

## 전하 중첩법용 Spiral 전하에 관한 검토

(A Study on a Spiral Charge for Charge Simulation Method)

민석원 · 박은서 · 송기현

(Suk-Won Min · Eun-Seo Park · Ki-Hyun Song)

### Abstract

This paper investigates characteristics of spiral charge for charge simulation method to calculate electric fields of special conductor bundles with spiral rods in 765 kV transmission line. We finds the simulating spiral charge as constant charge density give less potential calculation error than sinusoidal charge density. When a spiral rod is simulated as spiral charge, we also knows two spiral charge can simulate spiral rod best.

### 1. 서론

현재 우리나라는 전력수요의 증가와 인구의 대도시 집중화 현상으로 인해 신뢰도 높은 대용량 장거리 전력수송 설비를 점점 확충해야 하는 실정으로 765kV 송전선로가 건설 중에 있다.

이에 따라 가공 송전선은 고전압화, 대전류화와 함께 대형화, 다회선화 되고 이로 인해 각종의 환경영향 문제가 야기되고 있다.

교류 송전선의 고전압화, 대형화에 기인한 현상으로는 정전유도, 전선 및 애자의 코로나 방전에 의한 가청소음, 라디오 및 텔레비전 잡음, 전파의 반사와 차폐에 의한 텔레비전 수신장애, 경관의 영향 등이 있다. 이와 관련하여 본 저자는 전력 설비 주변에서 발생하는 전자계 특성을 분석하여 이를 해결하기 위한 연구를 한 적이 있다[1]-[4].

또한 대형화, 중량화된 송전선로에서는 전자계에 의한 장애 뿐만 아니라 바람의 영향으로 인한 풍소음이라는 기계적 소음이 또 다른 문제점으로 대두되고 있다.

풍소음이란 송전선을 다중도체화 할 경우 바람에 의해 송전선에서 발생하는 기계적인 소음을 말하며, 이런 풍소음은 송전선 진행 방향으로 spiral rod를 감아 바람의 흐름을 바꾸어 버림으로써 풍소음을 줄이는 방법을 사용하고 있다.

그러나 이런 spiral rod는 송전선에 비해 반지름이 매우 작아 송전선에선 돌출 부분으로 표현되므로 전계가 집중하는 현상이 나타난다. 이런 전계의

불균등은 코로나 현상을 증가시키는 역효과를 일으킬 수 있으므로 spiral rod의 설치형태를 변화시켜 풍소음을 줄이는 동시에 spiral wire에서의 전계를 줄이는 연구가 필요하다.

따라서 본 저자는 이를 해결하기 위해 1조, 대각 2조, 밀착2조, 대각4조의 spiral rod 형태에 변화를 주었을 경우와 각각의 spiral rod 형태에 전계 저감용 전선이 첨가된 경우를 고려하여 송전선 표면 및 spiral rod 표면에 나타나는 전계의 세기를 2차원장 전하 중첩법을 이용하여 연구한 적이있다[5].

그러나 상기의 2차원장 해석으로 실제 송전선로에서 일어나는 물리현상을 정확히 예측한다는 것은 한계가 있으므로 본 연구에서는 실제의 spiral rod를 3차원 그대로 모의할 수 있는 3차원 전하중첩법을 개발하기 위한 spiral 전하에 관해 검토하였다.

### 2. 본론

#### 2.1. Spiral 전하에 관한 검토

spiral rod를 3차원으로 전계를 해석하기 위해서 다음과 같은 단계로 연구를 수행하였다.

- 1) 특수형상(spiral rod)식으로부터 해석해를 구하기 위한 수학적인 검증작업
- 2) 수학적으로 해석해로 표현하는 것이 어려워서 수치해석 기법을 도입
- 3) 수치해석 기법으로 Gaussian Quadrature를 적용함

- 4) spiral rod의 전하를 모의할 수 있는 다양한 모의 전하식 검토
- 5) 다양한 모의 전하식으로 수치적분을 한 결과 가장 적은 에러를 포함하는 식을 찾음  
=> 에러의 검출은 검사점의 전위를 분석함으로써 적합한 모의 전하식 도출
- 6) 위의 결과로부터 일정전하 밀도를 갖는 선전하를 2개 배치했을 때 가장 에러를 줄일 수 있음을 확인

## 2.2. Spiral 전하의 기하학적 모델식

Spiral 형상은 용수철과 같은 모형으로 생각할 수 있다. 이런 Spiral 형상을 3차원으로 모의할 수 있는 기하학적 표현식은 다음과 같다.

$$X = a \sin u \quad Y = a \cos u \quad Z = b u \quad (1)$$

여기서  $a$  는 회전반경을 나타낸 것이고  $b$  는 Z축 상에 표현되는 식으로 Pitch와 관련되는 것이다. 결국 Spiral 형상은  $a, b, u$  라는 파라메타로 기하학적 모양이 결정된다.

