도저류함수모형

하도 저류함수모형은 다음 식 (1), (2)와 같은 연속 방정식과 하도 저류량 및 유량의 관계를 나타내는 운동량 방정식에 근거하고 있다.

$$\frac{ds(t)}{dt} = \sum_{c=1}^n i_c(t-T_1) - q(t) \quad (1)$$

$$s(t) = Kq(t)^p \quad (2)$$

여기서  $s(t)$ 는 하도구간의 실저류량(mm),  $i_c(\cdot)$ 는 지체시간  $T_1$ 을 고려한 상류단의 유입량(mm/hr),  $q(t)$ 는 하류단의 유출량(mm/hr)를 나타낸다.  $K$ ,  $p$  및  $T_1$ 은 모형의 매개변수이며, 이는 대상 구간내의 상류단과 하류단에서 동시 유량자료로부터 저류량과 유량의 일가함수 관계를 구축하여 직접 산정하는 방법과 하도특성 자료를 이용한 간접적인 산정 방법이 있다.

한편 식 (1)의 연속 방정식을 하류단 유량  $q(t)$ 의 함수로 나타내기 위해 식 (2)를 식 (1)에 대입하여 정리하면 다음 식 (3)와 같이 표현된다.

$$\frac{dq(t)}{dt} = \frac{\sum i_c(t-T_1) - q(t)}{kpq(t)^{p-1}} \equiv g(t, q(t)) \quad (3)$$

\* 창원대학교 토목공학과, 부교수

식 (3)은 다음 식 (4), (5)와 같은 모형과 관측시스템의 불확실성을 나타낼 수 있는 상태·공간형태의 추계동력학적 하도 저류함수모형으로 표현이 가능하다.

$$\frac{dq(t)}{dt} = g(q(t), t) + w(t) \quad (4)$$

$$z_k = \xi_k(q_k) + v_k \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (5)$$

여기서  $w(t)$ 는 모형의 불완전성, 입력자료의 부정확성, 매개변수 산정의 오차 등에 의해 야기되는 모형의 오차를 나타내는 항으로 통상 평균 0, 분산  $Q(t)$ 를 갖는 정규분포로 가정된다.  $z_k$ 는 상태변량  $q(t)$ 의 관측치를 나타내며,  $\xi_k(\cdot)$ 는 모형의 상태변량과 시간  $k$ 에서의 상태변량 관측치와의 관계를 나타내는 스칼라 함수이다.  $v_k$ 는 관측치의 오차를 나타내며, 이는 일반적으로 모형 오차를 나타내는  $w(t)$ 와 상호 독립적이고 평균 0, 분산  $R_k$ 인 백색잡음(white noise) 과정으로 가정된다.

식 (4), (5)로 구성된 상태·공간형태의 추계동력학적 시스템은 시간이 경과함에 따라 다음 식 (6), (7)의 예측단계와 식 (8), (9)의 갱신단계의 순환과정(prediction-updaing cycle)을 거친다.

예측단계:

$$\frac{d\hat{q}(t)}{dt} = \frac{\sum_{i_c} i_c(t-T_i) - \hat{q}(t)}{k p \hat{q}(t)^{p-1}} = g(\hat{q}(t), t) \quad (6)$$

$$\frac{dP(t)}{dt} = G(\hat{q}(t), t) P(t) + P(t) G^T(\hat{q}(t), t) + Q(t) \quad (7)$$

여기서,

$$G(\hat{q}(t), t) = \frac{1}{k p} \{ (1-p) \sum_{i_c} i_c(t-T_i) \hat{q}(t)^{-p} + (p-2) \hat{q}(t)^{1-p} \}$$

