

# 새로운 비용함수를 이용한 지형 간략화

김성수<sup>o</sup> 유영중 박정민 조환규  
부산대학교 전자계산학과 그래픽스 응용 연구실

## Terrain Simplification Using New Cost Function

Sung-Soo Kim<sup>o</sup> Young-Jung Yu Jung-Min Park Hwan-Gue Cho  
Graphics Application Lab., Dept. of Computer Science, Pusan National University  
*{sskim, yyju, jmpark, hgcho}@pearl.cs.pusan.ac.kr*

### 요약

대용량의 지형을 실시간에 가시화하기는 어려운 문제이다. 따라서, 지형을 구성하는 메쉬를 간략화하여 다단계 상세도(Level-Of-Detail)를 가진 모델 생성이 필요하다. 본 논문에서는 지형 간략화를 위해 에지의 특성과 주변 정보를 이용한 에지 축약(Edge Collapse) 기반의 단순한 간략화 알고리즘을 제시한다. 기본적인 접근 방법으로는 기하학적인 메쉬 구성요소들 중에서 에지의 특성에 따라 제거 기준을 설정한 후 간략화해 나간다. 속도 향상을 위해 에지 축약 이후의 새로운 점 위치 계산을 에지의 종류에 따라 구분하여 단순하게 계산하였고, 간략화를 위한 제거 기준도 비교적 간단한 기준으로 설정하였다. 간략화 이후에도 원래 지형의 위상(topology)을 유지할 수 있는 단순한 기법을 제시하고 있다. 실험 결과에서 두 가지 지형 모델에 대해서 정점 제거 방법과의 비교 결과, 간략화된 지형 모델에서의 에러를 최소화하였고, Heckbert가 제안한 방법과의 비교에서는 속도 개선을 하였음을 알 수 있다.

## 1. 서론

현실적인 지형을 표현하기 위해서는 수백만개의 삼각형이 필요하다. 지형위를 비행하는 모의 비행과 같은 응용분야에서 실시간에 렌더링이 이루어져야 한다 하지만, 현재의 하드웨어 기술로는 많은 삼각형으로 이루어진 지형을 실시간에 가시화하는 것은 불가능한 일이다. 따라서 지형 모델을 실시간 렌더링을 위해 여러 상세도로 모델을 구축하는 작업이 필요하다.

지형 간략화의 목표는 적은 정점으로 면을 나타내더라도 원래 지형의 위상을 잘 유지하도록 좋은 근사(approximation)를 제공하는 것이다. 지형 간략화의 장점은 대용량의 지형을 저장할 공간을 줄일 수 있고, 자료 구조 구축시간을 줄이며, 지형을 효율적으로 가시화할 수 있다는 것이다. 초기의 지형 간략화에 대한 많은 알고리즘들은 DEM(Digital Elevation Model)을 TIN(Triangulated Irregular Network)으로 빙향하는 연구가 이루어져 왔다. 최근 연구되어지고 있는 상세도 재어방법은 크게 두 가지 접근 방법이 있는데, 지형 데이터를 단순한 기본 지형에서부터 정점을 추가해 나가는 세밀화(refinement) 방법과 원래 지형에서 정점을 줄여나가는 간략화(decimation) 방법으로 나누어 진다. 간략화 방법에는 정점의 제거, 에지의 제거, 삼각형의 제거와 같은 방법들이 있다[2]. 본 논문에서는 간략화 방법에 기반한 정점 제거 방법과 에지 축약 방법을 사용하여 지형 간략화를 수행하였다.

## 2. 관련 연구

지금까지 상세도 제어를 위한 메쉬를 간략화하는 많은 알고리즘이 연구되었다. Schroeder는 메쉬의 지역적인 부분만을 고려하여 지역 정점을 제거한 후 재삼각화(re-triangulation)하는 방식의 정점 제거(Vertex decimation) 방법을 제안하였다[7]. 여기서, 정점에 대한 에러는 정점을 둘러싸고 있는 간략화 후의 균사된 면(average plane)과 정점사

이의 거리가 된다. 이 방법은 메쉬 간략화를 위한 처리속도는 빠르지만, 이전의 간략화되어진 지역 모델을 사용하므로 에러가 누적될 가능성과 메모리 요구량이 크다.

