

연속 웨이브렛에 의한 Ringing 현상 해석

권 순 홍* · 이 형 석* · 하 문 근**

Analysis of Ringing by Continuous Wavelet

Kwon S. H.* · Lee H. S.* · Ha M. K.**

Key Words : ringing, continuous wavelet(연속 웨이브렛), scalogram, wavelet spectrum
(웨이브렛 스펙트럼), coherence(동질성)

Abstract

In this study, Ringing is investigated by continuous wavelet transform. Ringing is considered to be one of the typical transient phenomena in the field of ocean engineering. The wavelet analysis is adopted to analyze ringing from the point that wavelet analysis is capable of frequency analysis as well as time domain analysis. The use mother wavelet is the Morlet wavelet. The relation between the frequency of the time series and that of wavelet can be clearly defined with Morlet wavelet. Experimental data obtained by other researchers was used. The wave height time series and acceleration times series of the surface piercing cylinder were analyzed. The results show that the proposed scheme can detect typical frequency region by the time domain analysis which could hardly be detected if one relied on the frequency analysis.

* 부산대학교 조선·해양공학과

** 삼성중공업 조선플랜트연구소

1. 서 론

인장각식 플랫폼(tension leg platform)의 모델 실험이나 실측에서 대단히 비정상적(nonstationary)인 운동이 발생한다는 사실이 잘 알려져 있고 그 주파수는 파도의 주된 주파수 보다 훨씬 높은 영역에서 존재하는 현상을 ringing이라고 부른다. 이 현상이 존재한다는 사실은 1980년대 초에 처음 알려지게 되었다. 실험에 의해서 ringing 현상을 재현해서 그 물리적 현상을 규명하려는 노력은 많은 연구자들에 의해서 이루어졌다(Chaplin, 1997), (Stansberg, 1995), (Kim, 1997). 이론적인 연구는 Faltinsen et al.(1995), Malenica와 Molin(1995)등에 의해 이루어 졌는데 그들의 고차 이론에 의한 연구도 ringing 현상을 완벽하게 설명하지 못했다.

본 연구에서는 연속 웨이브렛 변환을 도입하여 ringing 현상을 해석해 보고자 한다. 웨이브렛 해석은 주파수 영역 뿐 만 아니라 시간영역 해석도 가능한 장점이 있다는 점에 착안하여 도입되었다. 해석에 사용된 웨이브렛은 Morlet 웨이브렛으로, 웨이브렛의 척도(scale)와 해석 대상이 되는 신호의 주파수와와의 상호 관계를 파악 할 수 있는 장점이 있다. ringing에 대한 실험을 독자적으로 행하지 못하여 타 연구자(Welch et al., 1999)의 실험 결과를 도입하여 해석하였다. 원주를 대상으로 행한 그 실험의 파고와 원주에 작용하는 가속도에 대한 시계열 자료를 해석하였다. 파고와 원주에 대한 scalogram을 분석한 결과 단순한 주파수 영역에서는 파악 할 수 없던 특정주파수영역을 시간 영역에서 파악할 수가 있었다. 웨이브렛 스펙트럼 해석을 통해서 특정 시간에 상호적으로 작용하는 파고와 가속도의 상관 관계를 파악 할 수가 있었다.

2. 연속 웨이브렛 변환

Mother 웨이브렛 $\psi(t)$ 에 scaling과 shifting을 적용하여 웨이브렛 함수 $\psi_{a,b}(t)$ 를 Grossman-Morlet의 정의에 따라 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (1)$$

여기서 a 는 dilation parameter, b 는 translation parameter를 나타내며 $1/\sqrt{a}$ 는 각 $\psi_{a,b}(t)$ 와

$\psi(t)$ 의 놈(norm)을 일치시키기 위한 정규화(normalize)항이다.

해석하고자 하는 신호 $x(t)$ 에 대한 연속 wavelet 변환은 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$\tilde{X}(a, b) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \psi^*\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (2)$$

여기서 *는 공액복소수를 나타낸다.

3. Morlet 웨이브렛

일반적으로 웨이브렛 변환은 Fourier 변환에 비해 변환 후에도 시간영역의 정보를 잃지 않는다는 장점을 가지고 있으나 기저함수를 늘어뜨리는(stretching) 정도를 말하는 척도(scale)는 Fourier 분석에서의 주파수의 개념과 완벽하게 일치하지는 않아, 기존의 신호 해석개념인 주파수영역에서의 분석과 비교하기가 용이하지 않다. 그러나 앞서 언급한 바와 같이 본 연구에서 해석 도구로 사용되어진 Morlet 웨이브렛은 척도(scale)를 주기와 대치할 수 있고 따라서 주파수영역에서의 분석을 가능하게 하는 이점이 있다.

