

핵자기공명(NMR)응용을 위한 고자장 초전도 마그네트의 최적화 설계

고력길, 조영식*, 권영길, 진홍범, 배준한, 심기덕, 류강식
한국전기연구소, *국립 창원대학교

High Field Superconducting Magnet Optimal Design for Nuclear Magnetic Resonance(NMR) Applications

R.K.Ko, Y.S.Cho*, Y.K Kwon, H.B Jin, J.H Bae, K.D Sim, K.S Ryu
Korea Electrotechnology Research Institute
*Changwon National University

rkko@keri.re.kr

Abstract - NMR researches are required high field and high homogeneous superconducting magnet. Thus superconducting magnets for NMR applications are designed with minimization of coil winding volume satisfied constraints such as field strength, field homogeneity, etc.

In this paper, we are discussed optimal design of high field superconducting magnet for NMR applications. For a design example, we designed unshielded superconducting magnet for 600MHz NMR spectrometer with 100mm room temperature bore size and obtained 14.1011[T] field strength and 1.33ppm field homogeneity.

마그네트의 중심 영역에서의 자장 계산은 멱급수(power series)의 전개로 가능하다. 이 급수의 계수를 zonal harmonics라 하며 자장의 균등도를 알 수 있는 척도로 쓰인다.

Fig.1.과 같이 일정한 bore와 두께를 갖는 솔레노이드 마그네트의 중심 자장은 식(1)로 잘 알려져 있다.

$$H(0,0,0) = jR_1 \beta \ln \frac{\alpha + \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{1 + \sqrt{1 + \beta^2}} \quad (1)$$

여기서 I 는 전류, $j = \frac{NI}{2(R_2 - R_1)l}$ 는 전류 밀도, $2l$ 은 코일의 길이, R_1 은 코일의 내반경, R_2 는 코일의 외반경, N 은 코일의 turn수이다.

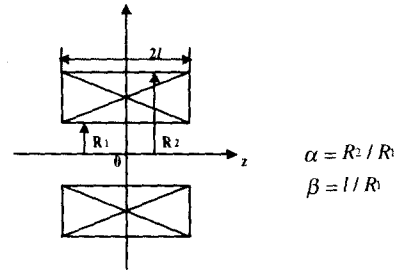


Fig.1. Solenoid magnet

1. 서론

NMR 연구에 있어서 초전도 마그네트는 기본적인 연구 환경을 조성해 주는 매우 중요한 장치로 매우 안정적이면서 고자장과 고균등성 등이 요구된다. NMR용 초전도 마그네트의 설계는 자장 해석과 더불어 이런 요구 조건들을 만족하면서 초전도 권선 부피를 최소화시켜 제작비용을 줄일 수 있는 비선형 최적화 기술이 필요하다.

본 연구에서는 대칭구조를 갖는 솔레노이드형의 초전도 마그네트에 대한 zonal harmonic 전개를 통해 자장 분석과 균등 자장을 위한 코일의 설계, 그리고 비선형 최적화 함수를 이용한 최적화 방법에 대해 논의하였다. 더불어 이를 상온 bore 100mm의 600MHz 초전도 마그네트 설계에 적용하여 평가하였다.

2. 본론

2.1 솔레노이드 마그네트의 설계

2.1.1 Zonal harmonics

Legendre polynomial을 포함한 멱급수로 전개된 중심 영역에서의 자장은 z 축 상의 자장에 의해 결정된다. Laplace 방정식을 만족하는 마그네틱 스칼라 포텐셜 u_m 은 z 축에 대칭인 구조이므로, 구좌표계에서 방위각 φ 에 독립적인 식(2)로 표현된다.

$$\frac{\partial^2(ru_m)}{\partial r^2} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \frac{\partial u_m}{\partial \theta}) = 0 \quad (2)$$

$r=0$ 에서 식(2)의 다항식 해는

$$u_m(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} (A'_n r^n + B'_n r^{-n-1}) p_n(\cos \theta) \quad (3)$$

$\vec{H} = -\nabla u_m$ 로부터

$$H_z(z,0) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n r^n p_n(1) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n z^n \quad (4)$$

$$H_p(z,0) = 0 \quad (5)$$

여기서 A_n 는 Taylor 전개에서 계수에 대한 일반적인 공식으로부터 유도할 수 있다.

$$A_n = \frac{1}{n!} \left. \frac{\partial^n H_z(z,0)}{\partial z^n} \right|_{z=0} = \frac{j}{R_1^{n-1}} M_n(\alpha, \beta), \quad n=0,1,2,3... \quad (6)$$

여기서 $M_n(\alpha, \beta)$ 는 zonal harmonics를 결정하는 코일의 기하학적 함수이고, 대칭성에 의해 홀수항은 모두 zero가 되므로 $M_{2n}(\alpha, \beta)$ 가 된다.