Hoppe[5]는 일반적인 3차원 면을 간략화하기 위한 최적화 기반의 알고리즘을 개발하였다. 일반적인 메쉬 간략화 알고리즘과는 달리 이 방법은 출력될 정점들이 입력되는 점의 부분 집합이라는 제한을 두지 않는다. 이 방법에서 메쉬 간략화를 전역적인 에너지 측정값으로 에러를 최소화하는 에지 축약(Edge Collapse) 이후의 새로운 정점의 위치를 최적화 기술(optimization technique) 이용하여 해결한 방법이다. 이 방법은 좋은 간략화 결과를 제공하지만, 처리 속도면에서 느린다는 단점이 있다. 이 방법의 확장으로 원래의 메쉬를 단순한 기본 메쉬  $M^0$ 와 원래의 메쉬로 되돌릴 수 있는 연산(Vertex Split)들로 구성되는 Progressive mesh[3]라는 메쉬구조를 제안하였다.

Garland과 Heckbert는 모델에서 연결되지 않은 영역들의 조인(join)을 하도록 하고, 반복적인 에지의 축약(contraction)에 기반한 Quadric error metric을 이용한 면 간략화 알고리즘을 제시했다[1]. 그러나 이러한 방법들은 계산이 복잡하고 처리속도가 느리기 때문에 실제 대용량의 지형 모델에 대해 적용했을 때 부적합하다. 본 논문에서는 Hoppe[5]가 제안한 에지 축약 방법을 사용하여 속도를 개선한 지형 간략화 기법을 제시한다. Hoppe의 방법과는 달리 에지 제거 기준을 에지의 최소 정보를 이용한 비용함수를 이용하여 결정한다 그리고, 에지 축약 후 새로운 정점의 위치 설정시에도 에지의 종류에 따라 정점의 위치를 설정하므로써 속도를 개선하였다.

## 3. 메쉬 간략화

### 3.1 기하학적 구성요소에 따른 방법

지형 모델  $\sigma$ 은 식 (1)과 같이 유클리드 평면(Euclidean plane)상의 범위  $D$ 위에 정의되어지는 2변수 함수( $F$ )의 이

미지로 정의된다.

$$\sigma = \{(x, y, F(x, y)) | (x, y) \in D\} \quad (1)$$

지형 모델을 구성하는 기하학적인 구성요소로는 정점과 에지, 그리고 삼각형이 있다. 지형 모델에서의 모든 면들은 삼각형으로 이루어진다. 본 논문에서 메쉬 간략화를 위해 사용된 기본적인 접근방법은 기하학적인 구성요소중 에지의 특성을 이용한다. 삼각형을 구성하고 있는 에지를 축약(Edge collapse)하는 방법으로 제거해 나가면서 간략화를 수행한다.  $ecol(v_t, v_s) \rightarrow v'_s$ 는 정점  $v_t$ 와  $v_s$ 를 새로운 위치  $v'_s$ 로 이동시킨 후,  $v_s$ 를 제거한다. 제거 후  $v_t$ 와  $v_s$ 에 투사되는 모든 에지들을  $v_s$ 에 연결한다. [그림 1]은 에지 축약에 의한 메쉬변환 과정을 보여 주고 있다. 여기에서 새로운 위치  $v'_s$ 는 에지의

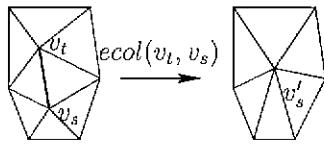


그림 1: 에지 축약(Edge Collapse)

종류에 따라 계산되어 진다. 에지는 메쉬의 어떤 부분에 있으나에 따라 경계 에지(boundary edge), 경계 정점(boundary vertex) 하나를 포함하고 있는 에지, 두 정점이 경계가 아닌 에지, 세가지로 나뉘어 질 수 있다. 경계 에지는 제거될 경우 지형의 형태에 크게 영향을 주므로 에지 축약이 이루어지지 않는다. 경계 정점 하나를 포함하고 있는 에지의 경우  $v'_s$ 의 위치는 경계 정점의 위치가 된다. 두 정점이 경계가 아닌 에지인 경우에는  $v_t$ 와  $v_s$ 의 가운데 위치하게 된다.

