

능동제어 구조물의 지진에너지 응답

Earthquake Energy Response of Actively-controlled Structures

민 경 원*

황 성 호**

김 성 춘**

Min, Kyung-Won

Hwang, Seong-Ho

Kim, Sung-Choon

ABSTRACT

In analyzing earthquake response of structures, important focus is on their diplacements and shear forces. However, seismic technology of passive energy dissipation makes focus on the seismic energy distribution of structures. The passive dampers enhance the capability of energy dissipation by their hysteretic behavior, thus preventing the structural plastic deformation. In this paper, the building structure with an active controller is analyzed with the view of earthquake energy distribution under elastic and plastic behaviors. The active control makes an effect of increasing damping capability, which absorbs most of the earthquake input energy. Finally, the different active gains resulting from the plastic deformation are applied to the active analysis and control forces and earthquake energy response are compared.

1. 서론

구조물의 지진응답 분석에 있어서 중요한 대상은 구조물의 변위 및 전단력이다. 그러나 수동형 에너지 소산장치(passive energy dissipation dampers) 등의 이용은 이러한 응답 분석 이외에 지진에 의한 에너지가 구조물에 어떻게 전달이 되고 소산장치가 구조물의 어떠한 에너지를 대신 흡수하는지에 대한 분석¹⁾을 요구하고 있다. 소산장치는 지진에 의한 구조물에 발생하는 변형에너지를 상당부분 흡수하여 구조물의 과다변형에 의한 파손을 예방하고 있다. 본 논문에서는 수동형 소산장치가 아닌 능동제어를 건물에 설치하였을 때 응답이 감소되는 현상을 에너지의 분배^{1,2)}의 관점에서 분석하기로 하며, 특히 강한 지진에 의하여 건물이 소성으로 전이될 때의 거동에 대하여 살펴보기로 한다. 능동제어의 알고리즘^{3),4)}은 LQR(linear quadratic regulator)을 이용하기로 하며 설계변수인 가중함수의 변화를 통하여 에너지 분배, 제어력, 변위응답 등을 비교하기로 한다. 또한 건물의 거동이 소성으로 전이되었을 때 강성이 급격히 변하여 능동제어의 게인(gain)이 달라지는 영향을 고려하여 제어의 효과를 분석하였다.

* 인천대학교 건축공학과 교수, 정회원

** 인천대학교 건축공학과, 석사 과정

2. 에너지 균형 방정식

2.1 탄성 및 비탄성 영역에서의 에너지 균형 방정식

지진력에 대하여 건물의 관성력, 감쇠력, 복원력으로 표현되는 운동방정식에 변위의 증분을 곱하여 에너지 증분을 구성하고 원하는 변위까지 적분하면 초기시간부터 경과시간 t 까지의 에너지에 관계된 에너지 균형방정식(energy balance equation)^{1),2)}으로 표현이 된다.

$$\int_0^t (m\ddot{x} + c\dot{x} + kx)dx = \int_0^t (-m\ddot{x}_g)dx \quad (1)$$

위와 같은 식(1)에서 적분은 다음 식(2)~(5)와 같으며 입력에너지 $E_i(t)$ 와 건물에서 발생하는 탄성 복원에너지 $E_{se}(t)$, 감쇠에너지 $E_d(t)$, 운동에너지 $E_k(t)$ 로 정의 할 수 있다.

$$\int_0^t kx dx = \int_0^t kx\dot{x}dt = \frac{1}{2}kx^2(t) \equiv E_{se}(t) \quad (2)$$

$$\int_0^t c\dot{x}dx = \int_0^t c\dot{x}\dot{x}dt = \int_0^t c\dot{x}^2 dt \equiv E_d(t) \quad (3)$$

$$\int_0^t m\ddot{x}dx = \int_0^t m\ddot{x}\dot{x}dt = \frac{1}{2}m\dot{x}^2(t) \equiv E_k(t) \quad (4)$$

$$\int_0^t -m\ddot{x}_g dx \equiv E_i(t) \quad (5)$$

적분식을 다음 식(6)과 같이 에너지 균형방정식으로 표현할 수 있다.

