

OPERA를 이용한 MRI 마그네트의 권선간 인덕턴스 계산

*배준한, 심기덕, 고락길, 진홍범, 권영길, 류강식, **이상진
*한국전기연구소, **위덕대학교 전기공학과

Inductance Calculation with OPERA program between Sections of MRI Magnet

*J. H. Bae, K. Sim, R. K. Ko, H. B. Jin, Y. K. Kwon, K. S. Ryu, **S. J. Lee
*Korea Electrotechnology Research Institute
**Dept. of Electrical Eng., Uiduk Univ.

baejh@keri.re.kr

Abstract - MRI magnet has generally multi-section coil configurations to generate highly homogeneous magnetic field. Each coil is bridged by a shunt resistor to protect the superconducting magnet during quench. In order to optimize the shunt resistor, self inductance of each coil and mutual inductances between coils should be determined beforehand.

Therefore, we calculated the self and the mutual inductances of MRI magnet with OPERA program for electromagnetic analysis.

1. 서 론

MRI 초전도 마그네트는 동작 전류로 충전한 후에는 외부로부터의 전류도입선을 제거하고 영구전류 모드로 운전하게 된다. 이와 같이 냉각용기 안에 고립되어 있고, 자기적으로 결합된 초전도 마그네트의 경우 퀘칭 발생시 마그네트를 보호하기 위한 기술로 수동형 보호 기술(passive protection technique)을 적용한다[1]. 이것은 다분할로 구성된 MRI 초전도 마그네트의 각 권선에 낮은 셉트 저항을 병렬로 연결하여 어느 순간 한 권선에서 퀘칭이 발생하게 되면 그 권선의 저항은 증가되고 전류는 감소하게 되면서 동시에 인접한 다른 권선에 임계전류 이상으로 전류를 증가시켜 퀘칭을 유도하게 된다. 이러한 과정이 반복되면서 퀘칭이 급속하게 전파되고 결국 자기 에너지가 분산되어 초전도 마그네트의 온도상승을 억제하게 된다.

이러한 수동형 보호 기술의 적용을 위해서는 영구전류스위치(PCS: Persistent Current Switch)와 각 권선에 연결할 셉트 저항의 적절한 상전도 저항 값을 설정해야 한다. 이때 전체 마그네트의 인덕턴스와 각 권선의 자기 인덕턴스, 그리고 권선 간의 상호 인덕턴스는 각 셉트 저항 값의 설정 근거를 제시하며, 회로 해석을

통한 시뮬레이션의 중요한 근거로 작용한다.

따라서, 본 논문에서는 퀘칭 발생시 초전도 MRI 마그네트를 보호하기 위해 적용되는 셉트 저항의 최적 설계시 중요한 인자로 사용되는 각 권선의 자기 인덕턴스와 권선 간의 상호 인덕턴스를 구하는 방법으로 전자장해석 전용 프로그램인 OPERA를 이용한 계산방법을 제시하였고, 실제 시스템에 적용해 보았다.

2. 인덕턴스 계산

대부분의 초전도 전기기기에서는 전기저항이 없고, 정전용량도 무시할 수 있을 정도이기 때문에 인덕턴스의 값을 정확하게 계산하는 것이 기기의 특성을 파악하는데 필수적이다. 일반적으로 투자율이 자기장의 세기에 대한 함수인 비선형 물질을 포함하는 전기기기에서는, 인덕턴스 역시 전류에 대한 비선형 함수가 된다. 자기이력현상을 무시하면 전류 I 가 흐르는 하나의 권선에 쇠교되는 자속 (Φ)과 인덕턴스 $L(i)$ 은 다음과 같은 관계에 있다.

$$\Phi(I) = \int_{i=0}^I L(i) di \quad (1)$$

2.1 권선이 하나인 경우

영구자석이나 외부에서 자계가 공급되지 않고 하나의 권선만 있는 경우에는 해석영역에 저장된 에너지를 구할 수만 있다면 다음 식을 이용하여 인덕턴스를 쉽게 계산할 수 있다.

$$E = \frac{1}{2} Li^2 \quad (2)$$

OPERA 프로그램에서 해석모델 전 영역에 저장된 에너지는 다음과 같이 적분 명령어를 이용하여 쉽게 계산할 수 있다.

```
2d: INTArea reg1=1 reg2=*
3d: ENERgy
```

2.2 권선이 여럿이고 비선형 물질을 포함하지 않는 경우

그러나 여러 개의 권선으로 이루어진 기기에서는 에너지를 구하여 인덕턴스를 계산한다는 것이 매우 어렵기 때문에, 이러한 경우에는 권선에 쇄교되는 자속을 계산하는 경우가 일반적이다.

