철근콘크리트 판형과 쉘의 휨과 막력을 고려한 설계

Design of RC Plates and Shells subjected to Membrance Force and Flexural Moment

조 홍 진* 민 창 식**
Cho, Hong Jin Min, Chang shik

Abstract

An iterative numerical computational algorithm is presented to design a plate or shell element subjected to membrance and flexural forces. Based on equilibrium consideration, equation for capacity of top and bottom reinforcements in two orthogonal directions have been derived. The amount of reinforcement is determined locally, i. e., for each integration point, from the equilibrium between applied and internal forces. Three cases of design are performed for slab element (used by Marti(1987)) and shell element (used by Kirscher and Collins(1986), by Polak and Vecchio(1993)) to verify the adequacy of the present design method for reinforced concrete shells. Based on nonlinear analyses performed, the analytically calculated ultimate load exceeded the design ultimate load. This shows the adequacy of the design method present in this study at least for slab and shell element case studied. To generalize the conclusion more design-analyses should be performed with different shell configurations.

1. 서 론

철근콘크리트 쉘은 기하학적인 특성에 의하여 재하되는 외력을 대부분 단면에 연직한 막력으로 저항하므로 휨이나 전단에 의해서 저항하는 보나 슬래브에 비하여 얇은 두께로도 기둥이 없는 넓은 공간의 구조물을 형성할 수 있다. 이러한 쉘 구조물들의 현행 설계방법(ACI 318-99, 콘크리트 구조설계기준)에 있어서 응력은 종종 탄성 유한요소해석이나 막력 해석에 의해서 구하고, 이 응력에 대한 보강철근의 설계는 특정부분의 극한 거동에 (Gupta 1981 ; ACI 1988) 근거를 두어 행하고 있다. 쉘들이 비록 막력으로 대부분 외력에 저항하지만 여전히 무시하지 못할 휨 모멘트가 발생하고 있으므로 막력과 휨 모멘트를 동시에 고려하여 보강철근을 설계하여야 할 것이다. 최근에 와서 이 두 힘들을 동시에 고려하여 설계하고자 하는 시도가 시작되고 있다. Gupta(1986)에 의해서 판형과 쉘 요소의 막력과 휨 모멘트를 동시에 고려한 설계방정식이 부분적으로 요소에 대해서 제시되었고, 그 후에 Laurenco- Figueiras(1993, 1995)에 의해서 Gupta와는 약간 다른 방법으로 다루어졌다. 본 연구에서는 막력과 휨 모멘트를 이용하여 보강철근 설계를 위한 완전한 반복적 수치해석 알고리즘을 제시하고, 이를 유한요소 프로그램에 개발하여 탄성해석의 결과를 이용하여 Marti(1987)의 슬래브 요소와 Kirscher 와 Collins (1986)의 쉘 요소 및 Polak와 Vecchio (1993)의 쉘 요소로 보강철근 설계를 하고자 한다. 또한 이 설계자료를 사용하여 Min-Gupta (1992)에 의하여 개발된 프로그램에 대변형과 인장강성을 포함하여 Mahmoud-Gupta(1995)가 개발한 수치해석 프로그램을 이용하여 비선형 극한거동을 해석하고, 여기서 구해지는 하중과 설계극한하중을 비교하여 만족한 설계를 하였는지를 보고자 한다. 여러 연구팀(Akbar-Gupta 1986; Min-Gupta 1992; Min-Gupta 1994a; 민창식-Gupta 1994b)에 의해서 개발되고 사용되어진 프로그램을 좀 더 개발시킨 Mahmoud-Gupta(1995) 프로그램은 민창식(1997b, 1999)에 의해 검증되어졌으며, 만족한 결과를 보여주었다.

