

철근콘크리트 기둥의 휨-곡률 모델링 및 변수고찰

Modeling and Parametric Studies on Moment-Curvature Relations for Reinforced Concrete Columns

이 차 돈* 최 기 봉** 차 준 실***
Lee, Chadon Choi, Gi Bong Cha, Junsil

ABSTRACT

A mathematical model which can simulate biaxial moment-curvature relations for reinforced concrete column is developed. The developed model is capable of tracing the post-peak behavior of a column after peak load. The model can take into account different sectional shapes of a column and various constitutive models of confined concrete. The developed model is used to evaluate constitutive models of confined concrete under concentric loading, suggested by different researchers. Error function which measures the overall constitutive behavior of a confined concrete is introduced. The constitutive model minimizing this error function is selected and is incorporated into the developed model in order to investigate the effect of main parameters on the general column behavior.

1. 서론

건축 구조물이 지진하중을 받는 경우 건물 전체의 연성 확보는 매우 중요하다. 지진 시 건축 구조물이 최대하중을 유지함과 동시에 소성적 변형능력을 유지하여야 한다. 그러므로, 내진설계에서 기둥이 비탄성 영역에서 일어나는 큰 변형에 대해 충분한 변형능력이 확보되도록 수평철근에 의해 잘 구속될 필요가 있다. 지진이 오는 동안 기둥의 거동은 다음과 같은 많은 변수에 의해 영향을 받는다: 1) 축력의 크기 2) 수평철근의 간격 3) 수평철근의 철근비 4) 콘크리트의 강도 5) 주근의 배치 6) 수평철근의 강도 7) 피복 8) 수평철근의 형태 9) 변형을 구배 10) 변형을 속도. 기둥의 비탄성 거동에 영향을 미치는 변수의 효과를 규명하기 위하여, 실험과 이론에 기초한 많은 연구가 행하여 졌다[1-13]. 본 연구에서는 단순 축압축, 일축 또는 이축 하중에서 기둥의 비탄성 거동에 대한 모멘트-곡률 관계를 모사 할 수 있는 새로운 이론 모델을 제시하였다. 본 모델에 적용된 알고리즘에서는 곡률을 점진적으로 증가시킨다. 수치해석법의 하나인 Secant Method와 Newton's Method를 혼용하였다. 본 모델은 기둥의 비탄성 거동에 대한 여러 변수의 효과를 연구하는데 적용되었다.

2. 모델링

2.1 가정

모델링에서는 다음과 같은 가정이 적용되었다: 1) 변형 전 재축에 수직인 평면은 변형 후에도 평면이

*정회원, 중앙대학교 건축공학과 교수

**정회원, 경원대학교 건축학과 교수

***정회원, 중앙대학교 대학원

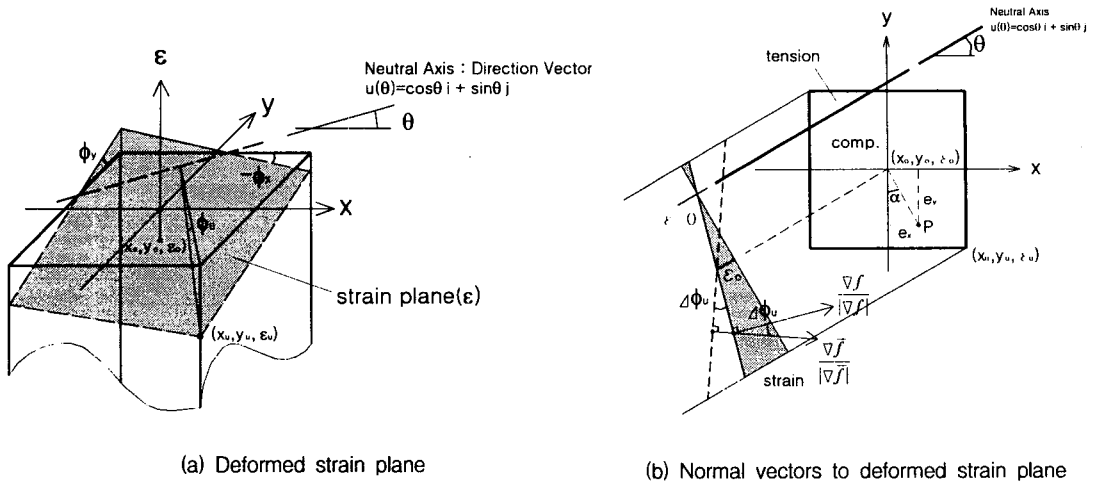


그림 1 Notations of deformed strain plane in a column section

다. 2) 일정한 축 하중 아래서 이축 모멘트 변화를 고려하였다. 3) 전단변형은 무시한다. 4) 콘크리트의 인장강도는 무시한다.