갱신단계:

$$\hat{q}_k(+) = \hat{q}_k(-) + K_k [z_k - \xi_k(\hat{q}_k(-))] \quad (8)$$

$$P_k(+) = [I - K_k \Psi_k(\hat{q}_k(-))] P_k(-) \quad (9)$$

여기서

$$K_k = \frac{P_k(-)}{P_k(-) + R_k}$$

여기서  $\hat{q}(t)$ 는 상태변량의 예측값,  $P(t)$ 는 예측의 오차,  $\hat{q}_k(-)$ 와  $P_k(-)$ 는 각각 시간단계  $k$ 에서 식 (6), (7)로부터 계산되는 예측단계의 상태변량 모형 시스템과 관측 시스템의 해를 나타낸다.  $\hat{q}_k(+)$ 는 모형 예측치  $\hat{q}_k(-)$ 와 유량 관측치  $z_k$ 에 의해 구한 최적 추정치를 나타내며,  $P_k(+)$ 는  $P_k(-)$ 로부터 갱신된 분산오차를 의미한다. 일반적으로 시스템의 초기조건과 모형 및 관측 시스템의 불확실성을 나타내는  $Q(t)$ 와  $R_k$ 는 알고 있는 것으로 가정한다. 식 (9)의  $K_k$ 로 표현되는 Kalman Gain은 모형과 관측 자료의 불확실성 정도에 따라 달라진다(Bras와 Rodriguez-Iturbe, 1985).

### 3. 개발모형의 적용

개발된 모형의 적용 대상구간은 총 유로연장 35.3 km의 팔당댐으로부터 인도교 구간을 선정하였다(그림 1). 이 구간은 왕숙천, 탄천, 중랑천 등이 지류로 유입되고 있으며, 강동대교에서 인도교 지점에 이르는 서울 지구 한강구간은 1986년 한강종합개발사업이 완료되었고 경기지구 한강구간은 1993년 미사리 지역의 개발사업이 완료되어 팔당댐에서 미사리 구간을 제외한 본 연구의 모든 구간은 하도정비가 이루어진 상태이다.

본 연구의 홍수자료는 한강홍수에경보(1987~1998)에 수록된 자료를 이용하여 이 기간에 발생한 주요 홍수사상을 선택하였다. 그러나 이 기간중에 발생한 대표적인 홍수사상 가운데 상하류단의 관측 수문곡선을 검토할 때 부정확한 자료가 포함된 것으로 판단되거나 결측치가 많은 홍수사상은 본 연구에서 제외시켰다. 상류단의 유입유량은 팔당댐 방류량 자료를 이용하였으며, 하류단의 유출 수문곡선은 인도교 지점의 관측 수위를 수위-유량관계 곡선에 의해서 환산된 유량을 사용하였다.

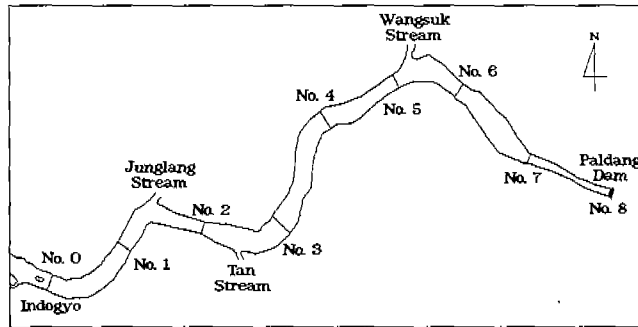


그림 1. 모형 적용대상 구간

본 연구 모형의 매개변수로는 지체시간 상수  $T_1$ , 하도 저류량과 유출량의 관계를 나타내는  $K$  및  $p$ 가 있다. 이들 매개변수는 하도의 지체시간  $T_1$ 을 가정한 후 상류단의 유입량을  $T_1$ 만큼 지체시킨 후 산정된 시간별 누가 유입량과 하류단의 시간별 누가 유출량의 차이를 산정하여 저류량의 변화를 산정한 다음, 전대수 방안지에서 저류량과 유출량의 관계가 선형관계가 될 때 저류상수  $K$ 와  $p$ 를 결정한다. 선택된 홍수사상 가운데 93년 7월 사상(1993. 7. 10. 0:00~7. 17. 0:00)과 94년 6월 사상(1994. 6. 29. 0:00~7. 2. 0:00)의 최적  $K$ ,  $p$ ,  $T_1$ 은 각각 6.581, 0.454, 0.00 및 5.945, 0.497, 0.00으로 추정되었다. 한편 과거 본 연구대상 하도구간에서 하도 저류함수모형의 매개변수를 추정할 대표적인 사례를 살펴보면 건설부(1985), 건설부(1991) 등이며, 이를 바탕으로  $K$ ,  $p$ ,  $T_1$  각각 4.328, 0.59, 3.79을 실무에서 사용하고 있다. 이는 하천의 측량성과를 활용하여 하도의 지체시간은 식 (10)에 의해 산출하고,  $K$  및  $p$ 는 정상동류로 가정한 맨닝공식에 의한 유량과 대표 하도단면 및 하도길이에 의한 저류량의 관계식으로부터 간접적으로 산정한 것이다. 유량산정에 이용된 조도계수는 식 (11)에 의해 산정되었다. 여기서  $L$ 은 하도연장(km),  $S_0$ 는 하도 평균경사를 나타낸다.