* 정회원
** 정회원, 동국대학교 토목공학과 조교수

2. 막응력과 휨 모멘트를 고려한 설계방정식

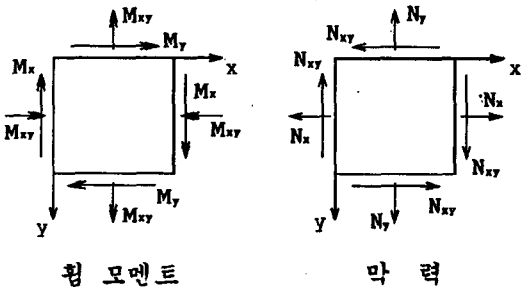


그림 1 단위 길이당 쉘 요소에 작용하는 휨모멘트와 막응력

그림 1에는 휨모멘트(M_x, M_y, M_{xy})와 막력(N_x, N_y, N_{xy})이 동시에 작용하는 판형이나 쉘요소를 보여주고 있으며, 한계 균열요소 상태에서 보강철근에 의한 인장 저항력과 콘크리트에 의한 압축 저항력에 의해서 외력은 평형상태를 이루어야 할 것이다. 평형상태에서 탄성해석으로 각 요소의 콘크리트와 철근력을 계산하고, 각 재료의 가정된 이상적인 소성거동을 근거로 단면력을 결정하는 것이다.

설계방정식은 보강철근이 위와 아래층에 동시에 필요한 경우, 아래층에만 필요한 경우, 윗층에만 필요한 경우와 위, 아래 모두 필요하지 않는 경우로 나뉘어져 있으며, 여기에서는 생략하기로 한다.

3. 설계 및 해석

본 연구에서 제시한 설계방정식의 타당성을 규명하기 위하여 Marti(1987)의 슬래브 요소, Kirscher와 Collins(1986)의 쉘 요소 및 Polak와 Vecchio(1993)의 쉘 요소을 이용하여 본 연구에서 제시한 설계방정식으로 설계를 하고, 그 설계자료을 이용하여 Min-Gupta(1992)에 의하여 개발된 프로그램에 대변형과 인장강성을 포함하여 Mahmoud-Gupta(1995)가 개발한 프로그램을 사용하여 극한하중를 구하여 설계극한하중과 비교하여 설계가 안전한지를 보고자 한다. 또한 Lourenco와 Figueiras(1993)가 제시한 설계방정식으로 설계한 자료와도 비교하여 본 연구에서 제시한 설계방정식의 타당성을 검증해 보았다. 평균압축응력, $f_a{}^c$는 ACI 318-99에 의거하여 $0.4 f_{ck}$ 를 사용하였으며, 최소철근비는 부재의 한 요소에 균열이 발생하게 되면 불안정한 강성행렬이 되므로 이를 피하기 위하여 0.025%를 사용하였다. 이는 실무에서 일반적으로 사용되는 철근비 0.25%의 1/10이다.

3.1 Marti(1987)의 슬래브 요소

3.1.1 실험체의 세부사항

실험체의 크기는 1550 × 1550 ㎜이고, 양쪽 슬래브 두께는 200 ㎜이다. 직경이 152 ㎜이고 높이가 305 ㎜인 실린더에서 측정된 콘크리트의 압축강도는 $f_c{}' = 44.4$ ㎫이다. 실험에 의해 구해진 극한하중은 ML7는 m_{xy}= 42.5 kN-m/m이고, ML9는 m_{xy}=101.5 kN-m/m이다. 표 1은 하중과 철근의 특성에 대해 요약해 놓았다.

3.1.2 설 계

표 2는 실험에 사용된 철근비와 설계에 의해 구해진 철근비를 비교해 놓은 것이다. Lourenco와 Figueiras (1993)가 설계한 값들과 비교해 보면 ML7에서는 거의 일치를 하지만, ML9에서는 25%의 차이가 났다. 이것은 각각의 설계방정식에서 적용한 설계조건의 차이이며, 특히 평균압축응력, $f_a{}^c$를 본 연구에서는 $0.4 f_{ck}$ 를 사용한 반면에 Lourenco와 Figueiras(1993)는 균열이 일어나지 않는 부분에는 $0.85\times(1-F_{cd}\times1.5/250)\times F_{cd}$ 를, 균열이 발생하는 부분에는 $0.60\times(1-F_{cd}\times1.5/250)\times F_{cd}$ 를 사용하였다.

3.1.3 해 석

해석에 사용된 유한요소 망은 전체 구조물을 동일하게 가로, 세로 40부분으로 자른 모델을 (요소 한쪽 면의 길이가 38.75㎜)사용하였다. 표 3은 극한하중을 비교해 놓은 것으로 설계조건을 만족한다는 것을 보여주고 있으

며 그림 2와 그림 3은 각각 ML7, ML9의 하중-처짐곡선을 나타내고 있다.