2.2 모델의 개발

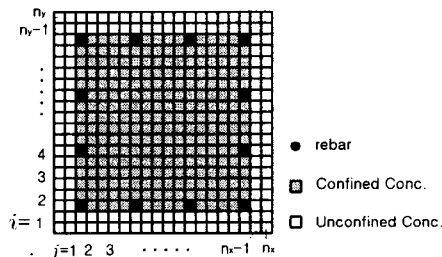
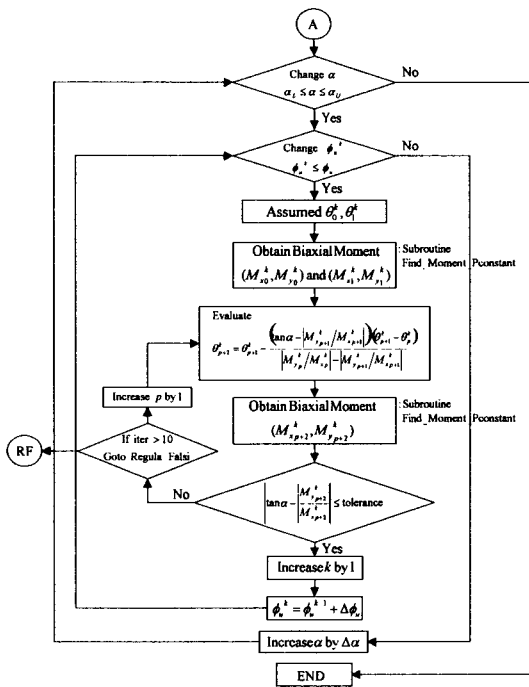
그림 1은 이축 하중 상태에서 기둥단면의 변형된 형상을 나타낸다. 중립축 방향은 θ 만큼 기울어진 u 방향의 벡터로 나타낼 수 있다. y 축과 이루는 각 α ($0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$)는 이축 모멘트 M_x , M_y 에 의한 각도로서 $\tan \alpha = \frac{|M_y|}{|M_x|}$, $M_x = P \cdot e_y$, $M_y = P \cdot e_x$ 로 나타낼 수 있다. 일반적으로 기둥 단면에 비탄성 거동을 하는 경우 α 와 θ 사이의 각은 직각을 이루지 않는다. 따라서 주어진 α 와 축력을 만족하도록 변형된 변형을 평면 (ϵ)을 결정하여야 한다. 변형을 평면 (ϵ)은 다음과 같이 표현된다.

$$\epsilon = \phi_x^k(x - x_0) + \phi_y^k(y - y_0) + \epsilon_0 \quad (1)$$

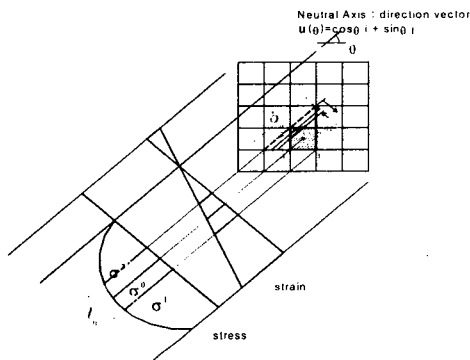
여기서, $\phi_x^k = \frac{\partial \epsilon}{\partial x}$, $\phi_y^k = \frac{\partial \epsilon}{\partial y}$ 이고 ϵ_0 는 (x_0, y_0) 에서의 변형을 이다. 본 연구에서는 최종과피에 이르기까지 곡률을 점진적으로 증가시키는 방법을 선택하였다. 즉, 임의로 가정된 중립축 각도 θ_p^k 를 중심으로