Morlet 웨이브렛은 다음과 같이 정의된다.

$$\psi(t) = \pi^{-\frac{1}{4}} (e^{-i\omega_0 t} - e^{-\omega_0^2/2}) e^{-\frac{t^2}{2}} \quad (3)$$

이 식을 근사화 하면

$$\psi(t) \approx \pi^{-\frac{1}{4}} e^{-i\omega_0 t} e^{-\frac{t^2}{2}} \quad (4)$$

이 된다. 여기서 $\pi^{-\frac{1}{4}}$ 는 정규화계수(normalization parameter)다.

식(4)에서 보는 바와 같이 Morlet 웨이브렛은 기존 Fourier 변환의 기저함수인 sine, cosine 함수에 $e^{-t^2/2}$ 형태의 창(window)을 적용시킨 모습을 하고 있다. 따라서 그림 8, 그림 9에서 보는 바와 같이 Morlet 웨이브렛은 시간 수렴성이 양호한 복소수형의 웨이브렛으로 Fourier 기저함수와 유사한 형태를 가짐으로서 직접비교가 가능하다.

그러나 직교성(orthogonality)의 문제와 기저함수 자체의 평균이 0이 되지 않는 문제를 갖고 있으나, 식(4)에서 ω_0 가 5.6 이상이 되는 경우 직교성의 문제가 없으며, 기저함수(basis function)의 평균을 살펴보면 약 7×10^{-7} 정도이므로 실제 적용에 문제가 없다.

이 웨이브렛의 Fourier 변환식은 다음과 같다.

$$\hat{\psi}(\omega) = \pi^{-\frac{1}{4}} e^{-\frac{(\omega-\omega_0)^2}{2}} \quad (5)$$

그림 1과 2에 각각 Morlet 웨이브렛의 실수부와 허수부 그리고 (5)식으로 표현된 Morlet 웨이브렛의 Fourier 변환 결과를 나타내었다.

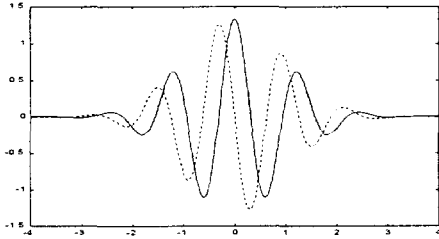


Fig. 1 Real & Imaginary Part of $\psi(t)$, $\omega_0=5$

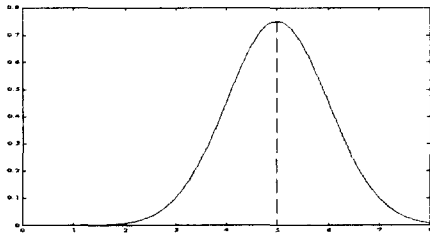


Fig. 2 Fourier Transform of $\psi(t)$, $\omega_0=5$

4. 실험 및 결과

Welch et al.(1999)은 길이 50m 폭 4.2m 깊이 2.1m의 재원을 갖는 UC Santa Barbara의 OEL wind-wave tank에서 다음과 같은 실험을 행하였다. 그림 3에서와 같이 수조바닥에 pin으로 지지된 원주형의 구조물 모델을 설치하여 쇄파(breaking wave)를 발생시킨 후 그 파고 및 이에

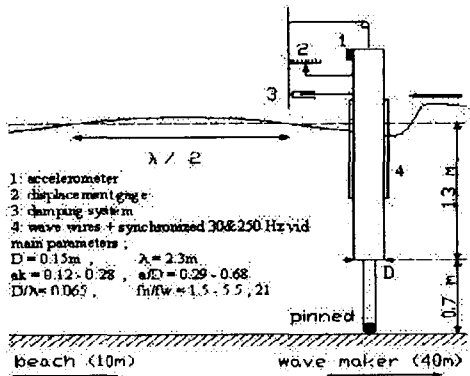


Fig. 3 Experimental setup of Welch et al.(1999)

응답하는 구조물의 가속도의 시계열을 계측하였다.

본 연구에서 사용한 그들의 계측결과는 다음과 같다.

