

# 압전재료에서 원공결함이 균열에 미치는 영향

이종권\*(인하대 대학원 기계공학과), 조종두(인하대 기계공학과)

## Influence of Circular Void on a Crack in a Piezoelectric Material

JongKwon Lee(Graduate Student, Inha Univ.), Chongdu Cho(Inha Univ.)

### ABSTRACT

In this paper, the influence of circular void on a crack in piezoelectric materials under mechanical and electric loads is investigated by using finite element method code, ANSYS.

Both ceramics and piezoelectric materials are compared with stress intensity factor and crack extension force at crack tip on arbitrary located circular void under Mode I loads.

It was found that piezoelectric materials's crack extension force is lager than ceramics.

**Key Words :** Piezoelectric Material(압전재료), Stress Intensity Factor(응력확대계수), Crack Extension Force(균열진전력)

### 1. 서론

압전재료(piezoelectric material)는 변형이나 응력을 가하면 전하(electric charge)가 발생하거나 반대로 전기장(electric field)이나 전기변위(electric displacement)를 가하면 변형이나 응력이 일어나는 압전효과(piezoelectric effect)로 인해 감지기(sensor), 작동기(Actuator), 변환기(transducer), 지능형 구조물(smart structure/material system)등의 많은 분야에 이용되는 이상적인 재료이다.<sup>(1)</sup>

최근에는 압전재료가 광범위하게 여러 가지 하중 조건 하에서 사용되고 있다. 또한 재료열화(material degradation) 현상은 전자장의 크기에 많은 영향을 받는다. 세라믹에 압전성(piezoelectricity)을 부여하는 과정에서 분극처리(poling process)가 필요하다. 이 과정에서 필요한 높은 전압 때문에 재료 내에 미소 균열이 발생하고, 성장할 수 있다.

또한 사용 중 기계적, 전기적 하중 하에서 압전 재료 내부의 결함(defect) 주위에서는 응력집중이 발생하므로 균열(Crack)이 성장하게 된다.

압전성능에 영향을 주는 결함의 종류에는 균열이 외에 공동(Void), 층간분리(delamination), 기공(porosities)등이 전기-기계적 열화(electro-mechanical

degradation)를 일으켜 결국 재료의 파괴에 이르게 된다.

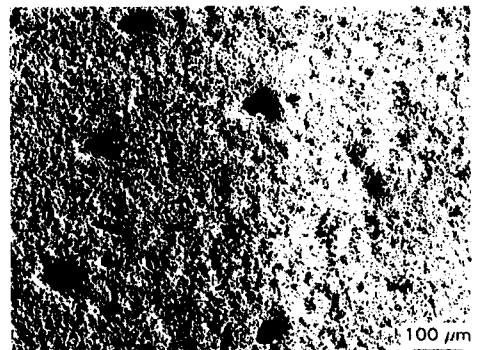


Fig. 1 Microstructures of PZT ceramics observed by SEM.

압전재료의 결함에 대한 파괴문제의 실험적 연구를 살펴보자. McQuarrie<sup>(2)</sup>는 전기피로(electric fatigue)가 압전세라믹 성질을 저하시킨다고 설명을 하였다.

Carl<sup>(3)</sup>은 미소균열(microcrack)형태와 결정입자(grain)경계에서의 균열성장이 성질을 저하시킨다고 발표하였다.

Jiang<sup>(4)</sup>은 전기피로가 세라믹의 기공과 연관이 있음을 연구하였다.

Wang et al.<sup>(5)</sup>은 피로열화(fatigue degradation)가 공동과 같은 내부결합 주위의 응력집중에 의하여 발생함을 보고하였다.

또한 해석적 방법에 의하여 Parton<sup>(6)</sup>은 응력장(stress field)과 전기장(electric field)이 균열에 따라 열화가 일어난다고 발표하였다.

Pak<sup>(7)</sup>은 총 포텐셜 에너지 해방률(total potential energy release rate) 개념을 제안하였다.

Park, Sun<sup>(8)</sup>은 기계 변형 에너지 해방률(mechanical strain energy release rate)이 균열전과 시 전기장의 영향을 예측한다고 제안하였다.

위와 같이 많은 연구자들에 의해 압전재료 내에 존재하는 결함의 영향이 연구되었으나, 모두 단일 결함의 경우에 국한되었다. 실제의 압전재료 내에는 여러 종류의 결함이 혼재하므로 실용성의 측면에서 서로 다른 종류의 결함들이 동시에 존재하는 경우에 대한 연구가 필요하다.

본 연구에서는 균열과 원공 결함이 동시에 존재하는 경우 균열선단(crack tip)에서 응력확대계수와 균열진전력에 미치는 영향을 관찰하고자 한다.

## 2. 이론식

### 2.1 지배방정식 및 구성방정식

Tiersten(1969)에 의한 3 차원 선형 압전성은 다음과 같이 표현된다.

$$\sigma_{ij,j} = 0 \quad (1)$$

$$D_{i,i} = 0 \quad (2)$$

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}S_{kl} - e_{kij}E_k \quad (3)$$

$$D_i = e_{ikl}S_{kl} + \epsilon_{ik}E_k \quad (4)$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2}(u_{j,i} + u_{i,j}) \quad (5)$$

$$E_i = -\phi_{,i} \quad (6)$$

여기서  $i, j, k, l = 1, 2, 3$  이고  $\sigma_{ij}, D_i, S_{ij}, u_i, E_i$  와  $\phi$  는 각각 응력, 전기변위(electric displacement), 변형률(strain), 변위(displacement), 전기장(electric field)과 전위(electric potential)를 나타낸다.

식(3), (4)는 구성방정식(constitutive equation)을 나타낸다.

