

# 시간-주파수 분석을 이용한 방사 기준 함수 구조의 최적화

## Optimization of the Radial Basis Function Network Using Time-Frequency Localization

김 성 주\*, 김 용 태\*, 조 현 찬\*\*, 전 홍 태\*

Seong-Joo Kim, Yong-Taek Kim, Hyun-Chan Cho, Hong-Tae Jeon

\*중앙대학교 전자전기공학부

School of Electrical and Electronic Eng. at Chung-Ang Univ.

E-mail : ksj1212@ms.cau.ac.kr

\*\*한국기술교육대학교 정보기술공학부

School of Info. & Tech. Eng. at Korea University of Tech. & Edu.

### Abstract

In this paper, we propose the initial optimized structure of the Radial Basis Function Network which is more simple in the part of the structure and converges more faster than Neural Network with the analysis method using Time-Frequency Localization. When we construct the hidden node with the Radial Basis Function whose localization is similar with an approximation target function in the plane of the Time and Frequency, we make a good decision of the initial structure having an ability of approximation.

### I. 서론

복잡한 시스템의 수학적 모델링이 필요하지 않고 학습을 통한 시스템 제어를 할 수 있기 때문에 신경회로망은 현재 많은 분야에서 사용되고 있다. 그러나, 신경회로망의 경우 수렴 속도가 다소 느려지는 단점을 지니는 경우가 있다. 이는 차원이 증가함에 따라 갱신해야 하는 가중치가 많아지기 때문인데, 이를 개선하기 위한 구조로 신경회로망의 구조에서 변형된 방사 기준 함수 망이 제안되었다.[1]

방사 기준 함수 망은 입력층과 은닉층 사이의 가중치를 상수로 고정하고 은닉층과 출력층 사이의 가중치만을 고려하기 때문에 신경회로망에 비해 구조와 학습 과정이 간단하여 수렴 속도가 빠르다는 장점을 지니고 있다. 방사 기준 함수

망을 구성하기 위해서는 기저 함수를 은닉층의 활성 함수로 구성해야 하며 이 때 기저 함수의 중심과 반경을 변수로 하며, 이들 변수를 결정하여 구조를 결정할 수 있게 된다. 하지만, 방사 기준 함수는 기저 함수들이 서로 직교하지 않기 때문에 필요 이상의 함수를 사용하여 전체 구조를 구성할 수 있는 단점이 있다. 이러한 단점을 극복하기 위해 본 논문에서는 시간-주파수 축을 동시에 고려하여 함수의 특성을 분석하는 시간-주파수 지역화 분석을 통해 대상 함수의 특성을 적절히 표현할 수 있도록 기저 함수를 선택하여 방사 기준 함수 망의 은닉층을 구성하고자 한다. 이렇게 구성된 방사 기준 함수 구조는 각 기저 함수의 초기 변수를 결정하여 은닉층 개수를 결정할 수 있기 때문에 적용대상 문제에 적합한 최적의 구조를 설계할 수 있다.

## II. 본론

### 2-1. 방사 기준 함수(Radial Basis Function; RBF)

방사 기준 함수는 중심점으로부터 단조 감소 또는 증가하는 응답을 보이는 특성을 지니고 있다[2]. 방사 기준 함수망의 변수로는 중심점, 거리, 주 형태 등이 있으며, 선형 모델인 경우 변수들은 고정된다. 전형적인 형태로는 가우시안(Gaussian) RBF가 있으며, 이는

$$R_i(x) = \exp\left(-\frac{(x-c_i)^2}{r_i^2}\right). \quad (1)$$

와 같이 표현된다. 여기서,  $c_i$ 는  $i$ 번째 기저 함수의 중심점을  $r_i$ 은  $i$ 번째 기저 함수의 거리를 나타낸다.

RBF회로망의 기저 함수가 이동 가능, 크기 변화 또는 하나 이상의 은닉층 존재의 조건을 만족하는 경우에 RBF회로망은 비선형이다.[2]

그림 1과 같은 구조이므로 신경회로망에 비해 학습 과정이 간단하여 수렴하는 속도가 빠름에도 불구하고 RBF회로망은 필요 이상의 함수를 사용할 수 있다는 단점을 지니고 있는 데 이는 RBF회로망을 구성하는 기저 함수의 변수들을 제대로 설정해 줌으로써 극복할 수 있다.