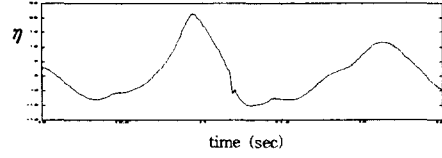


Fig. 4 Time history of wave elevation

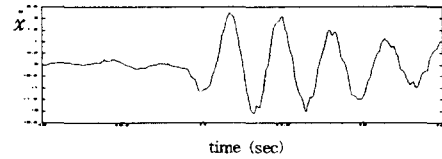


Fig. 5 Time history of acceleration

위의 그림에서 보는 바와 같이 ringing 현상은 계측이 시작된 후 43초에서 45.5초라는 아주 짧은 시간에서 발생하고 그 현상을 재현하는 것이 까다로울 뿐만 아니라 Welch et al.의 결과(1999)와 직접비교하기 위해 본 연구에서는 이들의 데이터를 사용하였다.

5. Welch의 결과해석

Welch 등의 연구자들이 제시한 분석자료를 아래 그림 6에 나타내었다. 그들은 (a)에서 보는 바

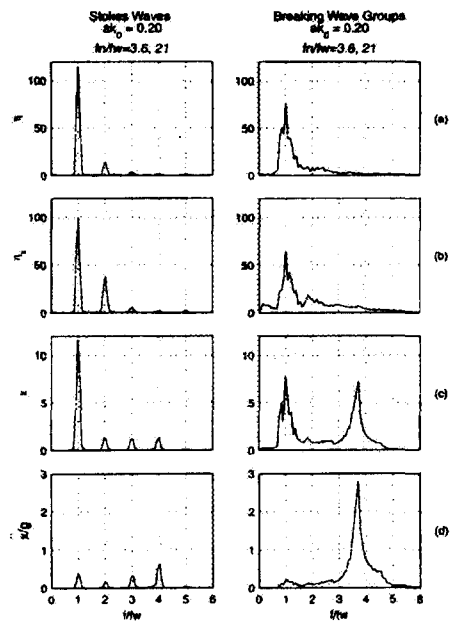


Fig. 6 Analysis data of Welch et al.(1999)

와 같이 쇄파에 의한 파 스펙트럼은 대단히 넓은 영역을 차지하고 있어서 구조물의 고유주기 성분에 까지도 확장되어 있어 공진이 일어난다고 주장하였다. 그러나 Stoke's wave는 주파수가 고차 harmonic 성분이 이산적으로 나타나 실린더의 공진 주파수와 공진을 일으키지 못하여 ringing현상으로 발전하지 못한다는 결론을 내렸다. 이 주장의 단점은 주파수 영역만으로 판단했기 때문에 구체적으로 어떤 시간대에 어떤 주파수 성분이 ringing현상을 일으켰는지 밝힐 수 없다는 점이다.

6. 웨이브렛 해석

그림 4, 5에 나타난 결과의 Morlet 웨이브렛 분석결과와 scalogram을 그림 7과 8에 각각 나타내었다. 그림 8에서 나타내는 바와 같이 가속도의 주된 축도(scale)영역은 0.1~0.5(frequency : 7.958~1.592 Hz)이고 그 영역의 입사파고 및 가속도의 웨이브렛 분석결과를 중첩, 확대하여 그림 9에 나타내었다. 여기에서 보는 바와 같이 대략 44초대에서 그 중첩이 큼을 알 수 있다.

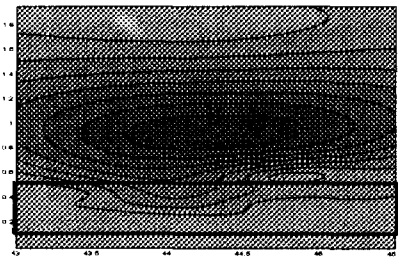


Fig. 7 Wavelet analysis of wave elevation

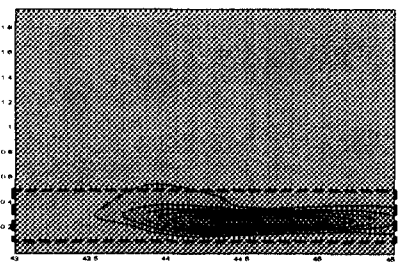


Fig. 8 Wavelet analysis of wave elevation

이 시간은 입사하는 쇄파의 피크 및 가속도의 ringing 응답이 최초로 발생하여 첫 번째의 피크가 발생하는 시점과 잘 일치함을 보여주고 있다.