$$T_1 = 0.00165 \frac{L}{\sqrt{S_0}} \quad (10)$$

$$n = 0.1 - 0.02 \log(S_0^{-1}) \quad (11)$$

그림 2는 94년 6월 홍수사상에 대해서 본 과업에서 추정된 최적 매개변수를 사용하였을 경우(Test 1)와 실무의 대표 매개변수를 사용한 경우(Test 2) 하류 인도교 지점의 계산유량을 비교하여 도시한 것이다. 그림에서 알 수 있는 것처럼 Test 2에 의한 하류단 계산 수문곡선은 약 4시간 지체된 상류의 유입 수문곡선과 비슷한 형상을 가지면서 첨두유량이 다소 감소하는 형태를 지닌 비교적 kinematic wave 모형의 특성을 잘 반영하고 있다. 또한 예상되는 바와 같이 Test 1의 경우와 같이 본 홍수사상의 상하류단 유량을 모두 알고 있는 상태에서 추정된 최적 매개변수를 사용한 경우 하류단의 계산 수문곡선은 Test 2의 계산 수문곡선보다 정확함을 알 수 있다. 이들 두 경우에 대한 최대유량의 관측치와 계산치의 발생시간 및 크기의 오차를 살펴보면 Test 1의 경우 최대유량 계산치가 +1시간, 5.20%이며, Test 2의 경우 -2시간, 9.74%이다. 그러나 이들 두 경우 모두 모형의 구조 및 특성 등을 고려할 때 94년 6월 홍수사상에 대해서는 비교적 만족할 만한 결과를 나타내는 것으로 판단된다.

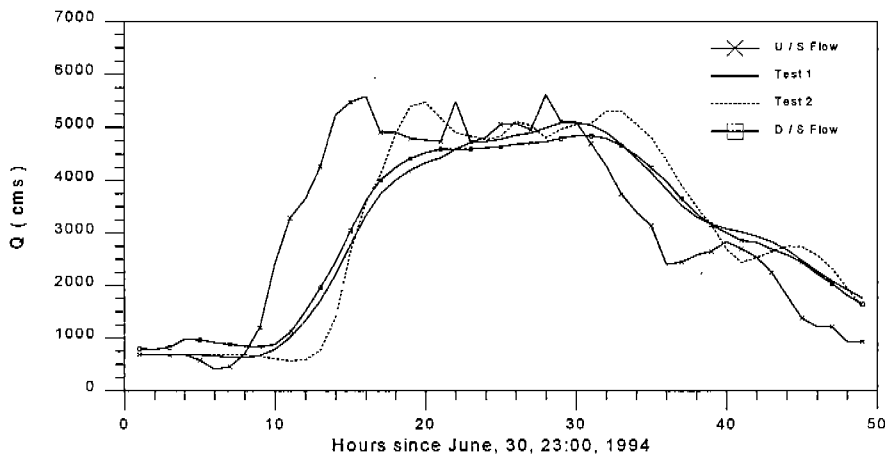


그림 2. 매개변수에 따른 확정론적 유량예측 결과(94년 6월 홍수)