표 1 실험체에 대한 하중과 철근의 특성

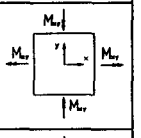
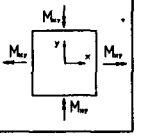
실험체	X축 방향		Y축 방향		하 중
	ρ_x 철근비	f_y (MPa)	ρ_y 철근비	f_y (MPa)	
ML7	0.25(%)	479	0.25(%)	479	
ML9	1.00(%)	412	1.00(%)	412	

표 2 실험에 사용된 실제 철근비와 설계에 의한 철근비 비교

실험체	철 근 (%)							
	ML7				ML9			
	위		아래		위		아래	
	x축	y축	x축	y축	x축	y축	x축	y축
Marti (1987)	0.25	0.25	0.25	0.25	1.00	1.00	1.00	1.00
Lourenco와 Figueiras(1993)	0.25	0.25	0.25	0.25	1.21	1.21	1.21	1.21
본 연구	0.26	0.26	0.26	0.26	0.96	0.96	0.96	0.96

표 3 설계시 극한모멘트와 수치해석에 의해 구해진 극한모멘트의 비교

실험체	설계시 사용한 극한모멘트 (kN-m/m) (1)	수치해석에 의해서 구한 극한모멘트 (kN-m/m) (2)	비 율 (2) / (1)
ML7	42.5	45.208	107%
ML9	101.5	112.839	111%

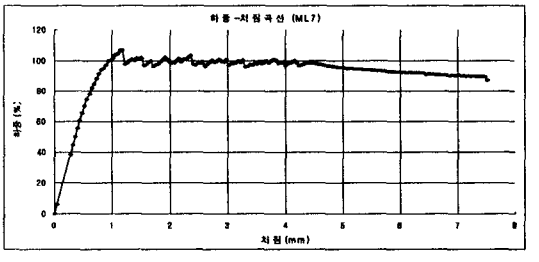


그림 2 ML7의 하중-처짐곡선

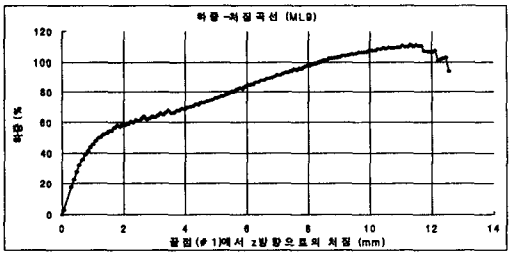
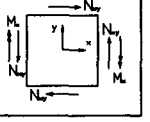


그림 3 ML9의 하중-처짐곡선

3.2 Kirscher와 Collins(1986)의 쉘 요소

표 4 실험체에 대한 하중과 철근의 특성

실험체	X축 방향		Y축 방향		하 중
	ρ_x 철근비	f_y (MPa)	ρ_y 철근비	f_y (MPa)	
SE7	1.47(%)	492	0.49(%)	479	

3.2.1 실험체의 세부사항

Kirscher와 Collins(1986)에 실험된 SE7는 크기가 1524 × 1524 ㎜인 실험체로서, 두께는 285 ㎜이다. 실험에 의해 구해진 극한하중은 n_{xy} = 1806 kN/m이고, m_x = 235 kN-m/m이다. 콘크리트의 압축강도는 41.8 ㎫이고, 중립면에서 x방향에 있는 보강철근 층까지의 거리는 h_{xt} = h_{xb} = 0.122 m 이고, y방향에서의 거리는 h_{yt} = h_{yb} = 0.100m 이다. 표 4는 실험체에 대한 하중과 철근의 특성을 요약해 놓은 것이다.

