

등가 유무선 선로를 가진 Chua 회로에서의 카오스 동기화

Chaos synchronization of Chua's circuit with equivalent wire and wireless transmission

배 영 철
 여수대학교 전기공학과
 Young-chul Bae
 Nat'l Yosu University
 E-mail : ycbae@yosu.ac.kr

Abstract

Chua's circuit is a simple electronic network which exhibits a variety of bifurcation and attractors. The circuit consists of two capacitors, an inductor, a linear resistor, and a nonlinear resistor. In this paper, a transmitter and a receiver using two identical Chua's circuits are proposed and synchronizations of a equivalent wire and wireless power line are investigated. Since the synchronization of the equivalent wire and wireless system is impossible by coupled synchronization, theory having both the drive-response and the coupled synchronization is proposed. As a result, the chaos synchronization has delay characteristics in the equivalent wire and wireless transmission system caused by the line parameters L and C.

1. 서 론

최근에 카오스 현상에 대한 관심이 물리학, 화학, 생물학, 공학 등에서 높아지고 있으며 이에 대한 응용이 활발하게 진행되고 있다. Chua는 간단한 전자 회로로 카오스 현상이 존재함을 증명하였다. Chua 회로는 매우 단순한 자율, 3차계 시스템으로 가역성을 가지며 1개의 비선형 소자인 3구분 선형 저항(3-segment piecewise-linear resistor)과 4개의 선형 소자인(R, L, C₁, C₂)로 구성되는 발진 회로다.

Matsumoto에 의해 제안된 Chua 회로[1]를 그림 1에 나타냈으며 상태방정식은 다음과 같이 표시할 수 있다:

$$\begin{aligned} C_1 \frac{dv_{C_1}}{dt} &= G(v_{C_2} - v_{C_1}) - g(v_{C_1}) \\ C_2 \frac{dv_{C_2}}{dt} &= G(v_{C_1} - v_{C_2}) + i_L \\ L \frac{di_L}{dt} &= -v_{C_2} \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 $G = 1/R$, $g(\cdot)$ 는 식 (2)와 같이 표현되는 3구분 선형 함수(3-segment piecewise-linear function)이며 그림 2에 나타내었다.

$$g(v_R) = m_0 v_R + \frac{1}{2} (m_1 - m_0) [|v_R + B_P| - |v_R - B_P|] \quad (2)$$

여기서 m_0 는 외부 영역의 기울기, m_1 는 내부 영역의 기울기, $\pm B_P$ 는 break-point이다.

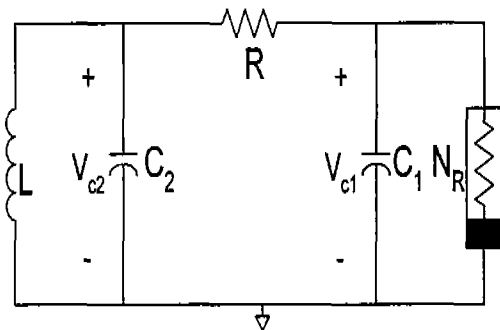


그림 1. Chua 회로

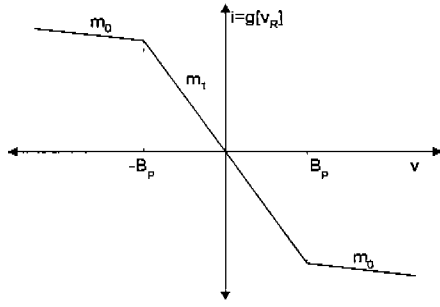


그림 2. 비선형 저항의 전압 전류 특성

카오스 동기화에 관한 이론은 결합동기이론, 구동 동기 이론[5]이 제안되어 있으나 실제 선로에는 적용할 수 없는 문제가 있다. 이에 본 연구에서는 동일한 2개의 Chua 회로 사이에 유무선 선로를 둔 카오스 동기화법을 제안하였다.

2. 유무선 전송선로를 가진 Chua 회로

두 개의 동일한 Chua 회로 사이에 유무선 선로를 가정한 동기회로를 그림 3과 4에 나타내었다. 그림 3은 무선선로가 먼저 있고 유선선로가 나중에 있는 경우이며, 그림 4는 그 반대의 경우이다.