한편, 본 연구의 하도 저류함수모형을 사용하기 위해서는 기존의 매개변수  $K$ ,  $p$ ,  $T_1$  이외에 모형과 관측 시스템의 불확실성을 나타내는 식 (7)의  $Q(t)$ 와 식 (9)의  $R_k$ 를 산정하여야 한다.  $Q(t)$ 는 예상되는 하류단의 최대유량( $\bar{q}_m$ ),  $R_k$ 는  $\bar{q}_m$ 의 1/2에 해당되는 유량에서  $\bar{q}_m$ 의 10%에 해당하는 최소값을 갖는 것으로 하여 유량의 증가 혹은 감소에 따라 2차원적으로 증가하는 것으로 결정하였다. 그림 3은 93년 7월 홍수사상에 대해서 본 연구의 하도 저류함수모형의 적용 결과를 도시한 것이다. 상태·공간 형태의 추계동력학적 하도추적 모형은 시간이 진행됨에 따라 식 (4), (5)으로 구성된 모형과 관측 시스템의 예측단계와 갱신단계의 순환과정을 거친다. 이 때 모형의 매개변수는 기존의 모형에서 요구되는  $K$ ,  $p$ ,  $T_1$ 과 모형과 관측 시스템의 불확실성을 나타내는  $Q(t)$ 와  $R_k$ 가 있다. 모형의 초기조건은 상류단의 유량으로 가정하였다. 그림의 범례에 "Prediction"은 식 (6)에 의해 예측된 유량을 나타낸다. 그 후 시간간격  $\Delta t$ 가 경과하여 하류단 인도교 지점의 유량이 관측되면 식 (8)에 의해 모형에 의한 예측유량과 관측유량 사이에 최적추정을 하게 되며, 그 결과가 범례의 "Updating"으로 표시되었다. "Updating"은 현재 시간에서 이미 관측된 유량과 전 시간단계에서 현재 시간에 예측한 유량과의 최적추정한 결과이므로 이를 관측유량과 비교하는 것은 의미가 없다. 왜냐하면 현재의 시간에서 이미 관측유량이 존재하기 때문이다. 다만 이와 같이 갱신된 유량은 다음 시간단계의 유량예측

의 초기조건으로서 의미를 갖으며, 이는 예측유량의 오차 누적을 방지하는 이유이기도 하다. 따라서 상태-공간 형태의 추계동력학적 모형에서 모형의 유용성을 판단할 때 예측유량(범례의 "Prediction")과 관측유량을 비교하는 것이 의미를 갖는다.

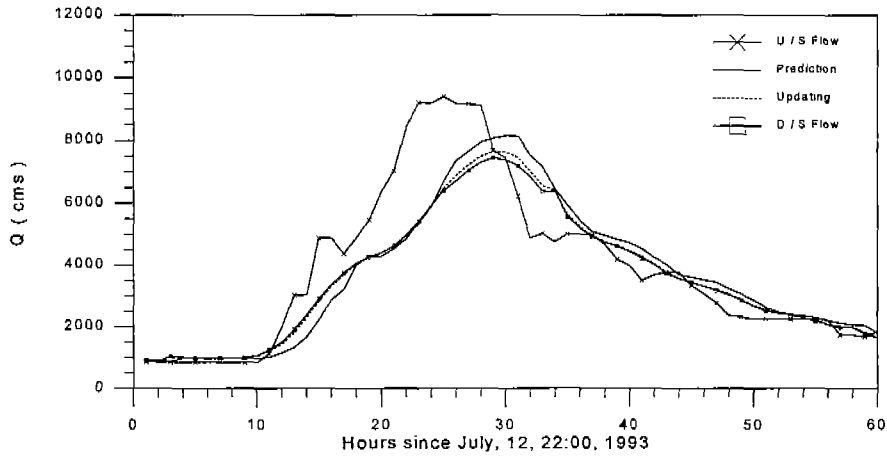


그림 3. 추계동력학적 하도저류함수모형의 적용 결과(93년 7월 홍수)

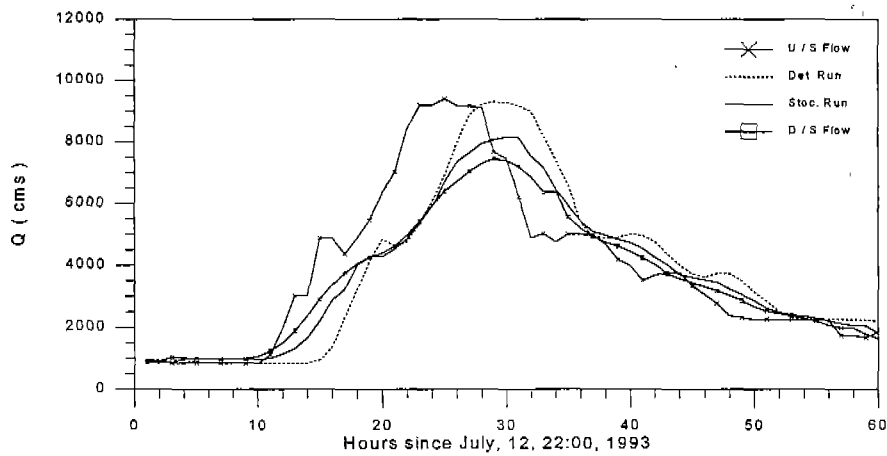


그림 4. 확정론적모형과 추계동력학적모형 결과의 비교(93년 7월 홍수)