표 5 실험에 사용된 실제 철근비와 설계에 의한 철근비 비교

실험체	철 근 (%)			
	SE7			
	위		아래	
	x축	y축	x축	y축
Kirscher와 Collins (1986)	1.47	0.49	1.47	0.49
Lourenco와 Figueiras (1993)	0.0	0.62	1.34	0.66
본 연구	0.01	0.61	1.34	0.66

3.2.2 설 계

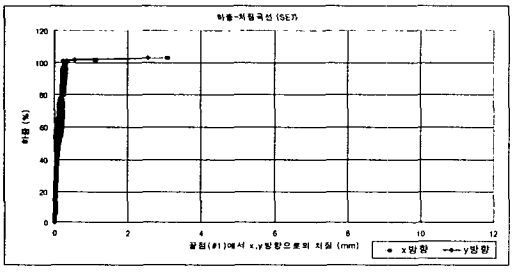
표 5는 설계방정식에 의해 구해진 값들과 실험에 사용된 철근비를 비교해 놓은 것이다. x 방향 윗 철근은 존재하지 않아도 되는데, 본 연구에서 0.01(%)이 나온 것은 철근을 무시해도 되지만, 불안정한 강성행렬을 피하기 위해 최소철근력을 구했기 때문이다. 그래서 최소철근비의 1/2인 0.0125%가 나온 것이다.

3.2.3 해 석

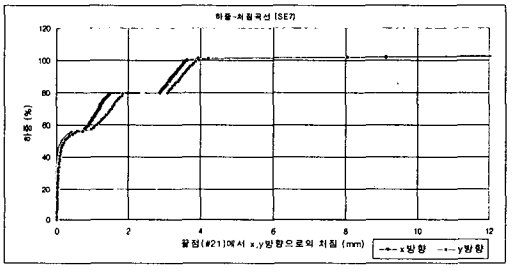
해석에 사용된 유한요소 망은 전체 구조물을 동일하게 가로, 세로 40부분으로 자른 모델을(요소 한쪽 면의 길이가 38.75㎜)사용하였다. 표 6은 극한하중을 비교해 놓은 것으로 설계극한하중보다 수치해석에 의한 극한하중이 더 큰 값을 보여주고 있다. 이것은 본 연구에서 제시한 설계조건이 안전하다는 것을 의미한다. 그림 4는 SE7의 절점 #1과 #21에서의 x,y방향으로의 처짐곡선을 나타내고 있다. 절점 #21에서의 처짐이 더 큰 이유는 휨모멘트의 영향 때문에 생기는 결과로 보인다.

표 6 설계시 극한모멘트와 수치해석에 의해 구한 극한모멘트의 비교

실험체	설계시 사용한 극한모멘트(kN-m/m) (1)	수치해석에 의해서 구한 극한모멘트(kN-m/m) (2)	비 율 (2) / (1)
SE7	235	242.05	103%



(a) 끝점 # 1에서의 처짐곡선



(b) 끝점 # 21에서의 처짐곡선

그림 4 SE7의 하중-처짐곡선

3.3 Polak와 Vecchio(1993)의 쉘 요소

3.3.1 실험체의 세부사항

Polak와 Vecchio(1993)에 의해 실험된 쉘 요소는 1524 × 1524 ㎜의 크기를 가지며, 두께는 316 ㎜이다. 표 7은 실험체에 대한 하중과 철근의 특성을 나타내고 있으며, 최대압축강도 f_c'(MPa)은 47(SM1), 62(SM2), 56(SM3)이다. 표 8은 실험에 의해 구해진 극한하중을 보여주고 있다.

모든 실험체에 철근은 두 직교하는 방향으로 위와 아래, 두 층에 위치하며, 한 방향의 철근비는 다른 방향의 철근비보다 더 많으며, 실험체 SM1, SM2, SM3는 같은 방법으로 철근이 배치되었다. SM1은 철근이 더 많은 쪽에 휨모멘트를 재하하고, SM2는 철근량이 적은 방향에는 압축응력이, 철근량이 많은 방향으로는 인장응력이 작용하고, 또한 SM1과 같은 방향으로 작용하는 모멘트를 포함한다. SM3는 두 방향(철근이 배치된 방향)으로 휨모멘트가 작용하고 철근량이 많은 방향에 더 큰 모멘트가 작용된다. 일정한 비율로 모멘트를 적용한 이유는 양 방향의 철근들이 항복(yield)이 되도록 유도하기 위해서이다.

표 8은 실험에 의해 구해진 SM1, SM2, SM3의 극한하중을 보여주고 있다.