$$E_k(t) + E_d(t) + E_{se}(t) = E_i(t) \quad (6)$$

위의 식(1)~(6)들은 탄성영역에 관한 내용이지만 지진력이 커지면 건물의 부재는 과다 변형을 일으켜 탄성범위를 넘어가서 소성의 영역으로 진행하게 된다. 복원력-변형 모델은 다음 그림 1의 탄성-완전 소성 모델을 이용하기로 한다. 그림 1에서 복원력이 다음과 같은 경로를 따라 증가 후 다시 감소가 되면 탄성 기울기 k 를 따라 내려 오게 되는데 이것은 건물에 저장된 복원 에너지 중 탄성 복원 에너지인 E_{se} 만이 건물의 변형을 원위치로 되돌리는데 사용된 것이다. 나머지 에너지인 E_{sp} 는 소성 에너지로 건물의 변형으로 저장된 에너지이지만 변형을 원위치로 복원이 되게 하는 데 쓰이지 못하는 소산 에너지(dissipated energy)이다. 따라서 건물부재의 복원력이 제로가 되어도 소성변형이 생기게 되는 것이다.

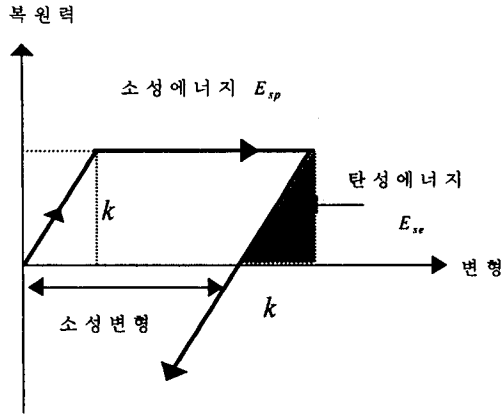


그림 1. 복원력 변형 모델

건물의 변형으로 인한 에너지는 총 $E_s(t)$ 이지만 변형의 복원으로 사용되는 에너지는 탄성에너지로 $E_{se}(t)$ 이고 나머지 에너지 $E_{sp}(t)$ 는 복원에 이용되지 못하는 소성에너지인 소산된 에너지이다.

$$E_s(t) = E_{se}(t) + E_{sp}(t) \quad (7)$$

변형이 비탄성 영역으로 확대되었을 때는 소성 에너지가 생기므로 에너지 입출력 관계는 다음 식 (8)과 같이 표현된다.

$$E_k(t) + E_d(t) + E_{se}(t) + E_{sp}(t) = E_i(t) \quad (8)$$

위의 과정은 지진을 받는 구조물에 전달되는 지진에너지의 배분에 관련된 식으로 입력지진 에너지가 구조물의 입력, 감쇠, 탄성변형, 소성 변형에너지로 전달되는 것을 알 수 있다. 구조물의 소성변형을 줄여주기 위하여 에너지 소산형 수동감쇠기나 능동 제어기를 설치하여 구조물의 변형을 감소시킨다.

2.2 LQR 알고리즘을 이용한 능동제어력 설계

그림 2는 본 연구에 적용이 된 건물모델에 부가 질량의 관성력을 이용하여 건물에 제어력을 가하는 능동제어 신호의 폐루프상태 η 를 보여주고 있으며 그림 2는 그림 3의 신호 흐름도를 건물 모델에 적용한 내용이다. 본 논문에서는 수동감쇠기가 아니라 능동제어기를 설치하였을 때 응답이 감소되는 현상을 에너지 배분 관점에서 분석하기로 한다. 다음 식(9)는 제어력이 작용하고 있는 건물의 운동방정식을 표현하고 있다.

