

# 콘크리트 말뚝의 하중-변위 곡선에 대한 유한요소해석

## Finite Element Analysis of the Load-Displacement Curves of Concrete Piles

정진섭\* · 이대재(원광대) · 李光範(延邊大)  
Jeong, Jin Seob · Lee, Dae Jae · Li Guang Fan

### Abstract

A wide range of problems geotechnical engineering have been analyzed by using the finite element method. In order to establish confidence in a numerical procedure, it is desirable that numerical solution be verified against field or laboratory observations, or both, and in order to aid the user in applying the method to practical problems, it is necessary to examine effects of various parameters that influence the behavior of engineering structures. Often it can be profitable to translate numerical solutions in formats that can be used readily for design analysis. The allowable bearing capacity of concrete piles is mainly governed by settlement rather than by strength of soil. Therefore, the load-displacement behavior of piles should be well understood at the design stage. This paper deals with some of these goals by considering the problem of load-displacement behavior of axially-loaded pile foundations.

### 1. 서론

말뚝의 연직지지특성의 검토에 있어서 기타지반공학분야에서와 같이 안정문제뿐만 아니라 침하특성이 중요하다. 설계의 안전을 확인하기 위하여 주목하는 말뚝의 재하시험, 즉 일종의 실물실험은 여러 분야에서 지금까지 많이 행하여져 왔지만 이론적 침하해석은 대단히 복잡하기 때문에 그 실용성은 거의 무시되었다. 그러나 1960년대부터 대규모 모형실험, 현장실험 및 이론적 해석 등에 의하여 말뚝의 침하메카니즘은 서서히 밝혀졌고 또한 컴퓨터의 발전과 수치해석기법의 개발에 따라 실무적 수준에서도 실제로 도움되는 말뚝의 침하해석이 가능하게 되었다.

본 논문은 말뚝침하의 메카니즘을 고려하여 탄·소성 구성식을 이용하여 연약지반에 근입된 콘크리트말뚝 수치해석방법에 대해서 연구를 수행하였다.

말뚝침하의 요인은 다양할 뿐만 아니라, 말뚝설치과정에서 지반의 응력-변형률

조건이 변화하기 때문에 말뚝침하를 정확하게 예측하기는 매우 어렵다. 말뚝축을 따르는 응력의 분포를 임의의 형태로 가정하고 Terzaghi의 일차원이론을 사용하는 방법과 경험적 상관관계를 이용하는 방법이 있다. 경험적인 상관관계는 Meyerhof (1959)와 Focht(1967)가 연구하였다. Meyerhof는 말뚝 아래에 연약지반이 없는 모래지반의 말뚝 침하량  $\rho$ 를 산정할 수 있는 식을 제안하였다. Focht는 점성토지반에서 여러번의 말뚝재하시험을 하여 얻은 관측 침하량  $\rho$ 와 말뚝 변형량 계산값  $\rho_{cm}$  사이에 관계식을 제안하였다.

말뚝의 침하거동해석은 컴퓨터의 출현과 함께 좀더 정교한 방법들이 소개되었는데, 현재 널리 사용되고 있는 해석방법들은 다음과 같이 네 가지로 분류된다.

- ① 하중-전이 방법
- ② 탄성이론방법
- ③ 전단변형-전이 방법
- ④ 수치해석방법 예를 들면 유한요소법, 유한차분법

(1) 하중-전이 방법

Seed and Reese(1957)가 제안한 이 방법은 말뚝축을 여러 점에서 측정된 말뚝저항력과 말뚝변위 사이의 관계를 이용한다.

(2) 탄성이론방법

이 방법에서는 말뚝을 균등하중을 받는 여러 개의 요소로 나누고, 말뚝의 각 요소에 대해 말뚝과 인접한 흙의 변위 적합식으로부터 해를 얻는다. 이 때 말뚝의 압축성을 고려함으로써 얻을 수 있다. 흙의 변위는 대부분 경우 흙에 가해진 하중에 의해 지중에 발생하는 변위를 계산하는 Mindlin 방정식으로부터 얻어진다. 탄성이론 방법은 전단응력의 분포를 어떻게 가정하는가에 따라 여러 방법들이 있다. 여러 방법 중 가장 만족스러운 결과를 주는 것은 Poulos and Davis 등이 제안한 말뚝 주위에 균등하게 전단응력이 분포하는 것으로 가정한 방법이다. 이 방법은 특히 짧은 말뚝일수록 좋은 결과를 얻을 수 있다.