쇄교자속을 구하는 가장 간단한 방법은 들어가는 권선의 한 점과 나오는 권선의 한 점에서 자기 벡터 포텐셜의 차이를 계산하고, 이 값에 권선 수를 곱하면 된다. 그러나 이러한 방법은 도선의 단면을 무시할 수 있는 경우에만 성립하므로, 대부분의 경우에는 벡터 포텐셜에 대하여 면적분을 수행한 다음 이를 권선의 단면적으로 나누는 포텐셜의 평균값을 이용하여 쇄교자속을 계산한다. 즉, 쇄교자속은 이렇게 구한 포텐셜의 차에 권선 수를 곱한 값이 된다. 쇄교자속을 구한 다음에는 다음의 식을 이용하여 자기 인덕턴스 L 을 계산할 수 있다.

$$L = \frac{\Phi}{I} \quad (3)$$

여기서 I 는 권선에 흐르는 전류 값이다.

마찬가지 방법으로 상호 인덕턴스도 계산할 수 있다. 즉, 다른 권선에 흐르는 전류에 의하여 권선에 쇄교되는 자속을 구하면 상호 인덕턴스 M 은 다음의 식과 같이 계산된다.

$$M_{ij} = \frac{\Phi_i}{I_j} \quad (4)$$

두 개의 권선이 있을 때 하나의 권선에만 전류를 흘려 계산 결과를 얻었다면, 그 권선의 자기 인덕턴스와 다른 권선과의 상호 인덕턴스가 계산된다. 따라서 n 개의 권선이 있는 시스템인 경우 자기 인덕턴스와 상호 인덕턴스를 모두 구하려면 n 개의 해석결과가 필요하다.

2.3 권선이 여럿이고 비선형 물질을 포함하는 경우

비선형 물질이 포함된 경우에는 모든 권선이 정상적으로 동작할 때의 해가 필요하다. 이 경우 n 개의 권선에 각각 쇄교되는 자속은 다음의 식과 같으며, 모든 인덕턴스는 전류에 대한 함수가 된다.

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= L_1 I_1 + M_{12} I_2 + M_{13} I_3 + \dots + M_{1n} I_n \\ \Phi_2 &= L_2 I_2 + M_{21} I_1 + M_{23} I_3 + \dots + M_{2n} I_n \\ &\dots \end{aligned} \quad (5)$$

다음은 여러 개의 권선 중에서 하나의 권선에 흐르는 전류가 동작전류에 비하여 약간 변형된 상태에서의 해가 필요하다. 즉, 한 권선의 전류를 약간 바꾼 다음 모델을 저장하고 'restart' 조건을 이용하여 해를 얻는다. 여기서 전류의 변화량 ΔI 는 이에 의한 자속이 매우 작은 정도

($\Delta \Phi$)로 변화되도록 결정되어야 한다. 예를 들어 첫 번째 권선에 흐르는 전류를 ΔI_1 만큼 변화시키면 다음의 식 (6)을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \Phi_1 + \Delta \Phi_1 &= L_1(I_1 + \Delta I_1) + M_{12} I_2 \\ &\quad + M_{13} I_3 + \dots + M_{1n} I_n \\ \Phi_2 + \Delta \Phi_2 &= L_2 I_2 + M_{21}(I_1 + \Delta I_1) \\ &\quad + M_{23} I_3 + \dots + M_{2n} I_n \\ &\dots \end{aligned} \quad (6)$$

식 (6)에서 식 (5)를 차례로 빼면 각각 $L_1 = \frac{\Delta \Phi_1}{\Delta I_1}$, $M_{21} = \frac{\Delta \Phi_2}{\Delta I_1}$, ..., $M_{n1} = \frac{\Delta \Phi_n}{\Delta I_1}$ 등을 얻을 수 있다. 마찬가지로 두 번째 권선에 흐르는 전류를 ΔI_2 만큼 변화시키면 M_{12} , L_2 , M_{32} , ..., M_{n2} 등을 계산할 수 있다. 따라서 n 개의 권선이 있는 모델에서 자기 인덕턴스 및 상호 인덕턴스를 모두 구하려면 $n+1$ 개의 모델을 풀어야만 할 것이다.