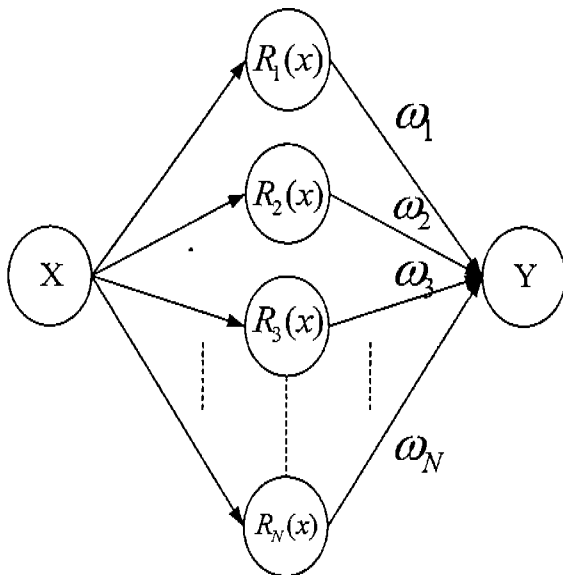


그림 1. 방사 기준 함수망

Fig. 1. Radial Basis Function Network

즉, 중심점과 반경을 효율적으로 선택하면 기저 함수를 적절하게 결정할 수 있으며, 이는 RBF회로망의 은닉층의 노드가 되어 초기 구조를 결정할 수 있는 근거를 제공해 준다.

다음 장에서는 본 논문에서 제안하는 시간-주파수 분석을 통한 RBF회로망의 기저 함수를 구성하는 변수 설정 방법에 대해 설명한다.

### 2-2. 시간-주파수 분석을 통한 RBF회로망 결정

시간축 상에서 신호의 지역적인 주파수 행동을 분석하기 위해 신호를 시간과 주파수에 한정(Time-frequency localization)된 함수로 표현하고, 시간과 주파수 특성을 동시에 고려하여 신호를 분석한다. 이러한 분석법은 시간-주파수 분석 방법 중의 하나이며, Heisenberg의 불확실성 원리에 기초한다.

그림 2에서 시간, 주파수 한정의 중심과 폭은 각각 다음과 같이 표현된다.

$$t_c(f) = \frac{1}{\|A\|^2} \int_{-\infty}^{\infty} t |f(t)|^2 dt, \quad (2)$$

$$\sigma_t^2 = \frac{1}{\|A\|^2} \int_{-\infty}^{\infty} (t - t_c(f))^2 |f(t)|^2 dt, \quad (3)$$

$$\omega_c(\hat{f}) = \frac{1}{\|A\|^2} \int_0^{\infty} \omega |\hat{f}(\omega)|^2 d\omega, \quad (4)$$

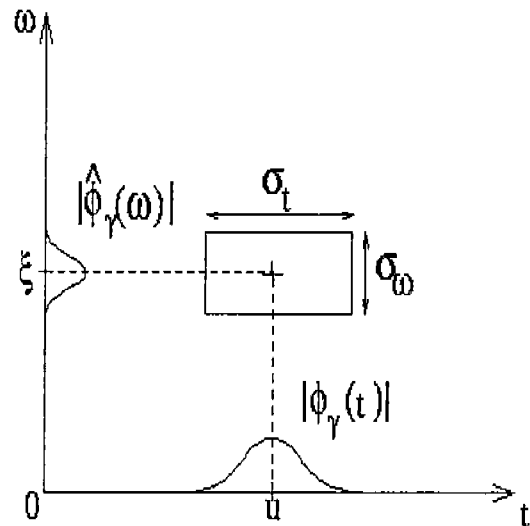


그림 2. 시간-주파수 원자

Fig. 2. Time-frequency atom

$$\sigma_{\omega}^2 = \frac{1}{\|A\|^2} \int_0^{\infty} (\omega - \omega_c(f))^2 |\mathcal{X}(\omega)|^2 d\omega, \quad (5)$$