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = -ML\ddot{X}_g + f \quad (9)$$

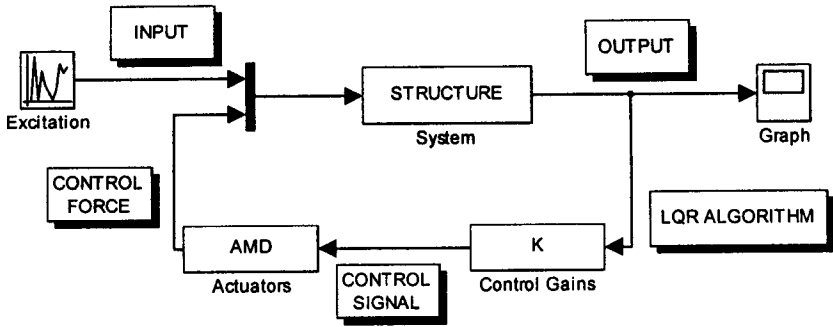


그림 2. LQR 제어시스템의 신호흐름도

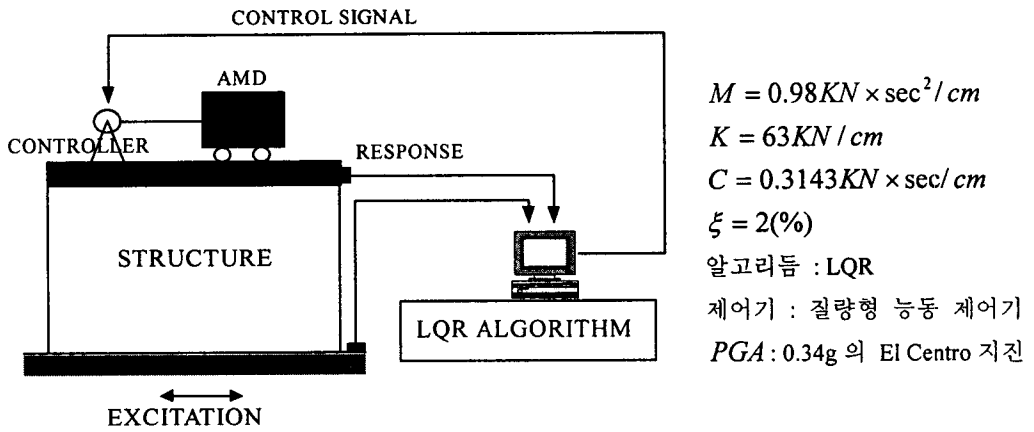


그림 3. 능동제어기가 설치된 건물모델

위 식(9)에서 M, C, K 는 단자유도 건물의 질량, 감쇠, 강성 행렬이며 I 는 단위 벡터, f 는 제어력이다. 그리고 $x = X_1 - X_g$ 는 1 층과 지반과의 상대 변위이다. 위의 식(9)는 다음 식(10),(11)과 같은 상태방정식으로 표현될 수 있다.

$$\dot{z} = Az(t) + Bf(t) + H\ddot{X}_g(t) \quad (10)$$

$$z = \begin{pmatrix} x \\ \dot{x} \end{pmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 \\ M^{-1} \end{pmatrix} \quad H = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

행렬 A 는 시스템의 동적 특성을 나타내는 행렬이며, z 는 상태 변수, H 는 외란 행렬을 의미한다.

제어력 f 는 상태변수 z 에 피드백 게인 G 를 곱해서 얻는다.

$$G = R^{-1}B^T P = [g_1 \quad g_2] \quad (12)$$

$$f = -Gz = -[g_1 \quad g_2] \times [x \quad \dot{x}]^T = -g_1 x - g_2 \dot{x} \quad (13)$$

본 연구에서는 피드백 게인 G 는 LQR 설계 방법을 이용하였다. 이 방법은 다음 식(14)와 같이 가중치가 곱해진 구조물의 진동에너지와 제어에너지의 합수인 성능지수 J 를 정의하고 식(10)에서 외란이 배제된 상태방정식을 구속조건으로 하면 식(15)가 된다.

$$J = \frac{1}{2} \int_0^T [z(t)^T Qz(t) + f(t)^T Rf(t)] dt \quad (14)$$

$$J^* = \frac{1}{2} \int_0^T [(z^T Qz + f^T Rf) + \lambda^T (Az + Bf - \dot{z})] dt \quad (15)$$