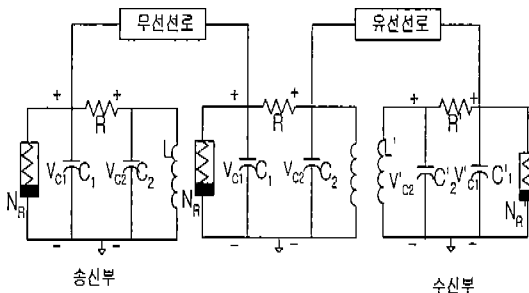


그림 3. 유무선 전송 선로를 가진 Chua 회로

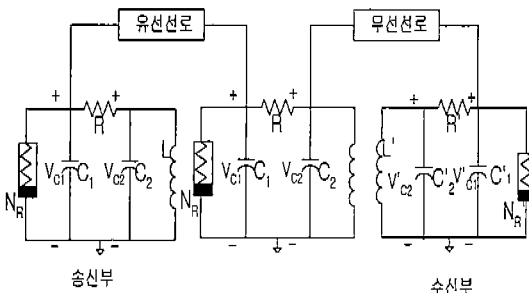


그림 4. 유무선 전송 선로를 가진 Chua 회로

그림 3과 4의 유무선 전력선을 가진 Chua 회로에서 무선선로는 구동 동기회로를 적용하고 유선선로는 송신부와 전송선로는 구동-결합 회로를 선로부와 수신부에서는 결합동기 회로를 적용하였으며 이에 따른 동기화 회로의 상태 방정식은 다음식과 같다.

무선선로의 송신부의 상태방정식

$$\begin{aligned} C_1 \frac{dv_{c_1}}{dt} &= G(v_{c_2} - v_{c_1}) - g(v_{c_1}) \\ C_2 \frac{dv_{c_2}}{dt} &= G(v_{c_1} - v_{c_2}) + i_L \\ L \frac{di_L}{dt} &= -v_{c_2} \end{aligned} \quad (3)$$

무선선로의 수신부 상태 방정식

$$\begin{aligned} C_2 \frac{dv_{c_2}}{dt} &= G(v_{c_1} - v_{c_2}) + i_L \\ L \frac{di_L}{dt} &= -v_{c_2} \end{aligned} \quad (4)$$

유선선로의 송신부 상태방정식

$$\begin{aligned} C_1 \frac{dv_{c_1}}{dt} &= G(v_{c_2} - v_{c_1}) - g(v_{c_1}) \\ C_2 \frac{dv_{c_2}}{dt} &= G(v_{c_1} - v_{c_2}) + i_L \\ L \frac{di_L}{dt} &= -v_{c_2} \end{aligned} \quad (5)$$

유선선로 전송선로 상태 방정식

$$\begin{aligned} L_t \frac{di_{L_t}}{dt} &= v_{c_1} - (R_x + R_t)i_{L_t} - v_{c_2} \\ C_t \frac{dv_{c_t}}{dt} &= i_{L_t} - (G_t + G_y)v_{c_t} + G_y v_{c_1}' \end{aligned} \quad (6)$$

유선선로 수신부의 상태방정식

$$\begin{aligned} C_2' \frac{dv_{c_2}'}{dt} &= G'(v_{c_1}' - v_{c_2}') + i_{L'} \\ C_1' \frac{dv_{c_1}'}{dt} &= G'(v_{c_2}' - v_{c_1}') - g(v_{c_1}') + G_y(v_{c_1} - v_{c_1}') \\ L' \frac{di_{L'}}{dt} &= -v_{c_2}' \end{aligned} \quad (7)$$

$v_x = v_{c_1} - v_{c_1}'$, $v_y = v_{c_2} - v_{c_2}'$, $i_z = i_L - i_{L'}$ 라 정의하고 식(5), 식(6), 식(7)에서 차 시스템을 구하면 식(8)과 같이 5차 시스템으로 정리할 수 있다.