## 2.3. Spiral 전하의 해석식과 수치해석

### 1) Spiral 전하의 해석식

Spiral 전하의 전위 및 전계를 완벽하게 표현할 수 있는 해석식을 찾으면 가장 좋은 연구결과를 얻을 수 있으나 적분테이블 및 mathematica 등의 다양한 수학적 방법들을 검토를 해 보았지만 Spiral 전하를 모의할 수 해석식을 구하는 것이 어려웠다.

### 2) 수치해석

Spiral 전하의 해석식을 구하는 것이 어렵기 때문에 수치해석적인 접근을 통해서 전위오차를 최소한으로 줄일 수 있는 수치적 방법을 선택해 Gaussian Quadrature를 적용하였다.

## 2.4. Spiral 전하의 전위식

일반 선전하의 전위식은 다음과 같이 나타내어진다.

$$\phi = \int \frac{\rho l}{4\pi \epsilon \ell} dl \quad (2)$$

여기서 분모의  $\ell$  은 거리이므로 다음과 같이 표현된다.

$$\ell = \sqrt{(x - a \sin u)^2 + (y - a \cos u)^2 + (b u - z)^2} \quad (3)$$

여기서  $d\ell$  를  $du$ 로 변환하면

$$\begin{aligned} |d\ell| &= \sqrt{(a \sin u)^2 + (a \cos u)^2 + (b)^2} du \\ &= \sqrt{a^2 + b^2} du \end{aligned} \quad (4)$$

로 나타내어진다.

Spiral 전하밀도를 어떻게 모의하는 것이 가장 계산 오차를 줄일 수 있는지를 파악하기 위해 다음의 3가지 밀도함수 표현식을 검토하여 보았다.

1)  $\rho l = k_1 \sin u + k_2$

선전하 밀도를 정현파와 상수로 모의한 것으로 전위식은 다음과 같이 표현된다.

$$\phi = \int \frac{\sqrt{a^2 + b^2} (k_1 \sin u + k_2)}{4\pi \epsilon_0 \sqrt{(x - a \sin u)^2 + (y - a \cos u)^2 + (z - bu)^2}} du \quad (5)$$

2)  $\rho l = k_1 \sin u + k_2 \cos u + k_3$

$$= k_1 \sin(u + \frac{\pi}{4}) + k_2 u$$

선전하 밀도를 정현파의 조합과 상수로 모의한 것으로 전위식은 다음과 같이 표현된다.

$$\phi = \int \frac{\sqrt{a^2 + b^2} (k_1 \sin(u + \frac{\pi}{4}) + k_2 u)}{4\pi \epsilon_0 \sqrt{(x - a \sin u)^2 + (y - a \cos u)^2 + (z - bu)^2}} du \quad (6)$$

3)  $\rho l = k$

선전하 밀도를 상수로 모의한 것으로 전위식은 다음과 같이 표현된다.

$$\phi = \int \frac{\sqrt{a^2 + b^2} k}{4\pi \epsilon_0 \sqrt{(x - a \sin u)^2 + (y - a \cos u)^2 + (z - bu)^2}} du \quad (7)$$

## 2.5. Spiral 전하의 전계식

Spiral 전하의 전계식은  $\rho l$ 의 종류가 다양하므로 먼저 전위 값을 계산해 그 결과가 가장 작은 오차를 포함하고 있는 식을 토대로 전계식을 유도하였다.