### 3.2 제거 기준(Decimation Criteria)

원래의 메쉬에서 에지를 제거하기 위한 제거기준으로는 에지의 길이  $l(e)$ , 에지의 두 정점사이의 높이차  $h(v_t, v_s)$ , 두 정점의 차수(degree)  $d(v)$ 가 있다. 이 기준들에 따라 각 에지에 해당하는 값을 구하는 함수를 비용함수(cost function)로 정의한다. 비용함수  $l(e)$ 에 대해서만 적용할 경우의 간략화 결과는 전체 메쉬에 대해 에지가 골고루 제거가 되어 균등한 삼각형을 이루지만, 실제 간략화 레벨을 높이면 지형에서의 특징을 유지하기가 힘들어 진다. 따라서, 에지의 속성을 전제적으로 고려해야 할 필요가 있다. 에지의 길이에 대한 비용함수를 에지 주변의 정보를 고려하여 에지의 길이와 함께 계산하도록 하였다. 예를 들어 [그림 2]와 같이 메쉬 간략화를 위한 비용계산시 에지  $e_a$ 와  $e_b$ 의 길이가 같은 경우 (a)에서 에지  $e_a$ 를 포함하는 두 삼각형에서의 외접원의 반지름중 최소인 값  $r_a$ 를 길이의 가중치로 두고 비용을 계산한다. 따라서, 새로운 에지 길이에 대한 비용함수  $L(e)$ 는 식 (2)와 같다.

$$L(e) = l(e) \cdot r_{min} \quad (2)$$

여기서  $r_{min}$ 은 두 외접원중에서 최소의 반지름(radius)이다. 비용함수  $L(e)$ 에 의해  $r_a < r_b$ 로 [그림 2]의 (a)가 비용이 적으므로 (b)보다 먼저 제거되어야 한다. 비용함수는  $L(e)$ ,  $h(v_t, v_s)$ ,  $d(v)$  개별적으로 설정되어 질 수도 있고, 식 (3)과 같이 각각에 대해 가중치를 주어서 에지  $e$ 에 대한 비용함수를 설정할 수 있다.

$$C(e) = L(e) + \alpha \cdot h(v_t, v_s) + \beta \cdot d(v) \quad (3)$$

여기서,  $\alpha$ 와  $\beta$ 는 가중치 임계값(threshold value)이다. 모든 에지에 대해 비용함수에 따라 계산된 값중에 가장 적은 값을 갖는 에지부터 차례대로 에지 축약에 의해 제거한다.

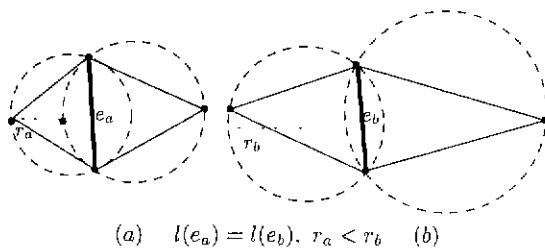


그림 2: 에지 길이가 같은 경우 에지 평가

### 3.3 간략화 수행 과정

본 논문의 지형 모델의 구성은 정점, 에지, 삼각형들의 집합으로 표현되며, 메쉬 간략화 수행과정은 다음과 같다.

수행 과정 · 입력: 원래 메쉬( $M^n$ ), 출력: 간략화된 메쉬( $M^s$ )  
(단계1) 에지  $E \in M^n$ 의 비용함수 계산한다.

(단계2) 비용함수의 결과값들을 우선순위 큐에 저장한다

(단계3) 우선순위 큐에서 비용이 최소가 되는 순으로 에지를 제거한다.

(단계4) 변경된 부분에 대한 재삼각화를 수행한다

위 과정을 사용자가  $M^s$ 의 삼각형의 수나 에러 허용값(error tolerance)을 입력함으로써 간략화 단계를 설정할 수 있도록 하였다.