(3) 전단변형-전이 방법

Cooke(1974)은 마찰말뚝의 하중전달모형을 제안하였고, 말뚝이 축방향하중  $P$  작용하에 침하가 작아서 말뚝과 흙사이에 상대적 변위는 발생하지 않는다고 가정하였다. 따라서 말뚝주변의 흙도 따라서 전단변형이 생기며 전단응력은 말뚝측면에서 반경방향으로 주위의 흙에 확장된다. 해석할 때 말뚝의 측면 상하층 사이에는 상호작용이 없다고 가정한다.

(4) 유한요소법

말뚝에 대한 유한요소법의 적용은 Elison 등(1971), Desai(1974), Esu and Ottavini(1975) 등 여러 사람에게 의해 연구되었다. 말뚝에 대한 그들의 연구에서 지반의 응력-변형률 관계를 비선형으로 가정했는데도 파괴하중의 반이 훨씬 넘는 하중범위에 대해서 하중-침하 곡선이 선형이라는 점이다. 유한요소법에서는 말뚝과 지반을 분리하며, 절점력과 변위를 결정하기 위하여 탄성이론과 마찬가지로 적합조건을 사용한다. 즉, 유한요소법은 탄성이론에 의한 해석 결과와 유한요소법에 의한 결과를 비

교해 보면 큰 차이가 없다는 것을 알 수 있다.

## 2. 수치해석

### 2.1 수치방법모델링

본연구에서는 유한요소 수치해석 프로그램을 이용하여 연약지반에 근입한 말뚝에 대하여 수치해석을 수행하였다. 해석시 말뚝은 탄성 또는 비선형탄성, 지반은 Modified Cam-Clay 또는 Mohr-Coulomb의 파괴규준을 따르는 탄·소성 구성모델을 사용하였다. 대상 말뚝이 원형 단독말뚝이므로 말뚝의 중심을 대칭축으로 하여 축대칭으로 모델링하였다.

### 2.2 F.E.M

#### 1) 응력-변형률 증분식

사용되는 응력-변형률 관계식은 평면변형률과 축대칭 조건에 적합하도록하여야 한다. 그리고 탄성 응력-변형률 증분 관계는 Hooke 법칙에 따라 다음과 같이 나타낸다.

$$d\sigma_{ij} = C^e \cdot (d\epsilon_{ij} - d\epsilon_{ij}^p) \quad (1)$$

여기서,  $C^e$  : 탄성계수 매트릭스

항복함수  $f$ 의 전미분은 다음과 같이 표현한다.

$$df = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \cdot d\sigma_{ij} - \frac{\partial f}{\partial W_p} \cdot dW_p = 0 \quad (2)$$

윗 식에서  $dW_p$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$dW_p = \lambda_p \cdot \mu \cdot g_p \quad (3)$$

여기서,  $\lambda$  : 비례상수

소성변형률 증분은 직교조건에 따라 다음과 같이 표현한다.

$$d\epsilon_{ij}^p = \lambda \cdot \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \quad (4)$$

응력증분식은 다음과 같이 나타낸다.

$$d\sigma_{ij} = C^e \cdot (d\epsilon_{ij} - \lambda \cdot \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}}) \quad (5)$$

이 방정식에 사용된 개개의 성분은 평면변형률 및 축대칭조건에 만족되도록 다음과 같이 유도된다.

#### 2) 유한요소법

많은 경우 특히 지반공학문제에서 탄성계수  $E$ 는 상수가 아니고 변형률  $\epsilon$ 에 따라 변한다. 즉,

$$E = f(\epsilon) \quad (6)$$

다시 말하면  $E$ 는 변위의 함수로 표현한다.

유한요소법은 탄·소성문제를 해석하는 비교적 효과적인 방법이다.  $E$ 는 변위의

함수이기 때문에 유한요소의 기본방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$[K(\delta)]\{\delta\} = \{F\} \quad (7)$$

여기서, 강성계수  $K$ 는  $\delta$ 의 함수이다.