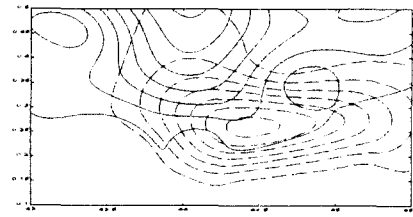


Fig. 9 Intersection of wavelet transformed wave elevation and acceleration

또한 웨이브렛 스펙트럼분석을 이용하여 특정 축도(주파수)대의 Coherence를 비교하였다. Coherence 제곱의 실수부가 1 그리고 허수부가 0인 점, 즉 그 phase가 0이 되는 점이 특정 주파수대의 시계열에 대한 유사도가 가장 높은 점이 되고 따라서 이 시간대에서 입사파와 가속도의 계산되어진 주파수성분이 공진(resonance)하게 되고 그것이 ringing을 발생시키는 요인이 될 수 있다. 그림 4, 5에 나타낸 파고 및 가속도의 경우 축도가 약 0.26908(2.957Hz)인 성분에서 Coherence

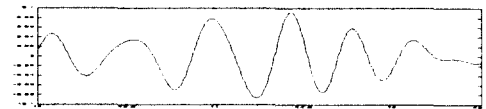


Fig. 10 Wavelet Spectrum of Wave Elevation

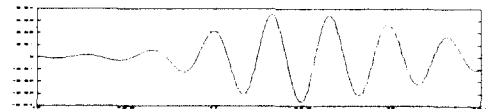


Fig. 11. Wavelet Spectrum of Acceleration

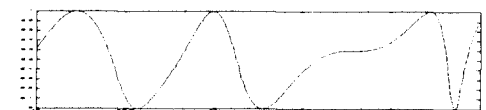


Fig. 12 Real of Coh²

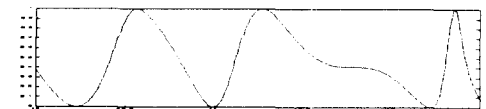


Fig. 13 Imaginary of Coh²

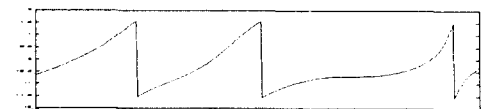


Fig. 14 Phase of Coherence

제공의 phase가 0이 되는 점이 44초 부근에서 나타났고, 이것은 이 시간대에서 입사파의 2.957Hz 성분이 ringing의 원인일 것이라는 분석이 가능하다. 이 해석 결과를 그림 10부터 14에 나타냈다.

7. 결과 및 고찰

본 연구를 통해서 Morlet 웨이브렛을 이용한 ringing 현상의 한 방법을 제시하였다. 기존의 방법(Fourier 변환)을 통한 해석 방법과는 달리 웨이브렛 해석은 ringing의 원인이 되는 주파수대뿐만 아니라 그 시간대를 알 수 있었다. 다시 말하면 scalogram을 통해 개략적인 입사파와 구조물의 가속도성분의 주파수대와 시간대의 중첩부분을 판단하고 이를 근거로 웨이브렛 스펙트럼 분석을 통하여 두 신호의 특정 주파수대의 시간에 따른 동질성을 판단할 수 있었다. 이것을 토대로 입사파의 특정한 미소 시간대의 특정 주파수 성분이 구조물과 공진을 발생시키는 원인이 되고 그것에 의해 ringing이 발생할 수 있다는 것을 보여준다. 그러나 기존의 연구에서 역시 ringing의 원인에 대해 완벽하게 해석되지 않았고 본 연구 역시 타 연구자(Welch et al.)의 실험치를 사용하였으므로 독자적인 실험자료를 바탕으로 한 좀 더 많은 연구가 시행되어야 할 것이다.

8. 참고 문헌

1. Chaplin, JR, Rainey, RCT, and Yemm, RW(1997), "Ringing of a vertical cylinder in waves", *J Fluid Mech*, vol 350, pp 119-147
2. Stansberg, CT, Huse, E, Krokstad, JR, and Lehn, E (1995), "Experimental study on non-linear loads on vertical cylinders in steep random waves", *Proc. 5th Int Offshore and Polar Eng Conf, The Hague, ISOPE*, vol 1, pp 75-82
3. Kim, CH, Zhao, CT, Zou, J, and Xu, Y (1997), "Springing and ringing due to laboratory-generated asymmetric waves", *Int J Offshore and Polar Eng, ISOPE*, vol 7, No.1, pp 30-35
4. Faltinsen, OM, Newmann, JN, and Vinje, T, (1995), "Nonlinear wave loads on a slender vertical cylinder", *J Fluid Mech*, vol 289, pp 179-198
5. Malenica, S and Molin, B (1995), "Third order harmonic wave diffraction by a vertical cylinder", *J Fluid Mech*, vol 302, pp 203-229