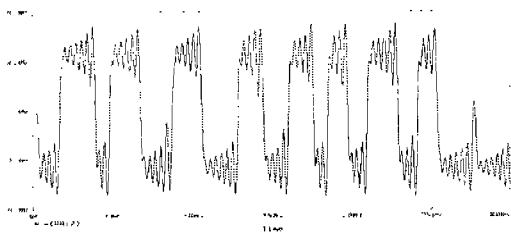
$$\begin{aligned}
C_1 \frac{dv_x}{dt} &= G(v_y - v_x) - S_1 v_x + G_y(v_{c_1}' - v_{c_1}) \\
C_2 \frac{dv_y}{dt} &= G(v_x - v_y) + i_z \\
L \frac{di_z}{dt} &= -v_y \\
C_t \frac{dv_{c_1}}{dt} &= i_{L_t} + G_y(v_{c_1}' - v_{c_1}) \\
L_t \frac{di_{L_t}}{dt} &= v_{c_1} - v_{c_1}' - (R_x + R_t)i_{L_t}
\end{aligned} \quad (8)$$

식(8)에서 차 시스템은 시간이 지남에 따라 0으로 수렴해가는, 즉 $\lim_{t \rightarrow \infty} |v_x| = \lim_{t \rightarrow \infty} |v_y| = \lim_{t \rightarrow \infty} |i_z| = 0$ 가 되면 동기화가 이루어지는 것이다. 식(8)을 상태방정식 꼴로 고치고 간략화하기 위해 해 $x_1 = v_x, x_2 = v_y, x_3 = i_z, x_4 = v_{c_1}, x_5 = i_{L_t}, u = v_{c_1}' - v_{c_1} = v_{c_1} - v_{c_1}'$ 라 놓고 정리하면 식(17)과 같이 된다.

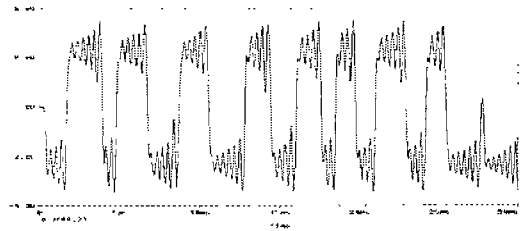
$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(G+S_1) & G & 0 & 0 & 0 \\ G & -G & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_t} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-R_t+R_x}{L_t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{G_y}{C_t} \\ 0 \\ 0 \\ \frac{G_y}{C_t} \\ \frac{1}{L_t} \end{bmatrix} u \quad (9)$$

식(9)에 다음과 같은 파라미터의 값을 대입하고
 $L, L' = 18 \text{ mH} \quad R_x = 780 \Omega \quad C_t = 0.062 \mu\text{F}$
 $C_1, C_1' = 10 \text{ mF} \quad G_y = 0.01 \Omega$
 $C_2, C_2' = 100 \text{ mF} \quad R_t = 89.7 \Omega$
 $R, R' = 1.74 \text{ K}\Omega \quad L_t = 0.04 \text{ H}$

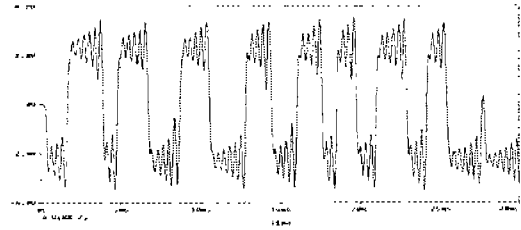
특성 방정식으로부터 안정도 판별에 의한 안정한 조건의 R_x 와 G_y 값은 $R_x > 700 \Omega, G_y > 0.0125 \Omega$ 이 되며 이를 적용한 동기화 결과를 송, 수신부의 시계열 데이터, 위상 공간으로 그림 5에 나타내었다.