3. 2차원 문제에서 쇄교자속의 계산

앞에서 알 수 있듯이 인덕턴스 계산 문제는 결국 권선에 쇄교되는 자속을 구하는 문제로 귀결된다. 2차원 해석에서 $x-y$ 평면 문제(직교좌표계)일 때와 축대칭 문제(원통좌표계)일 때를 구분하여 쇄교자속을 계산하는 방법을 소개하면 다음과 같다.

3.1 직교좌표계

2차원 직교좌표계에서 $x-y$ 평면 위의 한 선은 3차원에서는 직사각형을 의미한다. 만약 이 직사각형의 둘레가 권선의 한 필라멘트를 나타낸다면, 직사각형을 지나는 자속은 권선에 쇄교되는 자속을 의미하는 것이다.

$x-z$ 평면에서 x 방향으로 놓인 하나의 선에 대하여 단위길이당 쇄교되는 자속은 다음과 같다.

$$\phi = \int_{z=0}^{z=1} \int_{x=a}^{x=b} B_y dx dz \quad (7)$$

$\nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{B}$ 이고 2차원 해석에서는 A_z 성분만 있으므로 즉, $B_y = -\frac{dA_z}{dx}$ 이므로 단위길이당 쇄교 자속은 다음과 같이 정리할 수 있다[2].

$$\begin{aligned} \phi &= - \int_{x=a}^{x=b} \frac{dA_z}{dx} dx \\ &= (A_z(a) - A_z(b)) \end{aligned} \quad (8)$$

권선이 많은 필라멘트로 이루어지고 권선밀도가 n 이라면 권선에 쇄교되는 평균 자속은 다음과 같다.

$$\Phi = \int_{coil\ area} n \phi dx dz \quad (9)$$

여기서 권선의 밀도가 균일하다면 식 (9)는 식 (8)을 이용하여 다음과 같이 다시 쓸 수 있으며, 여기서 $S(a)$ 와 $S(b)$ 는 각각 a 지점과 b 지점에 놓인 권선의 단면적이다.

$$\Phi = \frac{1}{S(a)} \int_{S(a)} A_z(a) dx dz - \frac{1}{S(b)} \int_{S(b)} A_z(b) dx dz \quad (10)$$

OPERA-2d에서 식 (10)을 계산하는 명령어는 다음과 같다[3].

```
$CONS #Aa area-a
$CONS #Ab area-b
INTA REG1=condb REG2=condb
COMP=POT/#Ab
$CONS #POTB INTEGRAL
INTA REG1=conda REG2=conda
COMP=POT/#Aa
$CONS #POTA INTEGRAL
$CONS #FLUX #POTA-#POTB
```

여기서 conda와 condb는 권선에 대한 영역 번호(region number)이고, area-a와 area-b는 각각 a 지점과 b 지점에 위치한 권선 영역의 넓이다.

3.2 원통좌표계

2차원 축대칭 문제에서 권선에 쇄교되는 자속 Φ 는 다음과 같이 계산한다. $r-z$ 평면에 있는 하나의 선은 3차원에서는 원판을 의미한다. 여기에 쇄교되는 자속은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \phi &= \int_{\theta=0}^{2\pi} \int_{r=0}^{r=a} B_z r dr d\theta \\ &= 2\pi \int_0^a B_z r dr \end{aligned} \quad (11)$$

$\nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{B}$ 이고 A_θ 성분만 있으므로, 즉 $\int_0^a B_z r dr = r A_\theta$ 이므로 Stokes의 정리를 이용하면 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \phi &= 2\pi \int_0^a B_z r dr \\ &= 2\pi r A_\theta(a) \end{aligned} \quad (12)$$

권선이 많은 필라멘트로 이루어지고 권선밀도가 n 이라면 권선 전체에 쇄교되는 평균 자속은

다음과 같다.

$$\Phi = \int_{coil\ area} n \phi dr dz \quad (13)$$

또한 권선이 일정한 전류밀도를 갖는다면 평균 쇄교자속은 다음과 같이 A_θ 의 항으로 나타낼 수 있다.

$$\Phi = \frac{1}{coil\ area} \int_{coil\ area} 2\pi r A_\theta dr dz \quad (14)$$

식 (14)를 구현하기 위한 OPERA-2d 명령어는 다음과 같으며 여기서 cond는 권선에 대한 영역 번호(region number)이고, #A는 권선의 단면적이다.