그림 4는 93년 7월 홍수사상에 대해서 기존의 방법(범례의 Det. Run)과 본 연구의 방법(범례의 Stoc. Run)에 의한 하류단의 유량예측 결과를 관측유량과 함께 도시한 것이다. "Det. Run"은 식 (3)으로 표현되는 기존의 방법에 모형의 매개변수  $K$ ,  $p$ ,  $T$ 을 실무의 값을 사용하여 얻은 결과이다. 이에 비해 "Stoc. Run"은 식 (6)~(9)의 본 연구 모형의 예측단계의 유량예측 결과를 나타낸 것이다. 그림에서 알 수 있는 것처럼 본 연구에서 개발한 모형 결과는 기존의 모형 결과보다 향상됨을 알 수 있다. 이는 기존의 모형이 모형의 단순함에서 야기되는 모형오차, 관측자료의 부정확에서 오는 관측오차 등을 고려할 수 없어 계산시간이 진행됨에 따라 계산유량의 오차가 계속 누적되는데 비해, 본 연구의 모형은 모형 및 관측의 오차를 고려할 수 있고 또

한 현 시간까지의 하류단의 유량을 입력자료로 이용하므로 오차가 누적되지 않아 이와 같은 향상된 예측결과를 나타내고 있다. 이들 두 경우의 통계적 특성을 살펴보면 "Det Run"의 경우 잔차 절대치 평균(absolute residual mean), 평균 제곱오차(root mean square error), 상관계수(correlation coefficient), 모형 효율성 계수(model efficiency)가 각각 607.8, 884.8, 0.96, 0.81인데 비해 "Stoc Run"은 각각 256.9, 351.2, 0.99, 0.96으로 나타났다.

#### 4. 결론 및 향후과제

본 연구에서는 국내 5대강 유역 홍수예경보의 일부로 사용되고 있는 하도 저류함수모형을 상태·공간형태의 하도 저류함수모형으로 개선·발전시켜 모형의 적용성을 검토하였다. 모형의 적용 대상구간은 한강유역 팔당댐에서 인도교지점까지로 하였으며, 1987~1998년의 주요 홍수사상 가운데 지류의 유입 및 조석의 영향 등 모형 및 관측시스템의 불확실성이 비교적 적은 홍수사상을 선택하여 모형 계산을 수행한 결과, 모형 및 관측시스템의 불확실성을 고려할 수 있는 본 연구의 모형 결과가 기존 모형의 결과보다 더 정확한 것으로 나타났다.

본 연구대상 구간의 홍수예보 능력을 향상시키기 위해서는 지류유입을 정확히 모니터링할 수 있는 시스템의 구축과 일관성있는 자료수집이 선행되어야 할 것이다. 향후 이들 지류에 대한 신뢰성있는 자료가 구축되면 지류유입을 고려한 실시간 유량예측이 수행될 필요가 있다고 생각된다.

#### 참고문헌

- Bras, R.L., Rodriguez-Iturbe, I. (1985). *Random Functions and Hydrology*, Addison-Wesley, Reading, Mass.
- Wood, E.F., O'Connell, P.E. (1985). "Real-Time Forecasting", in *Hydrological Forecasting*, Edited by M.G. Anderson and T.P. Burt, John Wiley and Sons Ltd. pp. 505-558.
- 건설부 (1985). 총주다목적댐 건설에 따른 한강홍수예경보 프로그램 개선 보고서, 건설부, 한강홍수통제소.
- 건설부 (1987~1994). 한강홍수예경보, 건설부, 한강홍수통제소.
- 건설부 (1991). 한강수계 유출 프로그램 개선방안, 건설부, 한강홍수통제소.