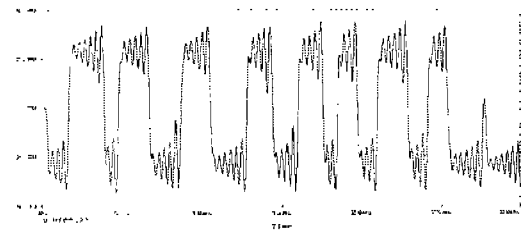
(a) 무선부 송신부의 시계열 데이터



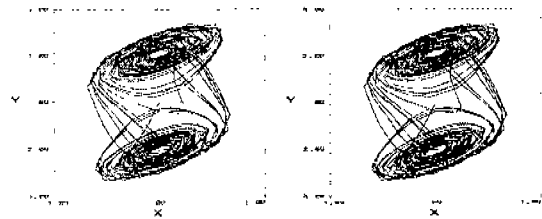
(b) 무선부 수신부의 시계열 데이터



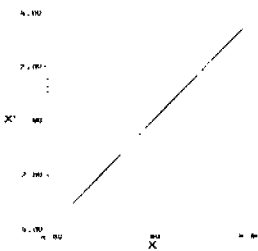
(c) 유선부 송신부의 시계열 데이터



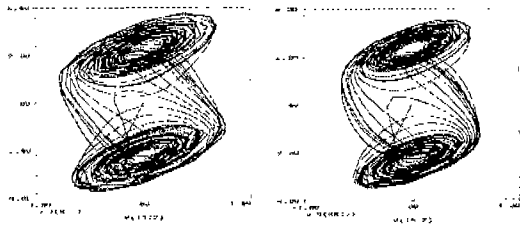
(d) 유선부 수신부의 시계열 데이터



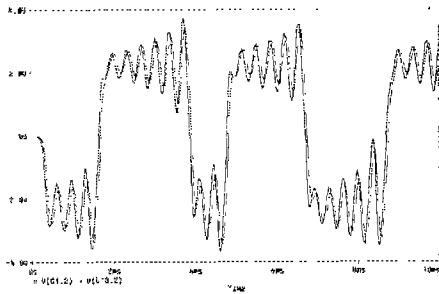
(e) 무선부에서의 송수신부의 위상공간



(f) 무선부의 동기화 척도



(g) 유선부에서의 송수신부의 위상공간



(h) 유무선 혼합선로의 송수신부의 시계열 데이터

그림 5. 동가 전력선 카오스 동기화 결과

3. 결 론

본 논문에서는 Chua 회로에서 암호통신을 적용하기 위한 유무선 혼합선로에서의 카오스 동기화 방법을 제시하였다. 무선부에서는 구동 동기 이론을 적용하고 유선선로에서는 구동-결합 이론과 결합동기 이론을 적용하였다. 특히 구동-결합 이론은 결합 동기 이론과 결합 동기 이론의 단점을 모두 해결 할 수 있을 것으로 보이며 특히 유선 전송선로의 동기화 및 암호화 통신에 적용하여 동기화 및 암호화 통신에 활용될 것으로 기대한다.

감사의 글

이 논문은 과학기술부, 과학재단 지정 지역협력 센터인 여수대학교 설비자동화 및 정보 시스템 연구개발센터의 연구비 지원에 의해 연구되었음.

[참 고 문 헌]

[1] T. Matsumoto, "A Chaotic Attractor from Chua's circuit", IEEE Trans. on Circuit and System, vol. CAS-31, pp. 1055 - 1058,

1984.

[2] 배영철, 고재호, 임화영, "Chua 회로에서의 Bifurcation과 Attractor", 대한전기학회 하계 학술대회 논문집, pp. 664 - 666, 1995.

[3] 배영철, 고재호, 임화영, "구분 선형 함수의 최적 구현에 관한 연구", 한국자동제어학술 회의 논문집, pp. 370 - 373, 1995.

[4] 배영철, 고재호, 임화영, "Chua 회로에서의 파라미터 변화에 의한 Period-doubling과 Bifurcation에 관한 연구", 한국 자동제어 학술 회의 논문집, pp. 482 - 485, 1995.

[5] L. Kocarev, K. S. Halle, K. Eckert and L. O. Chua, "Experimental Demonstration of Secure Communication via Chaotic Synchronization" Int. J. Bifurcation and Chaos, vol. 2, no. 3, pp. 709-713, 1992.

[6] K. S. Halle, C. W. Wu, M. Itoh and L. O. Chua, "Spread Spectrum Communication through Modulation of Chaos" Int. J. Bifurcation and Chaos, vol. 3, no. 2, pp. 469-477, 1993

[7] 배영철, 고재호, 임화영, 유창완, 홍대승, "손실전송선로를 가진 Chua 회로에서의 카오스 비밀 통신에 관한 연구", 한국통신학회논문지, 24권, 10A호, 1539-1545. 1999.

[8] 배영철, 임화영, "RLCG 전송선로를 가진 Chua 회로에서의 카오스 동기화에 관한 연구", 한국 통신학회논문지, 24권 11B호, 2030-2035. 1999.

[9] 배영철, "동가전송선로를 가진 Chua 회로에서의 카오스 동기화 및 암호화 통신에 관한 연구", 한국 해양정보통신학회논문지, 4권, 1호, 241-250. 2000.

[10] 배영철, 고재호, 유창완, 홍대승, 임화영, "리아프노프 함수를 이용한 Chua 오실레이터 회로에서의 카오스 제어", 한국해양정보통신학회 논문지, 3권, 1호, 113-120. 1999.