식(2)~(5)에서 중심과 폭이 정해지면 중심과 폭을 이용하여 시간, 주파수원자를 그림 2와 같은 모습으로 구성할 수 있다. 이는 함수의 특성을 분석하는 기법으로 본 논문에서는 근사하고자 하는 대상 함수를 시간-주파수 분석을 한 후, 동일 평면에서 RBF회로망을 구성할 수 있는 기저 함수의 변수를 적절히 조절하여 대상 함수의 영역을 포함할 수 있도록 구성한다. 이때, 기저 함수는 RBF회로망의 은닉층을 구성하며 이를 기반으로 은닉층 노드 개수를 결정한다. 다음에 대상 함수와 기저 함수를 같은 영역에서 분석한 모습을 보인다.

그림 3은 대상 함수

$$f(t) = t \sin(t) \cos(5t) \sin(10t) \cos(30t) \sin(50t) \quad (6)$$

를  $0 \leq t \leq 1$  영역에서 분석한 부분과 이를 포함하는 기저 함수의 시간-주파수 분석을 동시에 나타낸 그림이다.

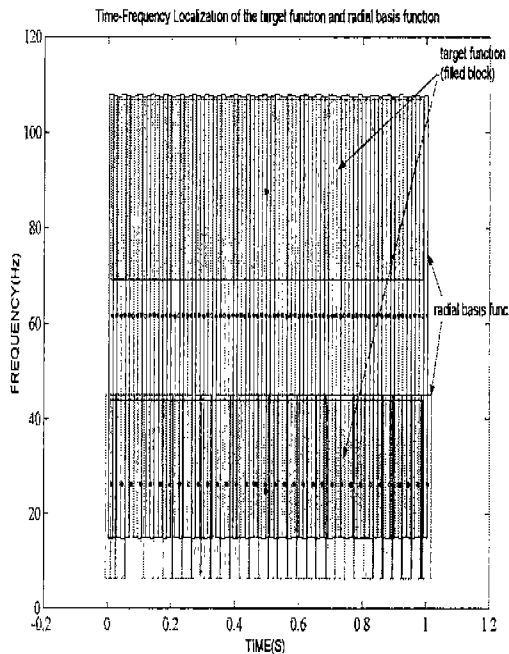


그림 3. 시간-주파수 분석 결과  
Fig. 3. Result of the Time-frequency localization

여기서 기저 함수는 각각 중심점과 반경으로 결정되며 전체 개수는 그림 3의 경우 140개이다. 이는 RBF회로망의 은닉층이 140개임을 나타낸다.

이로써 시간-주파수 분석에 의하여 초기 RBF회로망의 은닉층을 구성하는 기저 함수의 변수가 결정되며 필요한 최적의 기저 함수는 140개로 결정된다. 즉, 대상 함수 근사에 필요한 최적의 RBF회로망을 구성할 수 있다. 이렇게 구성된 RBF회로망의 가중치를 학습시킴으로써 함수 근사를 수행한다. 다음 장에서는 시간-주파수 분석기법을 이용하여 설계한 RBF망을 함수 근사화 문제에 적용한 모의 실험을 소개한다.

### 2-3. 모의 실험

모의 실험은 식(6)을 대상 함수로 하여 RBF회로망을 이용한 근사화 실험이며 다음의 단계로 진행된다.

- [단계 1] 대상 함수를 시간-주파수 분석한다.
- [단계 2] 기저 함수의 개수 및 변수를 결정하여 전체 RBF회로망을 결정한다.
- [단계 3] 가중치는 임의로 정하며 일반적인 역전파 학습(Back-propagation learning)을 이용하여 가중치를 학습한다.
- [단계 4] 정해진 기준을 만족할 때, 학습을 중단하고 에러와 결과를 구한다.