이로부터 축방향 성분과 방사방향 성분으로의 자장을 전개할 수 있다.

$$H_z(r, \theta) = jR_1 \sum_{n=1}^{\infty} M_{2n}(\alpha, \beta) \left(\frac{r}{R_1}\right)^{2n} p_{2n}(\cos\theta) \quad (7)$$

$$H_p(r, \theta) = jR_1 \sum_{n=1}^{\infty} M_{2n}(\alpha, \beta) \left(\frac{r}{2n R_1}\right)^{2n} \sin\theta p'_{2n}(\cos\theta) \quad (8)$$

그러나 NMR 마그네트 설계에 있어서는 단지 축방향인 z성분의 자장에만 관심이 있으므로, z 성분 자장에 대해, z축에 따른 자장과 중심 평면에 따른 자장을 각각 구하면

$$H_z(r=z, \theta=0) = jR_1 [M_0 + M_2 \left(\frac{z}{R_1}\right)^2 + M_4 \left(\frac{z}{R_1}\right)^4 + M_6 \left(\frac{z}{R_1}\right)^6 + \dots] \quad (9)$$

$$H_z(r=r, \theta=\frac{\pi}{2}) = jR_1 [M_0 - \frac{1}{2} M_2 \left(\frac{z}{R_1}\right)^2 + \frac{3}{8} M_4 \left(\frac{z}{R_1}\right)^4 - \frac{5}{16} M_6 \left(\frac{z}{R_1}\right)^6 + \dots] \quad (10)$$

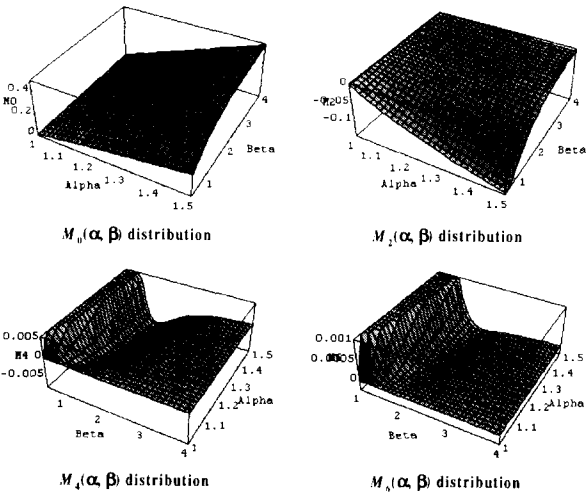


Fig.2. Coil geometric function $M_n(\alpha, \beta)$

일반적으로 NMR 연구를 위한 초전도 마그네트는 bore 지름의 ~20%에 해당하는 구에서 균등자장을 발생하게 설계되어지고, z/R_1 또는 r/R_1 는 1이하의 작은 값을 가지므로 두 번째 항의 M_2 가 지배적이게 된다. 중심 평면에 따른 자장은 z축에 따른 자장에 비해 $-M_2/2$ 값을 가지

므로 균등도가 더욱 더 좋다. 그러므로 자장의 균등도를 논의하는데 있어서는 단지 축 방향 자장만으로도 충분하다.

2.1.2 고균등 마그네트 설계

NMR용 초전도 마그네트는 높은 균등 자장을 얻기 위한 구조를 가져야 한다. 고균등 자장은 무한히 긴 솔레노이드로 발생시킬 수 있으나, 이는 실제적이지 못하므로 서로 결합된 코일의 구조로 제한된 길이를 가지면서 균등도를 향상한다. 이는 큰 코일에서 작은 코일을 빼주어 코일 형상의 자유도를 높여 선택된 zonal harmonic를 제거함으로써 가능하다.

Fig.3.에서는 $\alpha_b, \beta_b, \beta_c$ 3개의 변수를 가지고 8차의 마그네트를 설계할 수 있고, 식(12)로부터 중심 영역에서 z방향의 자장을 구할 수 있다.

