

# 댐의 시간영역 지진응답 해석을 위한 호소의 집중변수모델

## Lumped Parameter Model of Transmitting Boundary for the Time Domain Analysis of Dam-Reservoir Systems

김재관<sup>1)</sup>                      이진호<sup>2)</sup>  
Kim, Jae Kwan                Lee, Jin Ho

---

### ABSTRACT

A physical lumped parameter model is proposed for the time domain analysis of dam-reservoir system. The exact solution of transmitting boundary is derived for a semi-infinite 2-D reservoir of constant depth. The characteristics of the solution are examined in both frequency and time domains. Mass and damping coefficient are obtained from asymptotic behavior of the frequency domain solution. Further refinement to the lumped model is made by approximating the kernel function of the convolution integral in the exact solution. Finally a new physical lumped parameter model is proposed that consists of two masses, a spring and two dampers for each mode. It is demonstrated that new lumped parameter model of transmitting boundary can give excellent results.

---

### 1. 서론

댐-호소계 문제는 지금까지 많은 연구자들에게 매우 흥미있는 주제였으며 댐체와 호소간의 동적 상호작용에 관한 많은 연구가 축적되고 있다. 최근에는 댐체의 비선형 거동을 고려한 댐-호소계의 지진거동에 관한 연구가 진행되고 있다. 비선형 해석은 기본적으로 시간영역에서 수행되어야 하나 반무한영역인 호소의 영향을 시간영역에서 엄밀하게 처리하는 것은 어려운 문제이다. 하나의 방법은 호소의 영향을 convolution 적분으로 표현하는 것인데 계산의 량이 많고 이전의 응답을 기억되어야 하는 단점을 갖고 있다[Chopra (1967), Tsai (1990)]. 다른 하나의 방법은 Curve Fitting 방법을 사용하여 주파수영역에서의 표현식을 잘 근사할 수 있는 집중변수 모델을 추출하는 것인데 물리적인 의미를 부여할 수 없는 단점을 보유하고 있다[Wolf & Paronesso (1992)].

본 연구에서는 전달경계에서 반무한 호소의 영향, 즉 강성과 에너지의 소산을 잘 구현할 수 있는 새로운 집중변수 모델을 제시하였다. 깊이가 일정한 반무한 2차원 호소의 전달경계에 관한 정해를 구한 후 그 특성을 시간영역과 주파수영역에서 조사함으로써 2개의 질량과 1개의 스프링 그

---

1) 서울대학교 지구환경시스템공학부 부교수, 정회원  
2) 서울대학교 지구환경시스템공학부 석사과정

리고 2개의 감쇠기로 구성되고 물리적 의미가 명료한 형태의 집중변수 모델이 도출되었다. 댐-호 소계의 지진응답에 적용한 예에서 기존의 연구 결과와 잘 일치함을 확인하였다.

## 2. 주파수 영역에서의 전달 경계

그림 1과 같은 댐-호소계를 고려한다. 댐체의 상류측 부분은 수직이고 호소는 깊이가 일정하고 무한하고 지반은 강체라고 가정한다. 댐체는 유연하고 호소는 비점성, 압축성의 이상 유체로 가정한다.

비점성, 압축성의 이상 유체의 동수압력에 대한 지배방정식은 다음과 같다.

$$\nabla^2 p = \frac{1}{c_p^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad \text{in } \Omega_I \quad (1)$$

여기서  $p = p(x, y, t)$  는 동수압력을,  $c_p$ 는 음속을 나타낸다.

댐체와 강체 지반과의 접촉면에서의 경계조건은 다음과 같다.

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad \text{at } S_W \quad (2a)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad \text{on } S_B \quad (2b)$$

여기서  $\rho$  는 호소수의 밀도를,  $u$  는 댐체의 상류측 부분의 수평방향변위를,  $w$  는 호소 바닥의 수직 방향 변위를 각각 의미한다.