ϕ_u^k 만큼 회전한 상태에서 주어진 축력 및 $\tan \alpha = \frac{|M_y|}{|M_x|}$ 를 만족하는 변형을 평면을 반복적인 수치

해석 방법(Secant Method와 Newton's Method)을 적용하여 산정 하였다. 그림 2는 본 연구에서 채택한 알고리즘의 개략적인 흐름도를 나타낸다. 단면의 축하중과 모멘트 능력을 계산하기 위하여 그림 3(a)과 같이 기둥을 여러 개의 사각형으로 나눈다. 각각의 셀에 적용되는 응력은 이차곡선으로 가정된다. 전체 단면의 축력 및 모멘트 내력은 각 셀에 작용하는 축력과 모멘트 합으로 산정 하였다. 이때 중립축이 θ 만큼 기울어져서 셀과 각도를 이룸으로 인한 수치적인 error를 최소화하기 위하여 각 셀의 내력 산정은 그림 3(b)에 나타난 바와 같이 모서리를 제외한 삼각형 요소를 고려하여 계산하였다.



(a) Division of a column cross section by cell



(b) Evaluation technique for structural forces

3. 기존의 구속된 콘크리트 응력-변형도 모델 검증

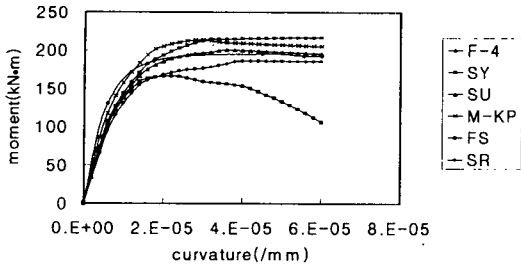
구속된 콘크리트의 응력-변형도 모델은 여러 연구자들에 의해 제안되어 왔다[1-5]. 각 제안된 모델의 정확성을 평가하기 위하여 아래 error함수 E_p 를 적용하였다.

$$E_p = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \left\{ W_f \left[\frac{f'_{cc,e} - f'_{cc,t}}{f'_{cc,t}} \right]_i^2 + W_e \left[\frac{\epsilon_{cc,e} - \epsilon_{cc,t}}{\epsilon_{cc,t}} \right]_i^2 + W_A \left[\frac{A_e - A_t}{A_t} \right]_i^2 + W_e \left[\frac{f'_{e,e} - f'_{e,t}}{f'_{e,t}} \right]_i^2 \right\} \quad (2)$$

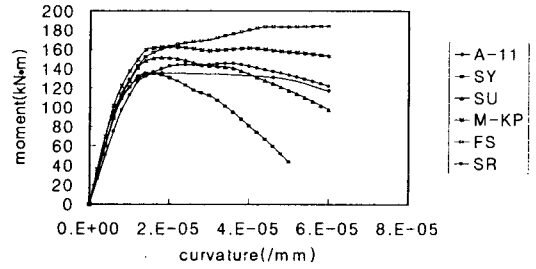
여기서, $f'_{cc,e}$, $f'_{cc,t}$, W_f 는 각각 최대 응력에 대한 실험값, 이론값, weight이고, $\epsilon_{cc,e}$, $\epsilon_{cc,t}$, W_e 는 각각 최대응력에 대한 변형을 실험값, 이론값, weight이고, A_e , A_t , W_A 는 응력-변형도 곡선의 면적의 실험값, 이론값, weight이고, $f'_{e,e}$, $f'_{e,t}$, W_e 는 변형을 0.015에서의 응력에 대한 실험값, 이론값, weight이다. n 은 데이터 수이다. 표 1은 각 모델별 산정된 error 함수값을 나타내며, Shamin A. Sheikh[2]의 응력-변형도식이 가장 작은 error함수 값을 가지므로 최적적인 모델로 판단된다. 그림 4에서는 이들 모델을 이용한 모멘트-곡률 실험치와 이론치를 비교하였다.