탄·소성 유한요소해석에서 요소의 강성매트릭스의 표현식은 다음과 같다.

$$[K] = \int_V [B]^T [C]^{ep} [B] dv \quad (8)$$

여기서,  $[B]$  : 기하학적 매트릭스

$[C]^{ep}$  : 탄·소성 매트릭스이며, 그 값은 다음과 같다.

$$[C]^{ep} = [C]^e - [C]^p \quad (9)$$

## 2.3 입력정수를 결정하는 방법

### (1) 전단강도 $\tau_f$

$\tau_f$ 는 단순전단강도를 이용하는 것이 필요하다. 실제로 일축압축강도 또는  $N$ 값에 따라 통계적 상관관계를 이용하는 것이 일반적이지만 현황설계에 침하를 고려한다는 관점에서는 이 방법으로 적합성이 얻어진다. 또한 통계적 상관관계에서는 말뚝 시공법이 지반에 미치는 영향도 포함된다고 해석된다.

### (2) 초기전단탄성계수 $G_i$

탄성계수는 변형수준에 의해 크게 변화하지만 통상적의 실내 토질시험결과는 교란의 영향에 의해 낮은 변형수준에서의 측정자체에 문제가 있다. 따라서 미소변형을 대상으로 하는 실내 토질시험이나 탄성과 탐사에 따른 값 또는 그것에 바탕한 통계적 상관관계에 따른 값을 이용할 필요가 있다. 기왕의 수치를 정리하면 초기탄성계수  $E_i (= 2(1+\nu)G_i)$ 의 평균적인 값은 개략 다음과 같이 된다.

$$E_i [kgf/cm^2] = 140N \quad (10)$$

$$E_i = 1500c_u \quad (11)$$

윗 식의 값은 기왕의 다양한 정의에 따른  $E$ 의 추정식보다 상당히 큰 값을 부여하지만 재하시험의 해석 예와 좋은 대응을 나타낸다.

### (3) 물리적의 극한선단저항 $q_{ult}$

말뚝의 선단저항은 선단침하량의 함수이고 현장향타말뚝 등의 비배출 흙 말뚝에서 선단이 사질토 지반에 근입되어 있는 것은 말뚝직경의 10% 선단침하량에서도 실제의 극한상태보다 다소 차이가 있다. 여기서 말뚝을 지표면에서 연속적으로 관입하여 어느 깊이까지의 선단저항을 그 깊이에서의 물리적 극한선단저항으로 정의한다.

## 3. 현장시험

### 3.1 말뚝 재하시험

#### 1) 재하방법

본 재하시험은 Earth Anchor의 주변마찰력을 이용하는 방법으로 수행하였다. 말

뚝의 두부를 절단한 다음 에폭시합성수지를 사용하여 정확한 수평유지가 될 수 있도록 한 후 말뚝 두부에 설치한 유압 JACK에 의하여 재하한 후 각 단계별로 계획된 하중이 말뚝에 전달되도록 하였다. 재하과정은 KS 2445를 적용하였다.

## 2) 현장시험결과

하중-침하량곡선은 다음과 같다.

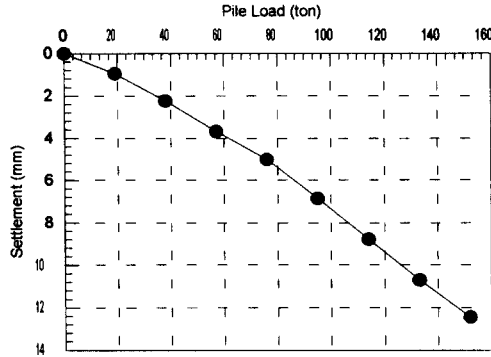


그림 1. 재하시험의 하중-침하량곡선

재하시험결과에서 보이는 바와 같이 최대하중 152.0 t일 때 상응하는 침하량은 12.445mm이다.

## 3.2 하중-변위에 미치는 요소

말뚝의 침하는 다음과 같은 세 가지 침하량으로 확정된다.