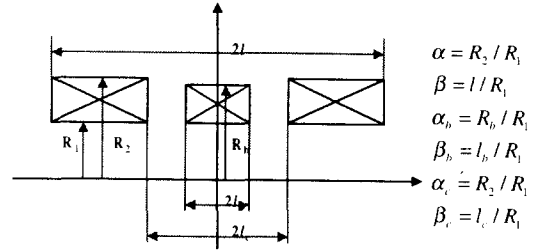


Fig.3. Combined coil for 8th order magnet

$$M_{2n}(\alpha, \beta) + M_{2n}(\alpha_b, \beta_b) = M_{2n}(\alpha_c, \beta_c), \quad (n=1, 2, 3) \quad (11)$$

$$H_z(r=z, \theta=0) = jR_1 \{ [M_0(\alpha, \beta) + M_0(\alpha_b, \beta_b) - M_0(\alpha_c, \beta_c)] + [M_2(\alpha, \beta) + M_2(\alpha_b, \beta_b) - M_2(\alpha_c, \beta_c)] \left(\frac{z}{R_1}\right)^2 + [M_4(\alpha, \beta) + M_4(\alpha_b, \beta_b) - M_4(\alpha_c, \beta_c)] \left(\frac{z}{R_1}\right)^4 + \dots \} \quad (12)$$

2.2 설계 적용

설계 적용 예로, 상온 bore 100mm를 갖는 600MHz(14.1Tesla) 비차폐 초전도 마그네트를 설계하였다. 단순한 솔레노이드의 경우 마그네트 끝 부근에서 자장이 감소되므로 고자장 마그네트의 경우 다분할 마그네트 구조를 갖게 되고, NbTi 선재를 바깥쪽 코일로, 높은 임계 자장 밀도를 갖는 Nb₃Sn 선재를 안쪽 코일로 사용한다.

일반적으로 고균등 솔레노이드 마그네트라 함은 1mm DSV(diameter spherical volume)에서 최대 100ppm 이하의 자장 변화를 갖음을 의미하며, 대부분의 고균등 초전도 마그네트의 경우 초전도 보정 코일 없이 약 10ppm이하이고, 1차 초전도 보정 코일로 1ppm까지, 2차 초전도 보정 코일로 0.1ppm까지 보정을 한다. 여기에 실제 NMR 실험에서는 상온 보정 코일을 사용하여 그 이하의 균등자장을 이용한다.

2.2.1 마그네트 최적화

일반적인 초전도 마그네트의 최적화 목적함수는 권선 부피의 최소화로 한다. 고자장 초전도 마그네트의 경우 NbTi보다 상대적으로 고가인 Nb₃Sn 선재를 사용해야 하므로, 본 연구에서는 Nb₃Sn 선재가 사용되는 코일의 부피에 가중치를 적용하여 최적화 목적함수를 설정하였다.

최적화 구연을 위해 Digital Fortran Language에서 제공하는 IMSL Library의 NCONF 함수를 사용하였다. NCONF는 일반적으로 제한조건을 갖는 비선형 최적화 문제의 해를 제공하는 함수로 매우 안정적이며, 본 실험실에서도 각종 마그네트 최적화 설계에 적용하여 좋은 결과를 얻고 있다.

본 연구에서 사용한 목적함수는
 $F = 3 \times (\text{코일1의 부피} + \text{코일2의 부피})$
 $+ \text{코일3의 부피} + \text{코일4의 부피} + \text{코일5의 부피}$
 이고, 구속 조건은 다음과 같다.

- Nb₃Sn 선재가 NbTi 선재보다 3배 비싸다.
- 2차 항에 의한 자장 \approx zero
- 4차 항에 의한 자장 \approx zero
- 6차 항에 의한 자장 \approx zero
- 14.09[T] \leq 중심 자장 \leq 14.11[T]
- 균등도: 1mm DSV에서 10ppm이하
- 전류: 140[A] ~ 150[A]
- Cryostat에 의한 마그네트 크기 제한 (지름210mm, 길이660mm)

Fig.4.는 최적화를 위한 개략적인 흐름도를 나타내고 있고, 여기서 $f(x)$ 는 목적함수이고, $g_j(x)$ 는 구속 조건이다.