표 1 Error Function

모델명	Error				Error Function
	f'_{cc}	ϵ_{cc}	f'_e	Area	
Soliman & Yu[1] (SY)	64.51	253.87	376.36	92.86	787.60
Sheikh & Uzumeri[2] (SU)	7.63	160.41	199.75	28.66	396.45
Modified Kent & Park[3] (M-KP)	6.36	216.89	249.79	58.96	532.00
Fafitis & Shah[4] (FS)	19.08	758.41	471.74	92.48	1341.71
Saaticioglu[5] (SR)	6.87	325.36	122.71	16.55	471.49

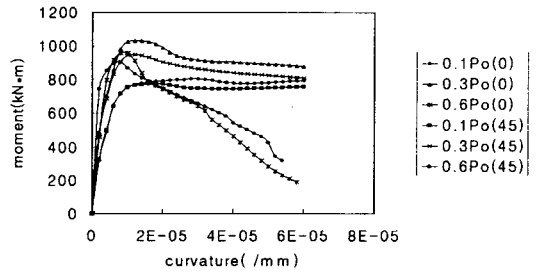
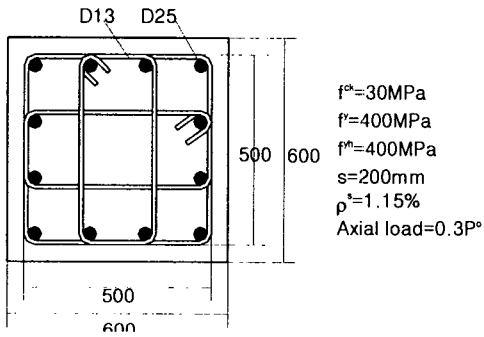


(a) Specimen F-4 [10]

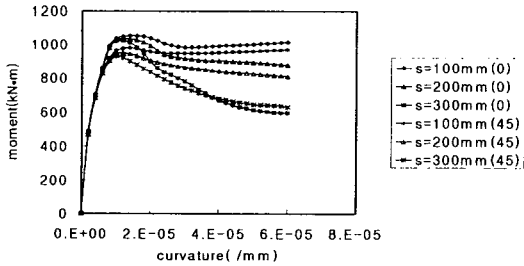


(b) Specimen A-11 [10]

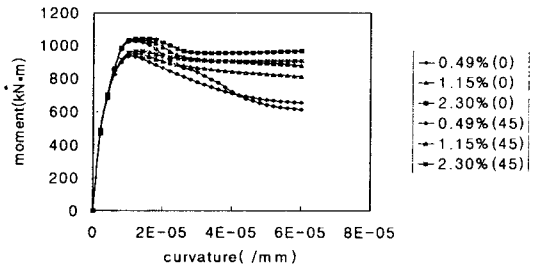
그림 4 Comparison between test results and model prediction



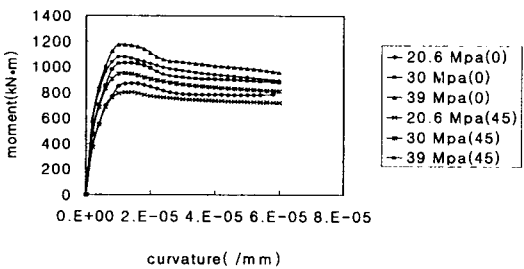
(b) Effect of level of axial load



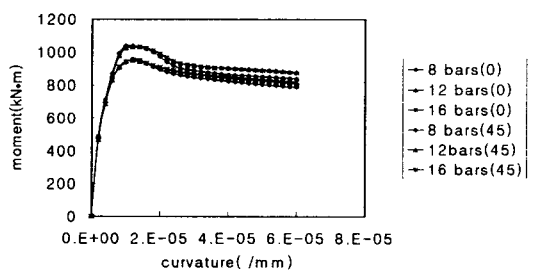
(c) Effect of tie spacing



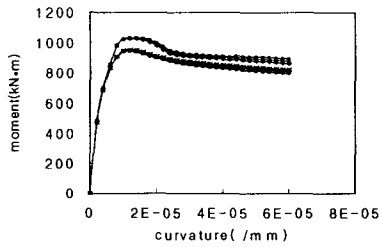
(d) Effect of volumetric ratio of lateral steel