아래의 오차분석을 통해 선전하 밀도를 상수(K)로 모의하는 것이 가장 오차를 줄일 수 있어서 이를 토대로 한 X, Y, Z 방향의 전계 성분식은 다음과 같다.

$$E_x = -\frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad (8)$$

$$= \int \frac{\sqrt{a^2 + b^2(k)}(x - a \sin u)}{4\pi \epsilon_0 ((x - a \sin u)^2 + (y - a \cos u)^2 + (z - bu)^2)^{3/2}} du$$

$$E_y = -\frac{\partial \Phi}{\partial y} \quad (9)$$

$$= \int \frac{\sqrt{a^2 + b^2(k)}(y - a \cos u)}{4\pi \epsilon_0 ((x - a \sin u)^2 + (y - a \cos u)^2 + (z - bu)^2)^{3/2}} du$$

$$E_z = -\frac{\partial \Phi}{\partial z} \quad (10)$$

$$= \int \frac{\sqrt{a^2 + b^2(k)}(z - bu)}{4\pi \epsilon_0 ((x - a \sin u)^2 + (y - a \cos u)^2 + (z - bu)^2)^{3/2}} du$$

## 2.6. Gaussian Quadrature

위에서와 같이 전위 및 전계식에는 적분이 필요 한데 해석식이 없으므로 본 연구에서는 Gaussian Quadrature 수치적분을 적용하였다.

Gaussian Quadrature에서는 오차를 최소한으로 줄이기 위해서 구간 [a,b] 내의 점들을 적절히 선택하고 가중치를 적합하게 선택해야 한다.

좀 더 정확한 계산결과를 모의하기 위해서 구간을 15, 20, 30, 40으로 변화시켜 검토한 결과 40 차수까지를 적용하면 수치상의 계산 오차를 줄일 수 있음을 확인하였다

## 2.7. 오차분석

전하 중첩법은 어떤 전하를 어디에 배치하는가에 따라서 계산오차가 변화하는 특징을 가지고 있다.

따라서 본 연구에서는 3가지 경우의 Spiral 전하 밀도표현식에 대해서 윤곽점의 배치 및 Pitch 값의 변화에 따른 전위값의 변화여부 그리고 적분구간의 시점과 종점을 변화에 따른 오차를 비교분석하였다.

인가전압을 100으로 하고 Spiral 가상전하를 1개 사용하였을 때의 전위오차를 계산한 결과, 표 1에서 보는 바와 같이 모든 경우가 만족할 만한 결과를 주지 못하고 있지만 다른 밀도표현식 보다는 전하밀도를 상수로 표현한 식이 상대적으로 작은 오차를 가지고 있는 것으로 나타났다.

표 1. Spiral 전하의 밀도 표현식에 따른 전위 계산 결과비교

인가전압 100	검사 점의 위치 ( $\pi$ )	Spiral 전하의 밀도 표현식		
		$k_1 \sin u + k_2$	$k_1 \sin(u + \frac{\pi}{4}) + k_2 u$	k
적분구간 0~2 $\pi$ 윤곽점 0~2 $\pi$ k는 윤곽점 0	0	100.00000	100.00000	100.00000
	0.25	120.69412	154.46270	120.69412
	0.5	193.95773	200.93433	193.95773
	1	103.36047	-56.91461	103.36047
	1.5	193.95773	-130.06245	193.95773
	1.75	120.69412	26.09291	120.69412
	2.0	100.00000	100.00000	100.00000
적분구간 - $\pi$ ~3 $\pi$ 윤곽점 0~2 $\pi$ k는 윤곽점 $\pi$	0	100.00000	100.00000	83.90871
	0.25	1258.77704	225.89125	126.50761
	0.5	1693.56443	123.37417	125.09394
	1	78.77335	-183.68392	100.00000
	1.5	-3936.40795	-682.38160	258.10103
	1.75	-1068.03027	-139.33433	126.87110
	2	100.00000	100.00000	303.54986

따라서 다음으로 상수전하 2개를 배치하여 모의 계산 하였으며 그 결과는 표 2와 같이 약4.6% 이하의 전위 계산오차를 얻을 수 있었다.

표 2. Spiral 상수 선전하를 2개 배치할 때의 전위

구 분	검사점 위치 ( $\pi$ )	전위
적분구간 - $\pi$ ~3 $\pi$	0	94.071448633
	0.25	96.528148935
윤곽점 $\pi/2$ ~3 $\pi/2$	0.5	100.000000000
	1	104.682900498
	1.5	100.000000000
	1.75	103.111806087
	2	97.779470761

표 2에서 상수전하를 2개 배치했을 때 낮은 전위를 나타냈기 때문에 전하를 3개 이상 배치해 본 결과, 표 3에서 보는 바와 같이 오히려 계산오차가 커져서 결국 전하를 2개로 모의하는 것이 가장 낮은 오차를 가지고 있음을 알았다.