- 축대칭 문제에서 해를 VECTOR POTENTIAL (A_θ)로 지정한 경우
INTA REG1=cond REG2=cond
COMP=2*PI*R*POT/#A
- 축대칭 문제에서 해를 MODIFIED R*A ($r*A_\theta$)로 지정한 경우
INTA REG1=cond REG2=cond
COMP=2*PI*POT/#A

4. 적용 사례

앞에서 설명한 방법을 그림 1과 같이 여러 개의 권선으로 이루어진 MRI 마그네트에 적용하였다. 그림에서 각 권선은 실린더 형태의 보빈에 감긴 것으로 2차원 축대칭 문제로 볼 수 있으며, 가로축이 r 축, 세로축이 z 축을 의미한다. 권선 C1은 안쪽 보빈의 위, 아래에 감긴 큰 권선이며, C2는 가운데 위치한 네 개의 작은 권선이다. 또한, C3는 바깥쪽에 위치하여 자기력선이 멀리 퍼지지 않도록 C1, C2와는 반대 방향으로 감아준 차폐용 권선이다. 상하 대칭이므로 전체의 1/2만 모델링하면 되지만 제작시 권선오차를 대입할 수 있도록 전체를 모델링하였다. 그림 2는 완성된 해석 모델이며, 이를 그림 3과 같이 전 영역을 유한요소로 분할하여 그림 4의 해석결과를 얻었다.

그림 1의 모델에 대하여 권선 C1, C2, C3의 자기 인덕턴스를 각각 L_1 , L_2 , L_3 로, 각 권선 사이의 상호 인덕턴스를 M_{12} , M_{13} , ... 등으로 정의한다. 이렇게 정의된 인덕턴스를 구하기 위하여 각각의 권선에 1A를 차례로 통전하여 세 개의 해석 결과를 얻었다.

각각의 해석 결과에 대하여 표 1부터 표 3까지 각 권선에 쇄교되는 자속과 전체 에너지를 얻었고, 이를 이용하여 각 인덕턴스를 계산하였다. 참고로 초전도 마그네트의 전체 인덕턴스는 113.7[H]이다.