호소 수면의 압력은 대기압과 같다고 가정한다.

$$p = 0 \quad \text{on } S_F \quad (3)$$

주파수 영역에서 식 (2), (3) 의 경계조건을 만족시키는 지배방정식 (1) 의 해를 구하면 다음과 같다[조정래 (1998)].

$$\hat{p}(x, z, \omega) = \sum_{n=1}^{\infty} \Gamma_n \cos \lambda_n z \exp\left(-x \sqrt{\lambda_n^2 - \frac{\omega^2}{c_p^2}}\right) \quad \text{in } \Omega \quad (4)$$

여기서  $\Gamma_n$  은 n 번째 모드의 참여계수이고,  $\lambda_n = \frac{(2n-1)}{2H} \pi$ .

가상일의 원리로부터 변위의 적합조건과 힘의 평형조건을 만족시키는 전달경계의 동적 강성행렬을 다음과 같이 얻을 수 있다[김재관, 조정래 (1999), 조정래 (1998)].

$$\hat{f}_e = \mathbf{B}^T \mathbf{A} \mathbf{B} \hat{u}_e = \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} \hat{u}_e \quad (5)$$

여기서

$$\mathbf{A}^{-1} = \int_{S_w} \boldsymbol{\Psi}^T \boldsymbol{\Phi} dz$$

$$\mathbf{B} = \int_{S_w} \boldsymbol{\Psi}^T \mathbf{N} dz$$

$$\mathbf{D} = \left(-\frac{1}{\omega^2}\right) \mathbf{A}$$

이고,  $\Psi$ ,  $\Phi$  는 각각  $\Psi_n(z) = \cos \lambda_n z$ ,  $\Phi_n(z) = -\frac{1}{\rho \omega^2} \sqrt{\lambda_n^2 - \frac{\omega^2}{c_p^2}} \cos \lambda_n z$  을 성분으로 하는 벡터이고,  $N$  은  $S_w$  에서 변위의 형상함수이다.  $A$ ,  $D$  는 다음과 같이 정의되는 주파수 종속 대각행렬임을 간단히 확인할 수 있다.

$$A_n = \frac{-2\rho\omega^2}{H\lambda_n \sqrt{1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}}}$$

$$D_n = \frac{2\rho}{H\lambda_n \sqrt{1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}}}$$

여기서  $\omega_n = c_p \lambda_n$  이다.

### 3. 집중변수의 도출

비압축성 유체의 거동은  $c_p$  를 크게 함으로써 구현될 수 있는데, 이 경우는 단지 다음과 같은 크기의 부가 질량만으로 유체의 영향을 나타낼 수 있다.

$$m_n = \frac{2\rho}{\lambda_n H}$$

하지만 부가 질량만으로는  $A_n$  의 주파수 종속성 ( 그림 2 ) 을 완전히 표현할 수 없기에 첫 번째 시도로 다음과 같은 모델을 고려하였다.  $A_n$  은  $\omega = \lambda_n c_p$  일 때, pole을 가지고 있는데 이를 나타내기 위해 위의 부가질량이 스프링에 매달려 있는 경우를 생각하였다. 이 때 스프링 계수는 다음과 같다.

$$k_n = m_n \Omega_n^2 = m_n (c_p \lambda_n)^2$$

여기서  $\Omega_n$  은 공명 주파수이다.

역 Fourier 변환을 통해 시간영역에서의  $D_n$  을 구하면 다음과 같다.

$$D_n = \left( \frac{2\rho c_p}{H} \right) J_0(c_p \lambda_n t) \approx \left( \frac{2\rho c_p}{H} \right) \sqrt{\frac{2}{\pi c_p \lambda_n t}} \left[ \cos\left(c_p \lambda_n t - \frac{1}{4} \pi + \dots\right) \right], \quad c_p \lambda_n t \geq 3$$

질량-스프링 모델의 시간영역에서의 거동은  $D_n$  의 거동특성과 다음과 같은 몇가지 차이점이 존재한다. 첫 번째로  $t=0$  일 때 Bessel 함수는 0 이 아니지만 질량-스프링 모델은 0 이라는 것이다. 두 번째는 Bessel 함수는 감쇠한다는 점이고 마지막 차이점은 질량-스프링 모델과 Bessel 함수는 위상차가 존재한다는 점이다.