### 3.4 에러 측정(Error Measuring)

간략화된 메쉬와 원래의 메쉬( $M^n$ )와의 에러를 측정하는 방법으로는 딜트너 선별자(Delaunay selector) 기준을 사용하였다. 그림 3에서와 같이 원래 메쉬의 모든 각 정점의 높이  $p_z$ 와 이 정점을 포함하는 간략화된 메쉬( $M^s$ )의 삼각형( $f$ )에서 보간된(interpolated) 높이  $H_f(p_z)$ 의 차  $e(p, S)$ 를 계산하였다.  $e(p, S)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$e(p, S) = p_z - H_f(p_z), \quad p \in M^n, f \in M^s \quad (4)$$

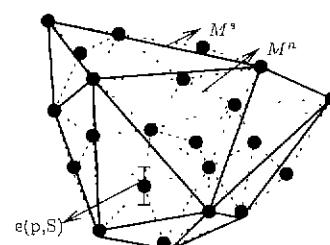


그림 3: 간략화된 메쉬의 에러

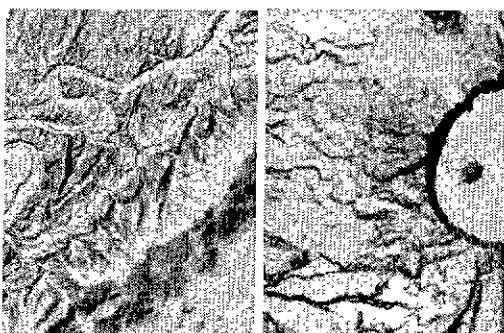
### 3.5 정점 제거에 의한 방법

본 논문에서 제안된 방법의 성능평가를 위해 정점 제거 방법 사용시 간략화 된 지형의 실험 결과와 비교하였다. 정점 제거 방법의 하나는 Schroeder[7]의 평균 평면에 의한 방법인데, 이 방법은 정점 제거후 생기는 해당 hole의 평균 평면과 해당 정점사이의 거리를 제거 기준으로 하는 방법이며. 차수에 의한 방법(Degree method)[6]은 제거될 정점 선택에 있어서 가급적 적은 수의 차수를 가지는 정점을 선택하는 방식이다. 차수에 의한 방법은 정점의 차수만을 고려하여 비용이 계산되어 지므로 속도가 빠른 반면, 정점 제거 이후 생성될 새

로운 메쉬의 위상(Topology)를 전혀 고려하지 않으므로 간략화 이후 메쉬 질(quality)이 낮다. 이 두 가지 정점 제거방법의 수행과정은 에지에 대한 간략화 과정을 정점에 대해 수행하면 된다. 본 논문에서는 차수에 의한 방법을 확장한  $k$ -차수방법( $k$ -degree method)을 제시한다.  $k$ -degree방법이란 하나의 정점에 해당되는 비용함수를 계산하고 제거를 위해 그 비용함수를 고려할 때 정점 자신의 차수만을 보는 것이 아니라, 차수를  $k$ 개까지 확장시켜 참조하는 것이다. 따라서, 같은 차수를 가진 정점이 있을 경우 위의 단순한 차수에 의한 방법에서는 그들 중에 임의로 선택하여 제거하였지만  $k$ -degree의 경우는 이것을  $k$ 개까지 확장시켜 이웃하는 정점의 차수( $k$ 개)가 더 작은 정점을 선택하여 제거하게 된다. 따라서, 이 방식은 단순한 차수에 의한 방법보다는 주변의 정점을 더 많이 고려하게 된다.

#### 4. 실험결과

본 논문의 실험은 SGI *Indigo<sup>2</sup>*에서 OpenInventor 라이브러리를 사용하여 C++로 구현하였다. 데이터는 USGS(U.S. Geological Survey)에서 획득한 DEM(Digital Elevation Model) 데이터를 변환하여 사용하였다. 서로 다른 두 가지 지형 모델에 대해 실험하였다. [그림 4]에서는 실험에 사용된 간략화 이전의 원래 지형을 보여주고 있다. [그림 6]에서는 지형 모델의 간략화 정도에 따른 최대 에러 측정 결과를 정점 제거방법인 두 가지 방법과 에지 축약 방법을 비교한 결과이다. 여기에서 에지 축약에 의한 간략화 방법이 정점 제거법에 비해 에러를 적다는 것을 알 수 있다. [그림 5]는 원래의 지형 모델에 대해 90% 간략화된 지형 모델을 보여 주고 있다. 처리 속도 비교를 위해 Heckbert가 제안한 기법[1](*qslim*)으로 속도 비교를 수행하였다. [표 1]에서의 속도 비교 결과는 Crater Lake 지형 모델에 대해 같은 제거율로 측정하였다.