위 단계에 따라 진행하는 모의 실험에 사용된 RBF회로망의 전체 출력은 그림 1에서 알 수 있듯이

$$Y(x) = \sum_{i=1}^N \omega_i R_i(x) \quad (7)$$

이며  $\omega_i$ 는  $i$ 번째 은닉층과 출력층 사이의 가중치이고  $N$ 은 은닉층의 개수이다. 또한 RBF회로망의 은닉층을 구성하는 기저 함수는 식(1)의 가우시안 함수를 사용하였다.

시간-주파수 분석을 통해서 총 140개의 기저 함수가 결정되는 데, 이 때 결정된 기저 함수는 반경이 0.013과 0.031의 두 가지이며 중심점은

0~1사이에서 0.03씩 이동하며 결정되었다.

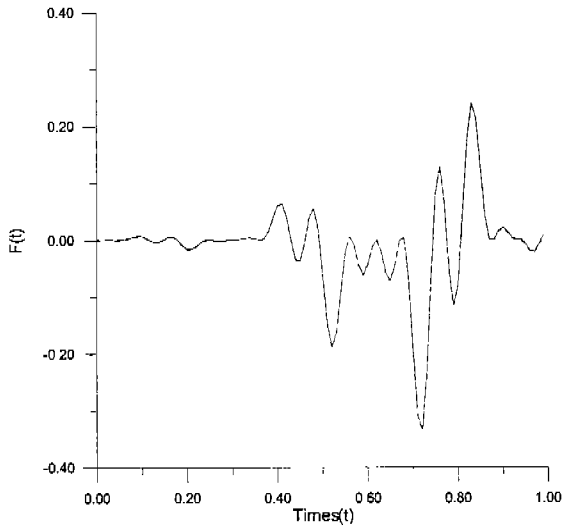


그림 4. 대상 함수의 근사 결과  
Fig. 4. Result of an Approximation

가중치 갱신을 위한 역전파 학습은 총 200회를 수행하였고, 이 때 학습률은 0.3으로 하였다. 이 결과 대상 함수는 RBF회로망에 의해 그림 4와 같이 근사됨을 볼 수 있다. 그림 4처럼 시간-주파수 분석을 통해 초기 결정된 RBF회로망에 의해 대상 함수를 결정하였을 때, 매우 높은 근사 능력을 나타냄을 알 수 있다.

### III. 결론

RBF회로망의 초기 구조 결정 과정에서 시간-주파수 분석을 통해 대상 함수와 RBF회로망의 은닉층을 구성하는 기저 함수를 동시에 비교하여 기저 함수를 결정하는 기법을 본 논문에서 제안한다. 이는 RBF회로망의 단점인 과도 기저 함수 사용을 극복하고 초기에 은닉층의 개수와 활성화함수의 변수를 조건에 알맞게 결정함으로써 RBF회로망의 구조를 초기에 최적화할 수 있는 기법으로 일반적으로 동일한 반경의 기저 함수를 선택하여 기저 함수의 중심을 일정하게 나열하여 구성하는 방법에 비해 월등히 뛰어난 성능을 보임을 알 수 있다.

### IV. 참고문헌

- [1] Simon Harkin, "Neural Networks : A comprehensive foundation", Prentice Hall, 1999.
- [2] Mark J. L. Orr, "Introduction to Radial Basis Function Networks", Center for Cognitive Science, Scotland, 1996.
- [3] James A. Freeman, David M. Skapura, "Neural Networks : Algorithms, Applications, and Programming Techniques", Addison Wesley, 1991.
- [4] Yagyensh C. Pati, "Wavelets and Time-Frequency Methods in Linear Systems and Neural Networks", Thesis Report for ph.D. 1992.
- [5] Chin-Teng Lin, C. S. George Lee, "Neural Fuzzy Systems : A Neuro-Fuzzy Synergism to Intelligent Systems", Prentice Hall, 1995.
- [6] Mark J. L. Orr, "Recent Advances in Radial Basis Function Networks", Scotland, 1999.
- [7] Srinivasa V. Chakravarthy and Joydeep Ghosh, "Scale-Based Clustering Using the Radial Basis Function Network", *IEEE Trans. On Neural Networks*, Vol. 7. No. 5., 1996.