이러한 차이점을 극복하기 위해 그림 3 과 같은 모델을 사용하였다. 이 모델의 운동방정식으로 부터 다음과 같은 동적 강성이 구하여진다.

$$\hat{f} = [H_1(s) + H_2(s)] \hat{u}_0 \tag{6}$$

여기서  $\hat{f}$  와  $\hat{u}_0$  는 각각  $f(t)$  와  $\ddot{u}_0(t)$  의 Laplace 변환이고  $H_1(s)$  와  $H_2(s)$  는 다음과 같다.

$$H_1(s) = \frac{c_1}{s + \frac{c_1}{m_1}} \quad (7a)$$

$$H_2(s) = \frac{k_2 + c_2 s}{s^2 + \left(\frac{c_2}{m_2}\right)s + \left(\frac{k_2}{m_2}\right)} \quad (7b)$$

$H_1(s)$  와  $H_2(s)$  의 역변환  $h_1(t)$  와  $h_2(t)$  는 다음과 같다.

$$h_1(t) = c_1 \exp\left(-\frac{c_1}{m_1} t\right) \quad (8a)$$

$$h_2(t) = R_2 e^{-\Omega_2 \xi_2 t} \sin(\Omega_{D2} t + \phi) \quad (8b)$$

여기서

$$\Omega_2 = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}} \quad (9a)$$

$$\Omega_{D2} = \Omega_2 \sqrt{1 - \xi_2^2} \quad (9b)$$

$$R_2 = m_2 \Omega_2 (1 + 4\xi_2^2)^{1/2} \quad (9c)$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{2\xi_2 \sqrt{1 - \xi_2^2}}{1 - 2\xi_2^2}\right) \quad (9d)$$

$\Omega_2$  는 질량-스프링 모델에서와 같이 결정된다. Bessel 함수는  $t$  가 커짐에 따라 진동하며 감쇠하는데  $\xi_2$  는 Bessel 함수와  $h_2(t)$  의 진폭의 감쇠비율을 비교하여 결정한다. 본 연구에서는 2%로 결정하였다.  $J_0(c_p \lambda_n t)$  의 첫 번째 음의 peak 값은 약 0.4 이고 양의 peak 값은 약 0.3 이므로  $m_2$  는  $0.35m_n$  이라고 가정하였다.

$t=0$  에서의 값을 근사시키기 위해  $c_1$  은  $c_0 = \frac{2\rho c_p}{H}$  와 같다고 하였다.  $m_1$  은 비압축성 유체인 경우의 부가질량 중  $m_2$  만큼 제외한 값인  $0.65m_n$  이다.

위의 집중변수모델의 정규화된 impulse response function 와 Bessel 함수를 비교하여보면 잘 일치함을 확인 할 수 있다 ( 그림 4 ). 하지만 위상차는 여전히 존재함을 확인할 수 있다. 본 모델은 다음과 같은 점에서 기존의 집중변수모델과 차이가 난다. 첫째, 본 모델에서는 유리다항식에 의한 근사를 하지 않았다는 점이다. 둘째, 순수하게 물리적 관점에서 모든 인자들을 결정하였다는 점이다. 셋째, 모델의 각각의 부분이 동적 특성을 만족시킨다는 점이다.  $m_1$  과  $c_1$  은 초기 거동을,  $m_2$ ,  $c_2$  와  $k_2$  는 후반의 거동을 모사한다는 점이다.

#### 4. 모델의 검증

#### 4.1 강체 댐의 적용

개발된 집중변수모델의 적용성을 검증하기 위해, 강체 댐의 지진 해석을 수행하였다. 해석 대상으로는 미국의 Pine Flat 댐을 선정하였다 ( 그림 1 ). 실제 댐은 상류측이 약간 기울어져 있지만 본 예제에서는 집중변수모델을 바로 사용하기 위하여 상류측의 모양을 수직하게 변형시켰다. 호소의 깊이는 121.92 m 이고,  $c_p$  는 1438 m/sec, 호소수의 밀도  $\rho_l$  은  $1000 \text{ kg/m}^3$  이다. 입력 지진으로는 그림 5 의 El Centro 지진 기록 ( 1940, N-S 성분, PGA = 0.319 g )을 사용하였다.