위 식(15)에서 λ^T 는 라그랑지 승수 행렬이며 변분법⁹⁾의 원리를 이용하여 유도된 리카티 방정식은 다음 식(16)과 같다.

$$A^T P + PA + Q - PBR^{-1}B^T P = 0 \quad (16)$$

위 식에서 P 를 구하여 제어게인 G 를 구하면 위의 식(12)와 같고 운동방정식에 대입하면 식(17)과 같이 표현된다.

$$M\ddot{x} + (C + g_2)\dot{x} + (K + g_1)x = -M\ddot{X}_g \quad (17)$$

능동제어는 위 식(17)에서와 같이 구조물 본래의 감쇠상수 C 와 강성 K 를 각각 $C+g_2$ 와 $K+g_1$ 로 변화시켜 구조물의 동적시스템을 변화시켜 응답을 감소시킨다. 그러나 강한 지진이거나 구조물의 강성이 약한 경우에는 구조물의 지진거동이 탄성영역을 넘어 소성영역으로 전이되기 때문에 탄성-완전 소성모델일 때 강성이 K 값에서 제로로 변하게 된다. 이러한 경우 구조물의 동적 특성이 변화하므로 제어게인도 탄성영역에서의 제어게인과는 다르게 된다. 위 식(17)은 탄성영역에서의 방정식이고 식(18)은 소성영역에서 K 가 제로라고 가정해서 나온 제어게인 G 을 다시 구하여 변화된 운동방정식을 나타낸다.

$$M\ddot{x} + (C + g_2^*)\dot{x} + g_1^* x = -M\ddot{X}_g \quad (18)$$

능동제어에 의하여 변화된 운동방정식은 다음 식(19)와 같이 에너지 균형방정식으로 나타낼 수 있다.

$$E_k(t) + E_d(t) + E_s(t) = E_i(t) \quad (19)$$

위 식(19)에서 $E_k(t)$ 는 능동제어에 의한 변화가 없으나 $E_d(t)$ 와 $E_s(t)$ 는 구조물의 감쇠와 강성의 추가로 변화가 있다.

3. 지진 에너지응답 해석

3.1 능동제어기 설치와 비설치시의 건물 응답 해석

본 장에서는 구조물의 탄성 및 소성 변형에 따른 능동제어의 효과를 에너지 균형방정식과 제어력의 관점에서 분석한 내용을 설명하고자 한다. 그림 3과 같은 단자유도계의 건물에 PGA가 0.34g인 EI Centro 지진을 가하였을 때 비제어시와 능동제어시 응답에 대한 해석으로써 변수로는 제어응답에 영향을 미치는 Q 값과 제어력에 영향을 미치는 R 값이 있으나 본 논문에서는 R 값을 1로 고정하고 Q 값을 변화시켰다. Q 의 값은 0.1, 1, 10으로써 변위, 이력곡선, 제어력, 에너지등의 응답을 비교 분석하였다. 다음 그림 4는 Q 값의 증가에 따른 변위응답으로써 비제어시에는 완전 비탄성에서 탄성으로 변하는 현상을 알 수가 있다. 이러한 사실은 Q 값의 증가로 강한 제어력이 발생되기 때문이다.