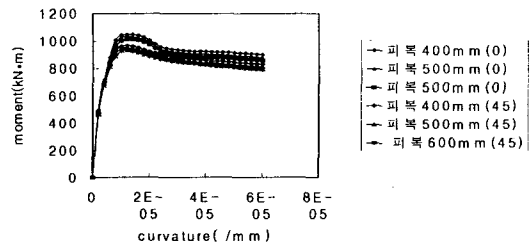
(e) Effect of concrete strength



(f) Effect of distribution of longitudinal steel



(g) Effect of strength of lateral steel



(h) Effect of cover thickness

그림 5 Effect of main parameters on moment-curvature relations

4. 변수 영향

표 2는 그림 5(a)의 기준기둥을 중심으로 각 변수를 변화시켜 변수별 영향 고찰한다. 모멘트-곡률관계의 최대점 모멘트, 최대점 곡률, 끝점의 모멘트, 면적을 기준기둥에 의한 기준값으로 나누어 상대적인 값을 비교한다. (1) 축력비; 그림 5(b)과 같이 축력이 증가함에 따라 최대 모멘트는 커지다가 감소하며, 최대모멘트에서의 곡률은 축력이 커짐에 따라 감소한다. 또한 축력이 커짐에 따라 취성적으로 거동한다. (2) 수평철근의 간격; 그림 5(c)과 같이 곡률에는 영향이 없었으나, 철근의 간격이 작을수록 최대모멘트가 약간 증가하며, 기둥의 연성은 크게 증가하였다. (3) 수평철근의 철근비; 그림 5(d)와 같이 곡률에는 영향이 없었으나, 철근비가 클수록 최대모멘트가 약간 증가하며, 기둥의 연성은 증가하였다. (4) 콘크리트 강도; 그림 5(e)와 같이 콘크리트의 강도가 커지면, 최대 모멘트는 증가하나 최대모멘트에서의 곡률과 연성에는 영향이 없었다. 최대모멘트가 증가함에 따라 전체 단면적에 대한 코어의 단면적비 또는 피복, 이축 모멘트의 상대크기(또는 각도 α) 등은 기둥 거동에 거의 영향을 미치지 않았다.

표 2 Relative effect of main parameters on moment-curvature relations

Parameter	Relative value α level	$M_p/M_{p,\alpha}$		$\phi_p/\phi_{p,\alpha}$		$M_e/M_{e,\alpha}$		A/A_{α}	
		0°	45°	0°	45°	0°	45°	0°	45°
Level of axial load	0.1P _o	0.76	0.82	1.17	1.17	0.90	0.94	0.83	0.86
	0.6P _o	0.93	0.95	0.83	0.83	0.24	0.39	0.65	0.76
Tie spacing	100mm	1.02	1.03	1.67	1.67	1.15	1.20	1.07	1.09
	300mm	0.99	0.98	1.00	0.83	0.68	0.78	0.84	0.87
Volumetric ratio of lateral steel	0.495%	0.99	0.99	1.00	0.83	0.70	0.81	0.87	0.90
	2.3%	1.01	1.02	1.17	1.17	1.10	1.12	1.04	1.07
Concrete strength	20.6MPa	0.85	0.84	1.17	1.17	0.89	0.89	0.85	0.86
	39MPa	1.14	1.14	1.00	1.00	1.09	1.10	1.13	1.13
Distribution of longitudinal steel	8 bars	1.01	1.01	0.83	1.00	0.95	0.97	0.98	0.99
	16 bars	1.00	1.01	1.17	1.00	0.99	1.01	1.00	1.01
Strength of lateral steel	300MPa	1.00	0.99	1.00	1.00	0.98	0.98	1.00	1.00
	500MPa	1.00	1.00	1.17	1.00	1.02	1.01	1.01	1.01
Cover thickness	40mm	1.02	1.02	1.17	1.00	1.02	1.02	1.02	1.02
	60mm	0.98	0.98	1.00	1.00	0.98	0.98	0.98	0.98

여기서, $M_p/M_{p,\alpha}$, $\phi_p/\phi_{p,\alpha}$, $M_e/M_{e,\alpha}$, A/A_{α} 는 각각 모멘트-곡률 곡선의 최대 점에서의 모멘트, 곡률, 끝점에서의 모멘트, 곡선의 면적값을 기준기둥의 값으로 나눈 값이다.