호소의 깊이가 일정한 간단한 경우에 강체 댐에 발생하는 동수압력을 convolution 적분에 의해 별다른 어려움 없이 구할 수 있다[Chopra (1967), Tsai (1990)]. 개발된 집중변수모델에 의한 결과와 convolution 적분에 의해 구한 댐체의 상류측에서 제일 깊은 곳의 동수압력, 바닥전단력을 비교해 본 결과 잘 일치함을 확인하였다 ( 그림 6, 7 ).

#### 4.2 유연한 댐의 지진 해석

위의 Pine Flat 댐의 유연성을 고려하여 그 지진 해석을 수행하였다. 댐 콘크리트의 탄성계수  $E_c$  는 34.45 GPa, 포아송비  $\nu$  는 0.2, 밀도  $\rho_c$  는  $2480 \text{ kg/m}^3$  이다. 2차원 8절점 유한요소로 모델링하였고, 평면변형상태를 가정하였다. 감쇠행렬은 감쇠비를 5%로 하여 Rayleigh 감쇠 행렬을 구성하였다. 입력지반운동은 강체 댐의 경우와 같은 El Centro 지진을 사용하였다.

기존의 반해석해와 그 결과를 비교하여 보았다[김재관, 조정래 (1999), 김재관 등 (2000), 조정래 (1998)]. 댐 침두부 상대 수평변위의 전달함수를 비교하여 본 결과 peak 값의 크기는 차이가 있지만 peak 값이 생기는 주파수가 거의 비슷함을 알 수 있다 ( 그림 8 ). 역 Fourier 변환을 통하여 구한 댐 침두부 상대 수평변위, 바닥전단력의 시간 이력도 거의 일치함을 확인할 수 있다 ( 그림 9, 10 ). 만약 호소의 근역을 유한요소와 같은 수치해석적인 방법으로 모델링하고, 무한히 뻗어가는 원역에 대해서만 본 집중변수모델을 적용한다면 더욱더 좋은 결과를 얻을 수 있을 것이다.

### 5. 결론

비선형 시간영역 해석을 위한 호소의 전달경계에 대한 새로운 집중변수모델을 제안하였다. 기존의 모델에서는 다항식의 근사를 통해 그 모델을 구성하였지만 본 연구에서는 물리적 현상만을 고려하여 구성하였다. 강체 댐과 유연한 댐의 지진해석을 수행하여 그 적용가능성을 조사하였다. 기존의 해석결과와 비교하여 본 결과 잘 일치함을 확인할 수 있었다.

#### 감사의 글

이 연구는 과학기술부에서 시행하는 중점국가 연구 개발사업의 하나인 자연재해 방재기술 개발 사업으로 수행된 것이다.

참고 문헌

1. 김재관, 조정래 (1999), "전달경계를 사용한 댐-호소계의 지진응답해석," 한국지진공학회는문집, 제3권 제1호, pp. 123-131.
2. 김재관, 조정래, 이진호 (2000), "댐-호소계 지진응답의 Hybrid 해석법," 대한토목학회논문집, 제 20권 제2호, pp. 245-254.
3. 김충언 (1999), "댐-호소계의 동적 유체-구조물 상호작용 해석을 위한 집중변수모델 연구," 석사 학위논문, 서울대학교.
4. 조정래 (1998), "유연한 댐체와 압축성 유체의 상호작용을 고려한 댐-호소 시스템의 지진 응답 해석," 석사학위논문, 서울대학교.
5. A. K. Chopra (1967), "Hydrodynamic Pressure in Dams during Earthquakes," Journal of Engineering Mechanics Division, Vol. 93, No. EM6, Proc. Paper 5695, pp. 205-223.
6. C.-S. Tsai, G. C. Lee and R. L. Ketter (1990), "A Semi-Analytical Method for Time-Domain Analyses of Dam-Reservoir Interactions," International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 29, pp. 913-933.
7. J. P. Wolf and A. Paronesso (1992), "Lumped-Parameter Model and Recursive Evaluation of Interaction Forces of Semi-Infinite Uniform Fluid Channel for Time-Domain Dam-Reservoir Analysis," Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 21, pp. 811-831.