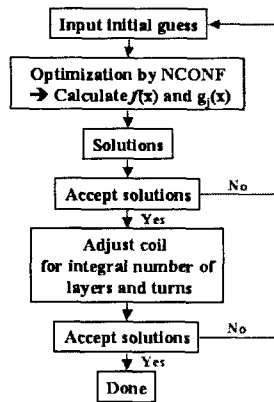


Fig.4. Flow chart for coil optimization

2.2.2 결과 및 고찰

최적화 결과 1mm DSV에서 1.33ppm의 균등도와 중심 자장 14.1011Tesla의 고자장 초전도 마그네트로 최적화 되었고, 2차, 4차, 6차 항에 의해 발생하는 자장은 각각 6.676E-4 Gauss, -4.315E-4 Gauss, -0.187 Gauss 이다. Table.1.은

코일 dimension에 대한 초기 값과 최적화 값을 나타내고 있고, 이를 Fig.5.과 Fig.6.을 통해 시각적으로 비교하였다. Fig.7.은 반복 계산에 의해 초기 값들이 최적화 수치로 수렴됨을 보여주고 있다.

Table. 1

	coil	coil1	coil2	coil3	coil4	coil5	Current [A]
Initial guess	width [cm]	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0	145
	Length [cm]	31.0	32.0	33.0	20.0	25.0	
Optimal	Width [cm]	1.5	1.737	2.989	1.5	3.0	145.414
	Length [cm]	20.0	20.0	30.203	10.782	19.28	

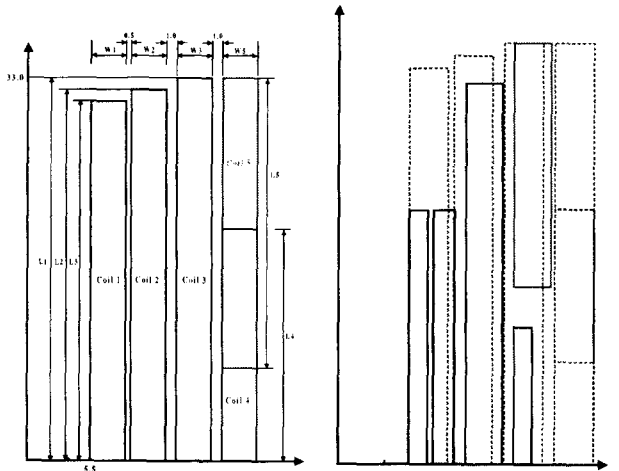


Fig.5. Compare initial configuration(dot line) with optimal configuration (solid line)

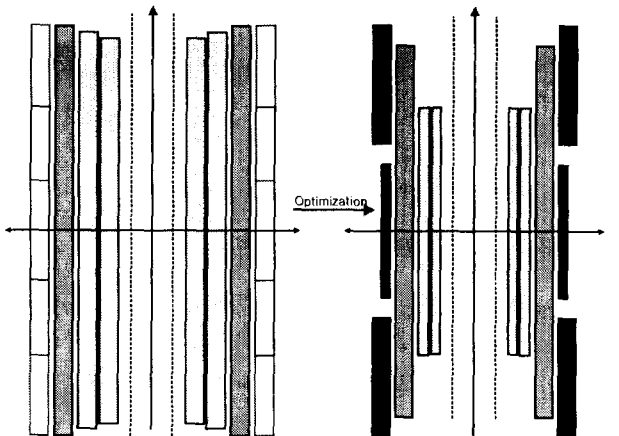


Fig.6. Compare fully initial configuration with fully optimal configuration

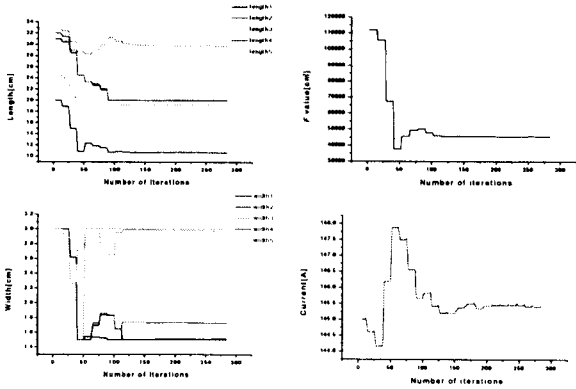


Fig.7 Optimization of coil length and width and of objective function and current

Fig.8.은 마그네트 중심에서의 z축과 r축에 따른 자장 균등도를 나타내며, 앞에서 언급했듯이 r축에 대한 자장 균등도가 z축 보다 좋음을 알 수 있다. 마그네트의 전체적인 자장 분포와 이에 대한 contour는 상용 전자장 프로그램인 MAGNET5.0을 이용해 분석하여 Fig.9.로 나타내었다. 이를 통해 중심 영역에서 매우 균일한 자장이 발생되고 있음을 확인할 수 있었다.