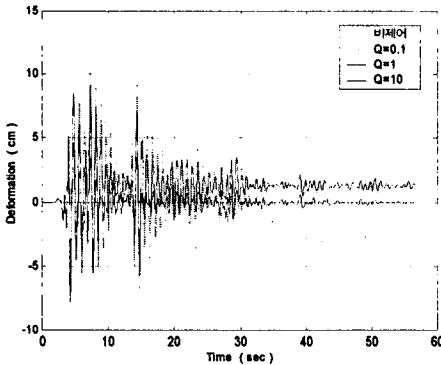


그림 4. 가중함수에 따른 변위거동

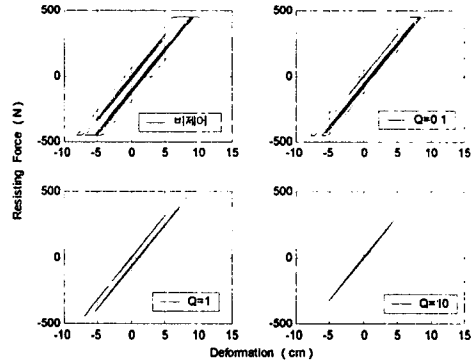
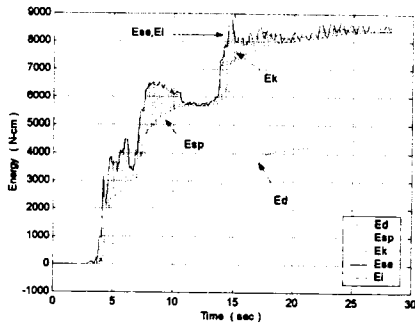
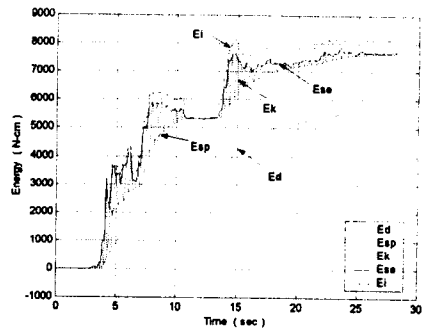


그림 5. 가중함수에 따른 이력곡선

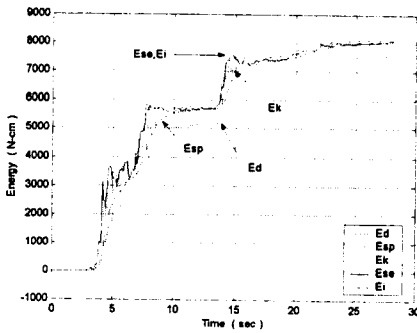
다음 그림 6에서는 Q 값의 변화에 따른 제어게인이 건물의 응답에 영향을 미치는 부분을 알 수가 있다. 가중함수 Q 가 커지면 제어게인 g_1 , g_2 가 커지는데 이때 발생된 제어게인은 각각 강성값과 감쇠값에 영향을 미친다. 건물의 에너지 분배를 보면 Q 값의 증가에 따라 제어력이 커져서 감쇠와 관련이 있는 감쇠에너지 E_d 는 증가하고 반면에 소성영역으로 전이 되면 건물의 크랙이나 힌지등으로 생기는 소성에너지 E_{sp} 는 감소하는 현상을 알 수가 있다.



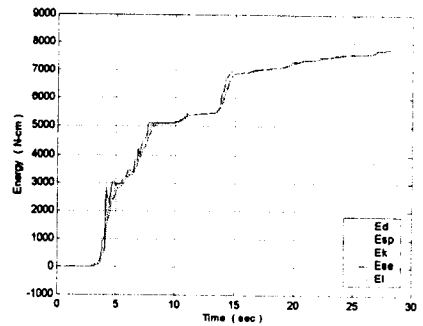
(a) 비제어



(b) $Q=0.1$



(c) $Q=1$



(d) $Q=10$

그림 6. 가중함수에 따른 건물의 에너지 응답

위의 그림 6에서는 Q 의 변화에 따른 에너지 응답의 변화를 보았다. Q 값이 커지면 응답 제어에는 효과가 있으나 다음 그림 7을 보면 제어력이 커지는 것을 알 수가 있다. 제어력을 증가시킨다는 것은 매우 무거운 질량체를 구동시켜 관성력을 증가 시킨다는 것을 의미하는데 실질적으로

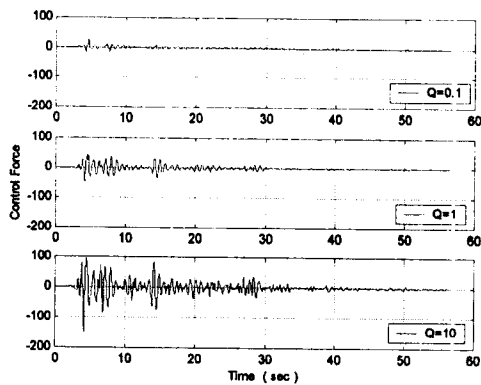


그림 7. 가중함수에 따른 제어력 변화

는 그러한 질량체는 기존 건물의 구조적인 측면에서 문제가 발생할 우려가 있으며 구동시키는 모터의 성능에도 한계가 있다. 위 그림(4)~(7)의 해석결과는 제어제인에 의한 건물의 동적시스템 변화에 의한 것이다.