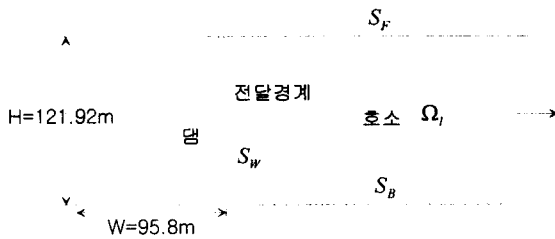


그림 1 댐-호소계의 형상

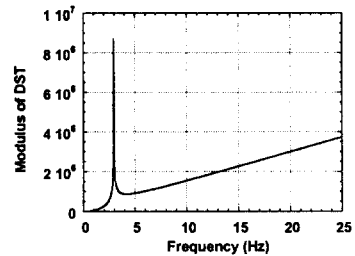


그림 2 동적 강성의 주파수 종속성

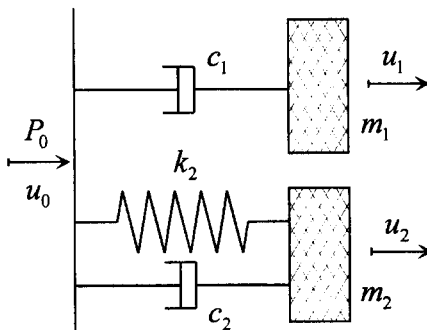


그림 3 집중변수모델

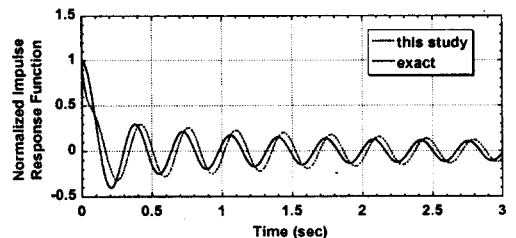


그림 4 정규화된 Impulse Response Function

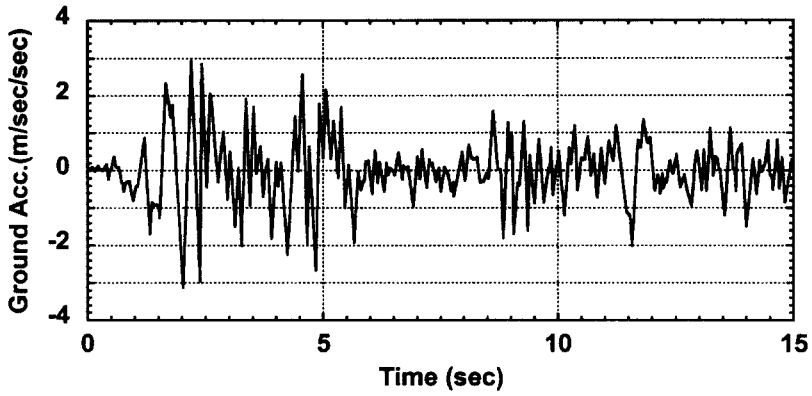


그림 5 입력지반운동

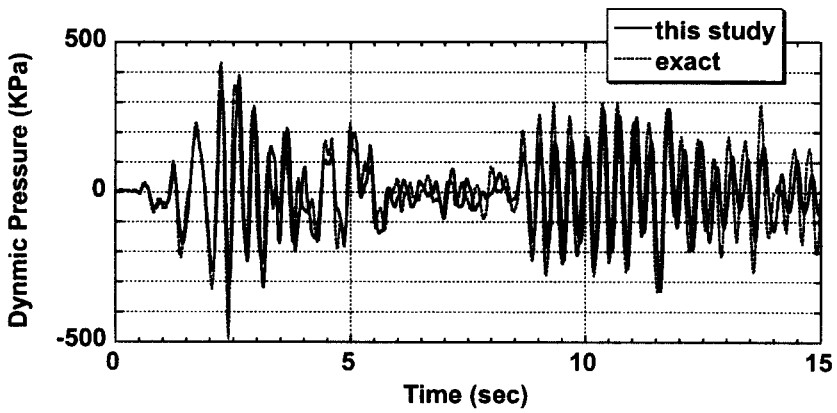


그림 6 동수압력의 시간이력 (강체댐)