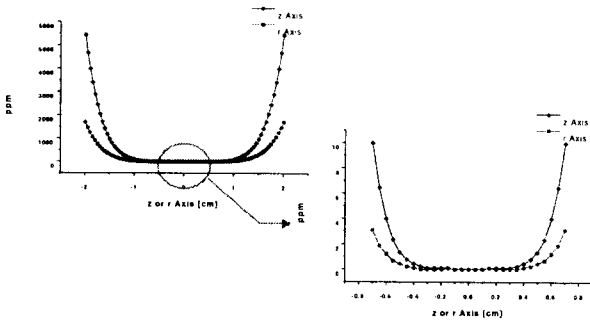


Fig.8 Field homogeneity

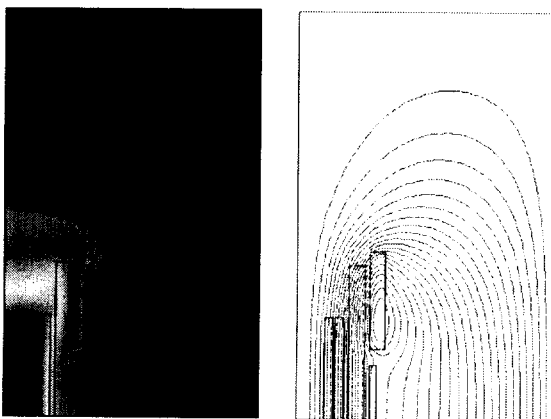


Fig.9. Field distribution and field contour line

Table.2.는 설계된 600MHz/100mm bore

비차폐형 NMR 마그네트의 코일에 대한 각각의 최종 parameter를 보여주고 있다.

Table.2.

parameter	coil 1	coil 2	coil 3	coil 4	coil 5
Winding ID[cm]	11.00	15.00	20.48	28.46	28.46
Winding OD[cm]	13.27	18.40	26.54	31.52	34.42
Winding Width[cm]	1.50	1.74	2.99	1.50	3.00
Winding Length[cm]	40.0	40.0	6.4	6.56	19.22
turns/Layer	288	352	534	284	252
Layer	12	17	30	22	43
Wire Type	Nb ₃ Sn	Nb ₃ Sn	NbTi	NbTi	NbTi
Bare Wire Φ [mm]	1.250	1.000	1.073	0.706	0.706
Insulated Wire Φ [mm]	1.380	1.130	1.124	0.757	0.757
Cu/S.C. Ratio	0.3	0.3	1.35	2.0	2.0

3. 결 론

NMR 연구를 위한 고자장 초전도 마그네트 설계는 다분할 구조와 결합된 코일의 구조로 자장의 세기와 균등도를 증가시킴으로 가능하며, 축 대칭이므로 먹급수 전개 of zonal harmonic를 이용하면 쉽게 접근할 수 있다. 본 연구에서 쓰인 최적화 기법은 고자장 마그네트 설계 시 실제 제작에 있어서 설득력 있는 비용 절감을 구현할 수 있고, 더불어 자장의 균등도를 직접 계산할 수 있는 zonal harmonic의 전개와 안정적인 최적화 함수를 사용하므로 간결하면서도 효과적인 설계를 기대할 수 있을 것이다.

본 연구는 보건복지부의 선도기술·의료공학 기술개발사업에 의하여 지원되었으며, 이에 감사드립니다.

[참 고 문 헌]

- [1] L.B. Lugansky, "Optimal Coils for Producing uniform Magnetic Fields", J. Phys. E: Sci. Instrum. Vol.20, 277-285, 1987
- [2] G. Masullo, etc, "Development of a High Homogeneity 14T Magnet", IEEE Transaction on applied superconductivity, Vol.9, No.2, 444-446, 1999
- [3] J.E.C. Williams, etc, "600MHz Spectrometer Magnet", IEEE Trans. on magnetics, Vol.25, No.2, 1767-1770, 1989
- [4] A. Ishiyama and K. Shimizu, "An Optimal Method for Multi-section Superconducting Magnets", IEEE Transaction on magnetics, Vol.28, No.1, 919-922, 1992