표 1. 가중함수에 의한 특성값의 비교

	No Control	Q=0.01	Q=0.1	Q=1	Q=10
Hz	1.2767	1.2767	1.2767	1.2768	1.2775
ξ (%)	2	2.0986	2.8361	6.6881	20.3273
Yielding Number	31	28	18	4	0

위의 표 1에서 보는것과 같이 건물에 제어제인이 참가되면 건물의 고유주기(Hz)는 변함이 없으나 감쇠비(ξ)에는 영향을 준다. 강성에 미치는 영향보다 감쇠값에 미치는 영향이 더 커서 감쇠비가 증가하는 현상을 알 수가 있으며, 그에 따른 소성전이 횟수도 줄어드는 결과를 알 수가 있다.

3.2 제어제인 구분시와 비구분시의 응답 비교

다음 그림 8은 건물이 PGA가 0.53g의 강한 El Centro 지진을 받아 소성영역으로 전이되었을 때, 탄성과 소성영역에서 제어제인을 구분하여 사용했을 때와 구분없이 탄성영역에서의 제인값만 이용하였을 때의 변위응답과 제어력을 비교하였다. 왼쪽 위의 그림은 구분시와 비구분시의 변위응답을 비교하였으며, 중간 그림은 구분시의 제어력이고, 아래 그림은 비구분시의 제어력이다. 변위응답에 있어서는 거의 비슷한 응답현상을 보이지만 제어력의 최대 크기에 있어서는 상당한 차이를 보이고 있다. 탄성 영역에서는 제어제인 g_c 의 값이 거의 제로에 가까워 제어력이 변위변화에 영향을 받지않고 속도응답에 영향을 받는다. 그러나 소성영역에서의 제어제인 g_c 값이 탄성영역에서의 제어제인 값보다는 상당히 큰 값이라 변위변화에 영향을 받는데 변위는 이력이 되는 구간에서 순간적으로 증가하므로 제어력이 갑자기 커지는 현상을 보인다.

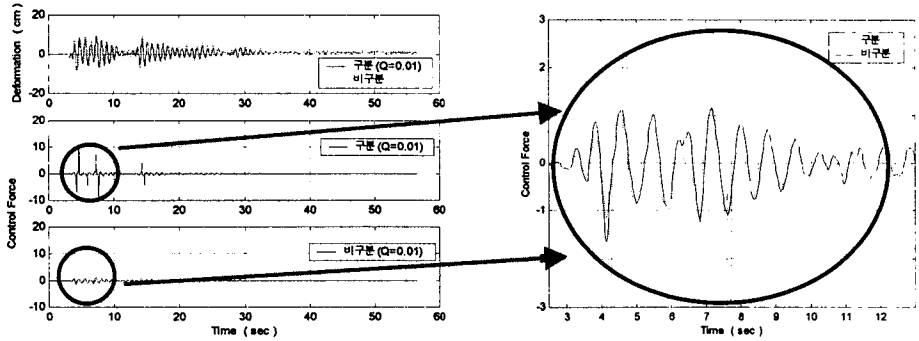


그림 8. 제어제인 구분시와 비구분시의 변위 및 제어력 비교

다음 그림 9는 위의 현상을 에너지 응답으로 분석한 내용이다.