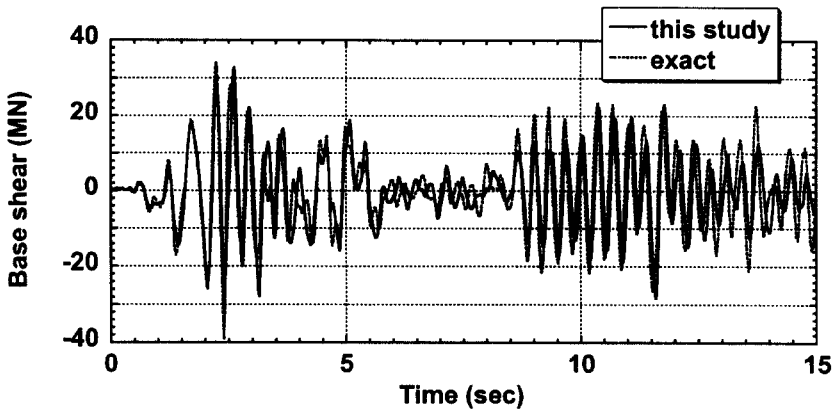


그림 7 바닥전단력의 시간이력 (강체댐)

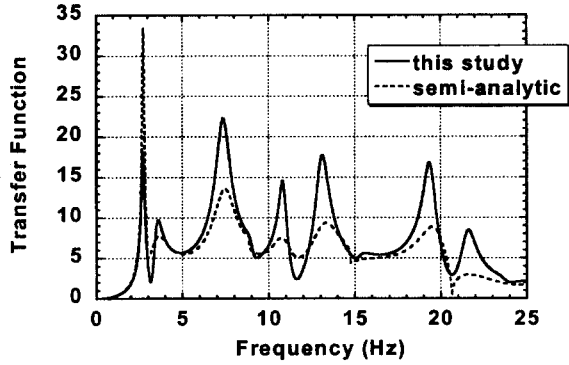


그림 8 댐 첨두부 상대수평변위의 전달함수 (유연한 댐)

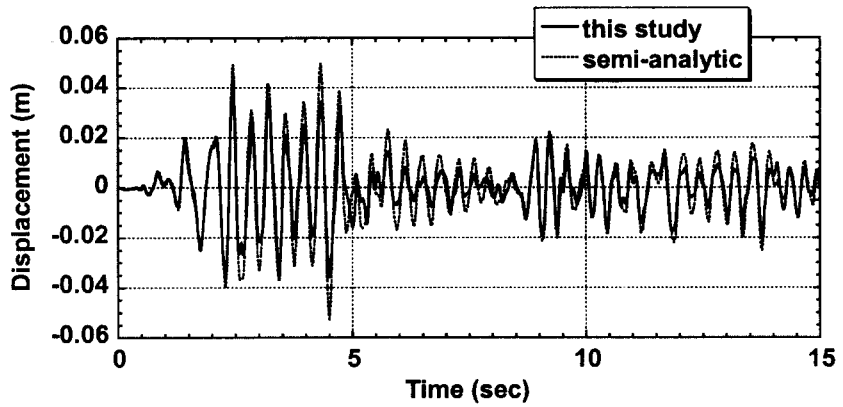


그림 9 댐 첨두부 상대수평변위의 시간이력 (유연한 댐)

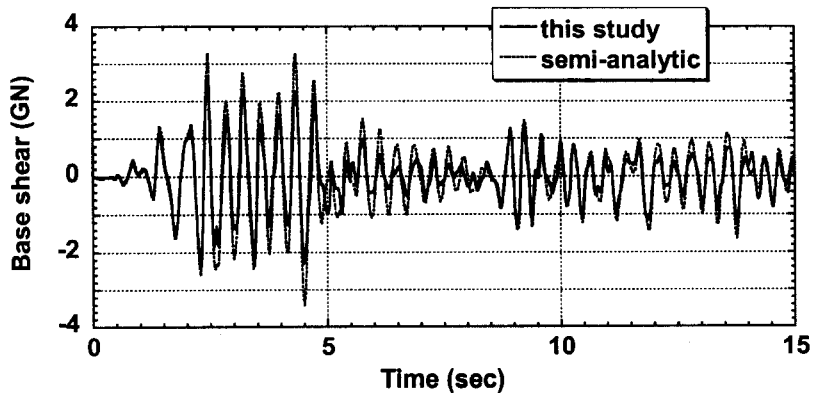


그림 10 바다전단력의 시간이력 (유연한 댐)