5. 결론

본 연구를 통하여 얻은 결과는 다음과 같다. (1) 개발된 철근 콘크리트 기둥 휨-곡률 예측 모델은 임의 축력과 이축 모멘트를 받는 기둥에 대하여 피복 콘크리트의 탈락이나 최대 모멘트 이후 발생될 수 있는 취성적인 파괴 경향까지 성공적으로 모사 하였다. 개발된 모델의 예측치와 실험치는 잘 일치하였다. (2) Error함수 개념을 적용하여 기존의 제안된 구속된 콘크리트의 일축 압축 응력-변형도 모델식을 검증하였다. Error함수는 구속된 콘크리트의 응력-변형도의 강도 전, 강도 후, 그리고, 전체적인 영역에 대하여 정확성을 검증하도록 개발되었다. (3) Error함수 값을 최소화하는 응력-변형도 모델을 본 연구에서 개발된 모델을 적용하여 기둥의 거동에 영향을 미치는 주요 변수들에 대하여 고찰하였다. 콘크리트 강도는 최대 모멘트에 영향을 미치며 수평철근의 간격은 연성에 영향을 미친다. 축하중의 크기는 강도 및 연성 모두에 영향을 미치며, 주근의 배치, 수평철근의 배근형상, 수평철근의 강도, 전체 단면적에 대한 코아의 단면적비 또는 피복 등은 기둥의 거동에 거의 영향을 미치지 않는다.

감사의 글

본 연구는 초대형 구조시스템 연구센터(STRESS)의 재단지원에 의하여 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

참고문헌

1. Soliman, M.T.M., and Yu, C.W., "The Flexural Stress-Strain Relationship for Concrete Confined in Rectangular Transverse Reinforcement," *Magazine of Concrete Research* (London), Vol.19, No. 61, Dec., 1967, pp.223-238.
2. Shamin A. Sheikh and S. M. Uzumeri, M., "Analytical Model For Concrete Confined In Tied Columns," *ASCE*, Vol. 108, No. ST12, Decemver, 1982, pp.2703-2722.
3. Robert Park, M., M. J. Nigel Priestley, and Wayne D. Gill, "Ductility of Squire-Confined Concrete Columns", *ASCE*, Vol.108, No. ST4, April, 1982.
4. Apostolos Fafitis and Surendra P. Shah, "Predictions of Ultimate Behavior of Confined Columns Subjected to Large Deformations", *ACI J.*, 82(4), 423-433.
5. Murat Saaticioglu, Member, "Strength and Ductility of Confined Concrete", *ASCE*, Vol. 118, No. 6, June, 1992.
6. 4. Shamin A. Sheikh and S. M. Uzumeri, M. *ASCE*, "Strength And Ductility of Tied Concrete Column", *ASCE*, Vol. 106, No. ST5, May, 1980, pp.1079--1104.
7. Mohamed A. H. Abdel-Halim Associate Member, *ASCE* and Taher M. Abu-Lebdeh, "Analytical Study for Concrete Confined In Tied Columns", *ASCE, Journal of Structural*, Vol.115, No.11, November 1989.
8. 정현수, 주진모, "중심 압축력을 받는 고강도 철근콘크리트 기둥의 내력 및 연성에 관한 실험적 연구", *중앙대학교*.
9. Shamin A. Sheikh, Member, *ASCE*, and C. C. Yeh, "Analytical Moment-Curvature Relation For Tied Concrete Columns", *ASCE*, Vol. 118, No. 2, February, 1992.
10. Shamin A. Sheikh, Member, *ASCE*, and Ching-Chung Y도, "Tied Concrete Columns Under Axial Load and Flexure". *ASCE*, Vol. 116, No. 10, October, 1990, pp.2780-2800.
11. 정현수, 양근혁, "휨보강근으로 보강된 철근콘크리트 기둥의 휨 내력과 연성에 관한 연구", *중앙대학교*.
12. Salah E. El-Metwally and Wai-Fah Chen, "Load-Deformation Relations for Reinforced Concrete Sections", *ACI Structural Journal* V.86, No.2, Mar-Apr. 1989.
13. B. D. Scott, R. Park, and M. J. N. Priestley, "Stress-Strain Behavior of Concrete Confined By Overlapping Hoops at Low and High Strain Rates", *ACI Journal*, January-February, 1982.