표 7 실험체에 대한 하중과 철근의 특성

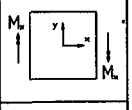
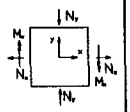
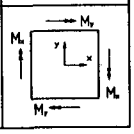
실험체	X축 방향		Y축 방향		하 중
	ρ_x 철근비	f_y (MPa)	ρ_y 철근비	f_y (MPa)	
SM1	1.25(%)	425	0.42(%)	430	
SM2	1.25(%)	425	0.42(%)	430	
SM3	1.25(%)	425	0.42(%)	430	

표 8 실험에 의해서 구해진 극한하중

실험체	극한하중
SM 1	M_x = 477 kNm/m
SM 2	M_x = 421 kNm/m ; N_x ,N_y = 1684 kN/m
SM 3	M_x = 488 kNm/m ; M_y = 152 kNm/m

3.3.2 설 계

표 9는 설계방정식에 의해 구해진 값과 실험에 사용된 철근량을 비교해 놓은 것이다. 본 연구에서 0.01(%)의 철근은 무시해도 되지만, 불안정한 강성행렬을 피하기 위해 최소철근력을 구했기 때문이다. 그래서 최소철근비의 1/2인 0.0125%가 나온 것이다.

표 9 실험에 사용된 실제 철근비와 설계에 의한 철근비 비교

실험체	철 근 (%)											
	SM1				SM2				SM3			
	위		아 래		위		아 래		위		아 래	
	x방향	y방향	x방향	y방향	x방향	y방향	x방향	y방향	x방향	y방향	x방향	y방향
Polak와 Vecchio (1993)	1.25	0.42	1.25	0.42	1.25	0.42	1.25	0.42	1.25	0.42	1.25	0.42
Lourenco와 Figueiras (1993)	0.00	0.00	1.43	0.00	0.00	0.00	1.84	0.09	0.00	0.00	1.42	0.48
본 연구	0.01	0.01	1.59	0.01	0.01	0.01	1.86	0.01	0.01	0.01	1.55	0.53

3.3.3 해 석

표 10 설계시 극한모멘트와 수치해석에 의해 구해진 극한모멘트의 비교

실험체	설계시 사용한 극한모멘트 (kN-m/m) (1)	수치해석에 의해서 구한 극한모멘트 (kN-m/m) (2)	비 율 (2)/(1)
SM1	477	562.86	118%
SM2	421	383.11	91%
SM3	488	546.56	112%

본 연구에서 계산된 설계자료를 이용하여 수치해석 프로그램으로 극한하중을 구해 보고자 한다. 해석에 사용된 유한요소 망은 전체구조물을 동일하게 가로, 세로 30부분으로 자른 모델을(요소 한쪽 면의 길이가 50.8㎜)사용하였다. 표 10은 설계극한하중과 수치해석 프로그램으로 구한 극한하중을 비교해 놓은 것이다. SM1, SM3 모두 설계방정식에 의한 설계조건이 안전함을 나타내고 있다. 반면에 SM2는 설계극한하중의 91%까지만 도달하고 해석이 멈추었다. 이것은 설계극한하중에는 못 미치는 값이지만 항복강도(72%)를 초과한 값이며, Polak과 Vecchio (1993)가 수행한 비선형 유한요소 해석프로그램인 APECS에서도 극한하중이 설계극한하중의 76%까지 나왔으며, 여기에 대한 다른 언급은 하지 않았다. 그림 5, 6, 7은 SM실험체의 하중-처짐곡선을 나타내고 있다.