- (1) 말뚝자신의 탄성압축으로 인하여 침하가 생긴다.
- (2) 말뚝측면의 마찰저항력이 아래방향으로 전이되어 말뚝선단부위 토체의 압축으로 인하여 말뚝선단에서 침하가 생긴다.
- (3) 말뚝선단하중으로 인한 말뚝선단 토체가 압축되어 침하가 생긴다.

위의 세 가지에서 하중-변위에 미치는 요소를 쉽게 찾아볼 수 있다. 단일말뚝의 침하는 말뚝의 길이, 말뚝과 흙의 상대 압축성, 흙의 주상상황과 관련될 뿐만 아니라 하중크기, 하중의 지속하고 있는 시간과도 관련된다.

## 4. 재하시험 · 곡선의 수치해석

토사부 주변마찰력의 영향을 파악하기 위하여, 먼저 토사부에만 근입된 시험말뚝에 대한 수치해석을 수행한다. 수치해석시 말뚝의 변형계수는 말뚝 모체에 대한 실내시험을 통하여 지반의 변형계수는 현장시험 및 실내시험으로부터 추정한다.

시험말뚝에 대하여 재하시험 곡선을 수치해석 곡선과 함께 도시한다. 초기 부분 Mohr-Coulomb의 파괴규준을 따른 F.E.M방법을 이용하여 얻은 하중-침하곡선은 다음과 같이 실측치와 비교하여 나타낸다.

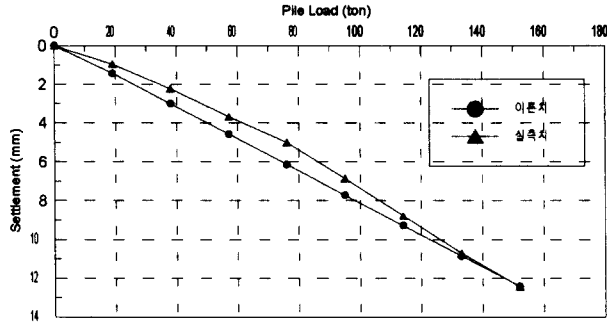


그림 2. 하중-침하곡선

## 5. 결론

본 연구에서 채택한 수치해석 방법은 현장 과정을 잘 예측함과 아울러 현장 적용에도 비교적 좋은 양상을 나타내고 있다.

(1) 본 연구에서 말뚝을 포함한 전 지반을 유한요소를 도입하므로써 물성치의 차이가 매우 큰 재료의 변형특성에 대한 연구결과는 비교적 현실적이다. 특히 흙의 소성변형 해석에 대해서도 비교적 효과적이다.

(2) 입력데이터의 결정은 말뚝의 침하량 예측에 매우 민감하다. 특히 토질의 초기탄성계수의 선정은 예측결과에 큰 영향을 미친다.

(3) 수치해석에 사용된 입력 데이터는 재하현장에서 수행한 표준관입시험의 N값과 좋은 상관성을 가지며, 이들간의 상관관계로부터 재하시험 말뚝의 하중-침하관계를 재 예측하여 좋은 결과를 얻었다.

## 참 고 문 헌

- Desai, C. S., 1974, "Numerical Design-Analysis for Piles in Sands", Jnl. Geot. Eng. Divn., ASCE, Vol. 100, No. GT6, pp. 613~635.
- Elison, R. D., D Appolonia, E., and Thiers, G. R., 1971, "Load-Deformation Mechanism for Bored Piles", J. S. M. F. D., ASCE, Vol. 97, SM 4, pp. 661~678.
- Focht, J. A., 1967, "Discussion to Paper by Coyle and Reese", J. S. M. F. D., ASCE, Vol. 93, SM 1, pp. 133~138.
- Meyerhof, G. G., 1959, "Compaction of Sands and Bearing Capacity of Piles", J. S. M. F. D., ASCE, Vol. 82, SM 1, pp. 1~29.
- Poulos, H. G., 1979, "Settlement of single pile in non-homogeneous soil", J. Geotech. Engng, ASCE, Vol. 105, No. GT5.
- Seed, H. B. and Reese, L. C., 1957, "The action of soft clay along friction piles", Trans. ASCE, Vol. 122.