표 3. Spiral rod에서 상수전하를 여러 개 배치할 경우의 오차

구 분	2개배치	3개배치	4개배치	5개배치
인가전압 100	100.0	159.8	158.8	148.2
	101.3	162.0	161.0	150.3
	102.6	164.0	163.0	153.8
	103.3	164.7	164.8	154.2
	104.0	166.2	165.2	153.0
	103.8	165.9	164.8	152.9
	102.4	164.7	162.5	151.8
	101.4	162.0	160.7	150.2
	100.0	159.8	158.8	148.2

전하를 2개를 배치할 때 두 spiral rod 전하사이의 거리를 얼마로 하면 가장 오차를 줄일 수 있는가를 검토하였다. 표 4와 같이 0.05 cm의 거리로 배치할 때 약 4%의 에러범위 이내로 오차를 줄일 수 있었다.

표 4. 두 전하의 사이의 거리에 따른 오차분석

구 분	전하사이 거리(단위 cm)		
	0.05	0.2	0.4
인가전압 100	100.0	100.0	100.0
	101.3	101.4	101.5
	102.6	102.6	102.7
	103.1	103.4	103.6
	103.3	103.8	104.2
적분구간 $-\pi \sim 3\pi$	104.0	104.2	104.4
	103.8	103.9	104.0
	102.4	102.8	103.2
	101.4	101.8	102.1
	100.0	100.0	100.0

### 3. 결론

본 논문에서는 Spiral rod의 3차원 전계계산을 하기 위한 전하중첩법용 Spiral 전하의 특성을 검토하였다.

연구결과로 spiral 전하의 선전하 밀도를 정현파(sin,cos)와 상수의 조합으로 모의 한 것보다는 상수(k)로 모의 한 것이 상대적으로 작은 에러가 나타났고 전하를 한 개로 모의 한 것보다는 2개의 전하를 배치할 때 가장 작은 오차를 나타내었다.

또한 윤곽점을 배치하는 것과 spiral 전하의 적분구간의 시점과 종점 변환에 대한 전위오차를 분석해 본 결과, 적분구간을  $-\pi$ 에서  $3\pi$ 까지 시점과 종점으로 잡고 윤곽점을  $\pi/2$ ,  $3\pi/2$ 에 배치했을 때 가장 에러가 작게 검출되는 것을 알게 되었다.

참고적으로 pitch가 변화함에 따라 나타나는 전위를 분석해 본 결과 그 영향이 그렇게 크지 않고 또 실제 spiral rod의 pitch는 고정되어 있으므로 오차분석에는 큰 의미가 없는 것으로 생각했다.

따라서 본 논문을 통해 개발된 Spiral 전하식은 Spiral rod가 설치된 송전선의 3차원 전계해석의 토대가 될 수 있을 것으로 생각하며 이를 우리나라 765 kV 2회선 송전선에 적용할 예정이다.

### 참 고 문 헌

- [1] 민 석원, 김 정부, "코로나 케이지를 이용한 765 kV 초고압 송전선 이중 도체방식 선정", 대한전기학회 논문지 제542권 7호, 84-94, 1993
- [2] 민 석원, 박종근, "코로나 잡음 특성을 고려한 초고압 송전선의 이중 도체 배열 방식 연구", 대한전기학회 논문지 제39권 5호, 508-515, 1990
- [3] S.W. Min, J.B. Kim, D.I. Lee, "A Study on Corona Characteristics of Symmetric and Asymmetric Conductor Bundle for 765kV Double Circuit Transmission Line by the Use of Corona Cage", Proc of 8th ISH, Vol.3, 457-460, 1993
- [4] S.W. Min, J.K. Park, J.B. Kim, "Conductor Bundle Geometry Optimization in view of Conductor Surface Gradient", IEE Japan, 111-B, 1065-1072, 1991
- [5] 민석원, 김용준, 송기현, 박은서 "전하 중첩법을 이용한 765kV 2회선 송전선로 특수 이중도체 방식의 전계분포 해석", 2000년도 대한전기학회 방전 및 고전압연구회 춘계 학술연구 발표회 논문집, 3-8 2000.5.27