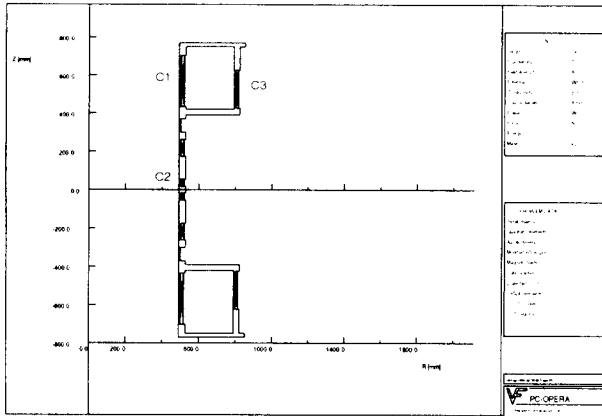


Fig. 1 Coil configuration of MRI magnet

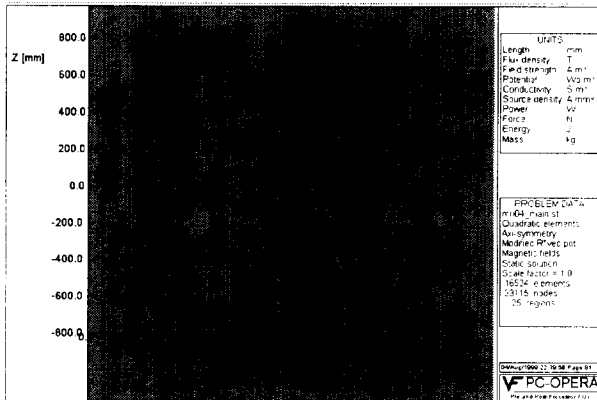


Fig. 2. MRI magnet model for 2D analysis

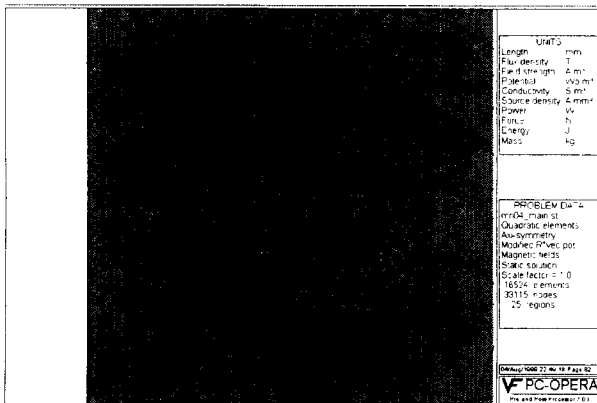


Fig 3. FEM mesh for 2D analysis

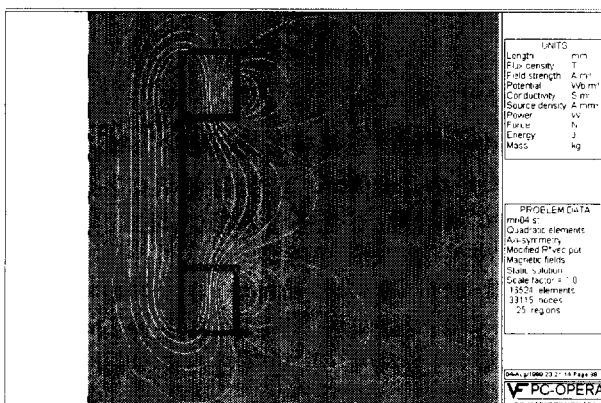


Fig 4. Lines of magnetic field

Table 1. Inductance of the winding C1

권선	에너지 (E)	인덕턴스 ($2E/I^2$)	쇄교자속 (Φ_i)	인덕턴스 (Φ_i/I_1)
C1	37.756	75.5119	75.5107	$L_1 = 75.5107$
C2	-	-	13.8796	$M_{21} = 13.8796$
C3	-	-	25.7284	$M_{31} = 25.7284$

Table 2. Inductance of the winding C2

권선	에너지 (E)	인덕턴스 ($2E/I^2$)	쇄교자속 (Φ_i)	인덕턴스 (Φ_i/I_1)
C1	-	-	13.8796	$M_{12} = 13.8796$
C2	13.882	27.7644	27.7769	$L_2 = 27.7769$
C3	-	-	11.5479	$M_{32} = 11.5479$

Table 3. Inductance of the winding C3

권선	에너지 (E)	인덕턴스 ($2E/I^2$)	쇄교자속 (Φ_i)	인덕턴스 (Φ_i/I_1)
C1	-	-	25.7285	$M_{13} = 25.7285$
C2	-	-	11.5479	$M_{23} = 11.5479$
C3	28.611	57.2212	57.2134	$L_3 = 57.2134$

5. 결 론

상용 전자기 해석 전용 프로그램인 OPERA를 이용하여 다분할 MRI 초전도 마그네트의 각 권선의 자기 인덕턴스와 권선 간의 상호 인덕턴스를 계산하였으며, 이러한 방법은 이미 제작된 MRI 마그네트에 적용한 결과 $\pm 2\%$ 범위 내에서 실측 값과 일치하여 검증이 완료된 방법이다.

본 논문에서 계산된 각 권선의 인덕턴스 값은 켈치시 MRI 마그네트를 보호하기 위해 적용되는 셉트 저항의 최적 설계시 중요한 인자로 사용될 수 있을 것이다.

본 연구는 보건복지부의 선도기술·의료공학 기술개발사업에 의하여 지원되었으며, 이에 감사드립니다.

(참 고 문 헌)

- [1] Yukikazu Iwasa, "Case Studies in Superconducting Magnets", Plenum Press, New York, 1994
- [2] David K. Cheng, "Field and Wave Electromagnetics", Addison-Wesley Publishing Company, 1989
- [3] Vector Fields, Ltd., "OPERA-2d User's Guide", 1999