(a) Abhlyy 지형(99468 faces) (b) Craterlake 지형(99472 faces)

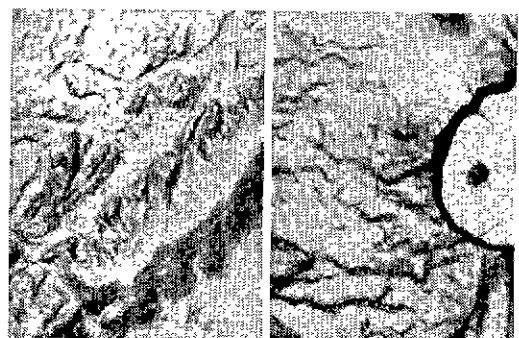
그림 4 원래의 지형 모델

제거비율	삼각형수	에지 축약(sec)	Quadratic error metric(sec)
10%	89526	12.41	15.68
30%	69630	16.97	19.04
50%	49726	20.31	21.15
70%	29842	23.78	24.13
90%	9947	26.83	27.16

표 1. 수행 시간 비교

#### 5. 결론 및 향후 과제

본 논문에서는 지형을 표현하는 기하학적인 구성요소들의 특성을 고려하여 지형 모델에서 에지축약방법을 사용하여 간략화를 수행하는 방법에 대해 기술하였다. 에지 제거를 위한 기



(a) 3092 vertices, 9946 faces (b) 5095 vertices, 9947 faces

그림 5. 간략화된 지형 모델(90% 제거)

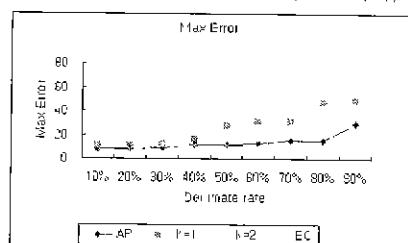


그림 6: 최대 에러(Max error) 측정 결과

준으로 여러 비용함수들을 함께 고려하므로써 간략화된 메쉬의 에러를 최소화하였다. 처리속도 개선을 위해 Hoppe가 제안한 계산량이 많은 에너지 함수를 사용하지 않는 대신에 에지를 세 부류로 나눈 뒤 에지 축약 후 새로운 정점의 위치 계산을 단순화 시켰다. 향후 과제 및 개선 사항은 다음과 같다. 점진적 메쉬(Progressive Mesh). 간략화 뿐만 아니라 역으로 세밀화(refinement) 해 나갈 수 있도록 효율적인 자료구조를 설계해야 할 것이다.

선택적 세밀화(Selective Refinement). 사용자가 원하는 지형의 일부분의 상세도를 높일 수 선택적 세밀화 기능이 제공되어야 할 것이다.

시점에 따른 세밀화(View-dependent Refinement). 시점에 변화에 따른 세밀화 기법이 제공되어야 된다[4].

#### 참고문헌

- [1] P. S. Heckbert and M. Garland. Surface simplification using quadratic error metrics. In *SIGGRAPH '97 Proc.*, Aug. 1997.
- [2] P. S. Heckbert and M. Garland. Survey of polygonal surface simplification algorithms. In *SIGGRAPH '97 Course Notes*, May 1997.
- [3] H. Hoppe. Progressive meshes. In *SIGGRAPH '96 Proc.*, pages 99–108, Aug. 1996.
- [4] H. Hoppe. View-dependent refinement of progressive meshes. *Computer Graphics (SIGGRAPH '97 Proc.)*, pages 189–198, July 1997.
- [5] H. Hoppe, T. DeRose, T. Duchamp, J. McDonald, and W. Stuetzle. Mesh optimization. In *SIGGRAPH '93 Proc.*, pages 19–26, Aug. 1993.
- [6] M. v. K. J. Snoeyink. Linear-time reconstruction of delaunay triangulations with applications. *Algorithms-ESA '97*, 1997.
- [7] W. J. Schröder, J. A. Zarge, and W. E. Lorensen. Decimation of triangle meshes. *Computer Graphics (SIGGRAPH '92 Proc.)*, 26(2):65–70, July 1992.