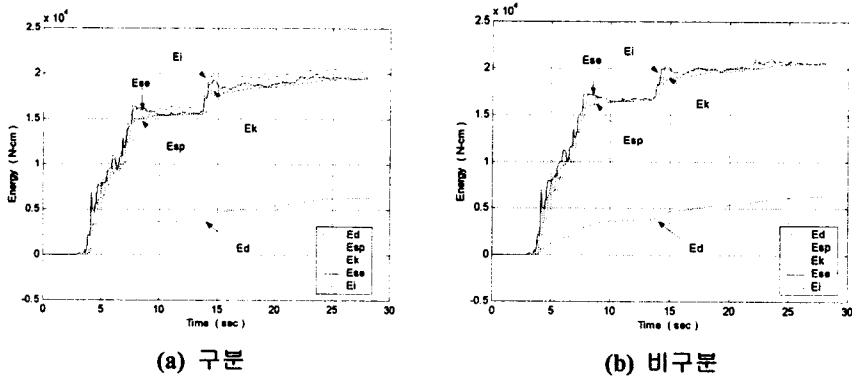


그림 9. 제어제인 구분시와 비구분시의 에너지 응답

에너지 응답에서는 탄성영역, 소성영역에서의 제어제인을 구분하여 사용하는 것과 비구분하여 사용하는데 있어서 큰 차이가 없다. 순간적으로 제어력이 커지더라도 응답의 제어변화는 차이가 없기 때문이다. 위의 그림 6 과 그림 9에서 보는 바와 같이 소성영역으로 전이된 상태에서는 에너지 평형이 성립되지 않고 건물에서 작용되는 총 에너지 합과 입력에너지 사이에 오차가 발생하게 된다는 걸 알 수가 있다. 이 논문에서는 비선형 응답 해석에 있어서 뉴마크의 방법(Newmark's Method)²⁾을 사용하였는데 증분된 강성을 가정하는데 있어서 접선 강성(Tangent Stiffness)을 이용하였다. 이때 시간간격에 따라 복원력값이 틀려지므로 오차가 항상 발생하게 된다. 따라서 에너지 응답에 그 수치해석상의 오차가 누적된 결과이다.

4. 결론

능동제어기가 설치된 단자유도계 건물에 능동제어 알고리즘 LQR 을 적용하여 에너지 분배, 제어력, 변위응답 등을 비교하였다. 설계변수인 가중함수의 비를 변화시켜 건물의 비탄성 능동제어 해석을 수행한 결과 큰 제어력은 건물의 감쇠능력을 향상시켜 지진입력 에너지의 많은 부분을 흡수/소산하는 역할을 하는 것으로 확인되었다. 따라서 비제어시의 소성 거동이 능동제어로 인하여 탄성영역으로 전이될 수가 있었다. 또한 능동제어기를 설치하더라도 강한 지진에 의하여 건물이 소성으로 전이될 수 있으며, 이러한 경우 건물의 강성이 급격히 감소하여 피드백 계인의 조정이 필요할 것이라 예상되는데 제어력의 급격한 상승이 발생하는 비현실적인 문제점이 나타났으며, 계인의 조정을 하지 않더라도 에너지와 응답의 차이는 크지 않은 것으로 해석되었다.

감사의 글

본 연구는 한국과학재단 특정기초연구 과제의 일환으로 수행되었으며, 과학재단의 연구비 지원

에 대해서 감사드립니다.

5. 참고 문헌

1. T.T.Soong , G.F.Dargush (1997), "Passive Energy Dissipation Systems in Structural Engineering", *John Wiley & Sons*, pp.25~31
2. Anil K. Chopra (1995), "Dynamics of Structures", *Prentice-Hall Inc.*
3. 이규석 (1997), "LQR/LTR 기법을 이용한 2 차원 구조물 플리터의 능동제어", 서울대학교 대학원 토목공학과 공학석사학위논문
4. 구정모 (1999), "능동질량 감쇠기의 포화 효과 보상 기법에 관한 연구", 서울대학교 대학원 건축공학과 공학석사학위논문
5. 민경원, 이성경, 김성춘 (1999), "LQR 보상기를 이용한 건물의 진동제어 실험", 한국지진공학회 논문집, 제 3 권 제 1 호, pp.202~214
6. D.N. Burghes , A. Graham (1980), "Introduction to Control Theory, Including Optimal Control", *John Wiley & Sons*, pp.233~240
7. T.T. Soong , M.C. Costantinou (1993), "Passive and Active Structural Vibration Control in Civil Engineering", *Wiel-New York*, pp.271~318