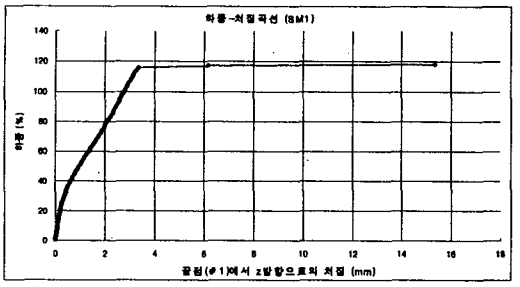


그림 5 SM1의 하중-처짐곡선

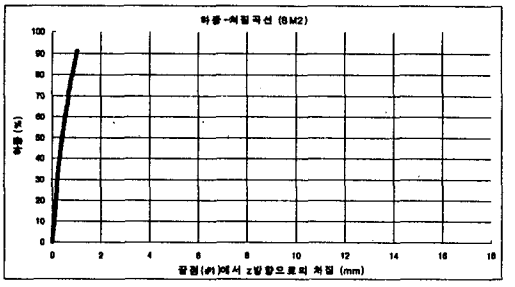


그림 6 SM2의 하중-처짐곡선

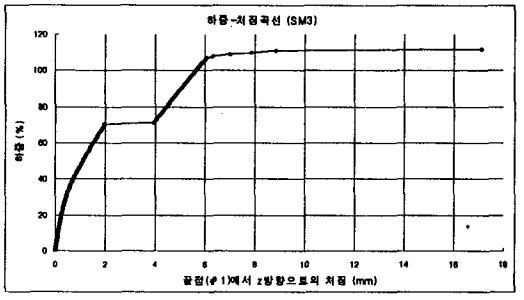


그림 7 SM3의 하중-처짐곡선

4. 결 론

본 연구에서 제시한 설계방정식을 이용하여 Marti (1987)의 슬래브 요소와 Kirscher와 Collins(1986)의 쉘 요소 및 Polak와 Vecchio (1993)의 쉘 요소로 보강철근 설계를 시도하였고, 그 설계자료를 다시 수치해석 프로그램에 적용하여 설계된 슬래브와 쉘의 비선형극한거동 해석을 하여 설계방법과 극한거동과의 관계를 연구하였다. 그 과정에서 구해지는 극한하중을 설계극한하중과 비교하여 만족하는지를 알아보았다.

Marti(1987)의 슬래브 요소인 ML7는 하중이 45.208 (107%) kN-m/m 에서 최대가 되었으며, ML9는 하중이 112.839(111%) kN-m/m 일 때 최대가 되었고, Kirscher와 Collins (1986)의 쉘 요소인 SE7은 하중이 242.05 (103%) kN-m/m가 될 때까지 해석이 수행되고, Polak와 Vecchio(1993)의 쉘 요소인 SM1은 하중이 562.86(118%) kN-m/m 가 될 때까지 해석이 진행되었으며, SM2는 하중이 383.11 (91%) kN-m/m 일 때 최대 수렴한계인 50회에서 수렴하지 못하고 해석을 정지하였으며, SM3는 하중이 546.56 (112%) kN-m/m 까지 도달하였다. 설계극한하중과 비교하여 만족한 결과를 보여주는 실험체는 Marti (1987)의 ML7, ML9과 Kirscher와 Collins(1986)의 SE7 및 Polak와 Vecchio (1993)의 SM1, SM3이다.

이것은 본 연구에서 제시한 설계방정식이 요소에 대해서 설계조건을 만족시키는 것을 보여주고 있다. 다시 말하자면, 본 연구에서 제시한 설계방정식이 소성이론의 하계정리를 만족한다고 볼 수 있다. 하지만 다양한 철근콘크리트 판형과 쉘 구조물에 대해 적용했을 때 만족하는지를 판단하기 위해서는 더 많은 설계와 해석이 수행되어야 할 것이다.

참고문헌

1. Gupta, A. K. (1986) "Combined membrane and flexural reinforcement in plates and shells", ***Journal of the Structure Division,*** ASCE, 112(3), pp. 550-557.

2. Lourenco, Paulo B. and Figueiras, Joaquim A. (1993) "Automatic design of reinforcement in concrete plates and shells", ***Engineering Computations,*** Vol. 10, pp. 519-541.

3. 민창식 (1999) "막력과 휨모멘트를 받는 철근콘크리트 판과 쉘의 설계", **대한토목학회 논문집,** 제19권, 제I-2호, pp. 171-183, 3월

4. Marti, P., Leesti, P., and Khalifa, W. U. (1987). "Torsion Tests on Reinforced Concrete Slab Elements", ***Journal of Structure Engineering,*** ASCE, 113(5), pp. 994-1010.

5. Polak, M. A., and Vecchio, F. J. (1993). "Nonlinear analysis of reinforcement concrete shells." Pub. 93-03, ***Dept. Civ. Engrg., Univ. of Toronto,*** Toronto, Ontario.