여기서  $C_{ijkl}, e_{kij}, \epsilon_{ik}$  은 각각 탄성강성(elastic stiffness), 압전상수(piezoelectric constants), 유전상수

(dielectric permittivity constants)이다.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(c_{11} - c_{12})}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} s_{11} \\ s_{22} \\ s_{33} \\ 2s_{23} \\ 2s_{31} \\ 2s_{12} \end{Bmatrix} \quad (7)$$

$$- \begin{bmatrix} 0 & 0 & e_{31} \\ 0 & 0 & e_{31} \\ 0 & 0 & e_{33} \\ 0 & e_{15} & 0 \\ e_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & 0 \\ e_{31} & e_{31} & e_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} s_{11} \\ s_{22} \\ s_{33} \\ 2s_{23} \\ 2s_{31} \\ 2s_{12} \end{Bmatrix} \quad (8)$$

$$+ \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{Bmatrix}$$

### 2.2 응력확대계수

모드 I, II에 대한 균열 선단 주위의 응력, 전기 변위는 다음과 같이 표현된다.

$$\sigma_{1,3} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}}, \quad \sigma_{3,3} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}}, \quad D_3 = \frac{K_{IV}}{\sqrt{2\pi r}} \quad (9)$$

$$K_I = \sqrt{\pi a} \sigma_{33}^\infty, \quad K_{II} = \sqrt{\pi a} \sigma_{13}^\infty, \quad K_{IV} = \sqrt{\pi a} D_3^\infty$$

### 2.3 균열진전력

균열진전력(crack extension force),  $G$  은 균열선단에 작용하는 힘으로 고려할 수 있다. 이 힘은 균열이 성장함에 따라 계(system)가 방출하는 에너지인 에너지해방률이다.

Pak<sup>(7)</sup>은 선형압전재료에 대해 균열선단 근처 주위에서의 경로독립성 적분인  $J$ -적분이 균열진전력  $G$  와 동일함을 확인하였다.

$$J = G = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{1}{2\delta} \int_0^\delta [\sigma_{i3}(x_2) \Delta u_i(\delta - x_2) + D_3(x_2) \Delta \phi(\delta - x_2)] dx_2 \quad (i = 1, 3) \quad (10)$$

여기서  $\delta$ 는 균열진전(crack extension)이고,  $u_i, \phi$ 는 각각 변위와 전위이다.

Park, Sun<sup>(8)</sup>의해 제안된 기계 변형 에너지 해방률은 다음과 같이 정의된다.

$$G_I^M = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{1}{2\delta} \int_0^\delta \sigma_{33}(x_2) \Delta u_3(\delta - x_2) dx_2 \quad (11)$$

$$G_{II}^M = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{1}{2\delta} \int_0^\delta \sigma_{13}(x_2) \Delta u_1(\delta - x_2) dx_2$$

### 3. 해석

#### 3.1 해석모델

본 연구에서는 육방정(hexagonal crystal)의 장방형(transversely isotropic) 압전재료의 연속체 모델을 대상으로 하였으며 해석에는 상용 유한요소해석 프로그램인 ANSYS를 이용하였다.

선형 압전이론을 따르는 압전재료를 고려하면, 재료의 분극방향(poling direction)은  $x_3$  방향이고  $x_1, x_2$  평면은 등방평면(plane of isotropy)이다.

문제의 대칭성으로부터 모델에서는 전체의 1/4만 고려하였고,  $x_1, x_3$  축에 대칭(symmetry)을 부여하여 평면변형(plane strain)으로 해석하였다. 하중조건으로 모드 I을 만드는 응력, 전기장을 가하였다.

해석에서 모델의 크기는  $a/L=0.1, r/a=0.1\sim 1.5$  그리고  $\theta=0\sim 90^\circ$ 이다. 원공 결함의 크기는  $60\mu\text{m}$ 이었다.

해석에 이용된 PZT-4의 물성치는 Table 1.에 나타내었다.

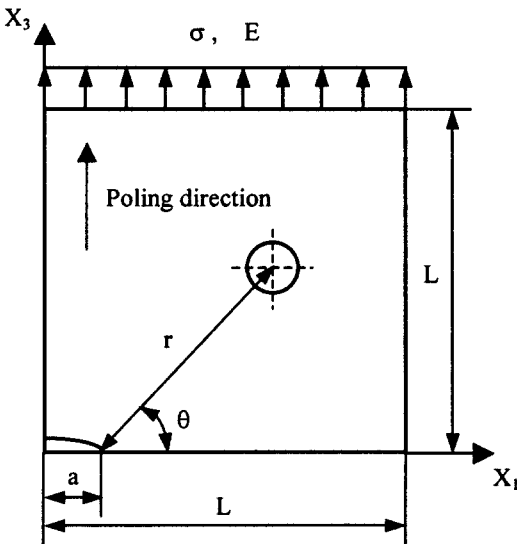


Fig. 2 Arbitrary located interacting crack and circular void under both mechanical and electrical loadings.

Table 1. Material properties of PZT-4 piezoelectric ceramics.<sup>(9)</sup>

Elastic stiffness (N/m <sup>2</sup> )	$C_{11}=14.02 \times 10^{10}$
	$C_{12}=7.89 \times 10^{10}$
	$C_{13}=7.57 \times 10^{10}$
	$C_{33}=11.58 \times 10^{10}$
	$C_{44}=2.53 \times 10^{10}$
Piezo constants (C/m <sup>2</sup> )	$e_{31}=-5.27$
	$e_{33}=15.45$
	$e_{15}=13.00$
Permittivity (C/Vm)	$\epsilon_{11}=6.37 \times 10^{-9}$
	$\epsilon_{33}=5.52 \times 10^{-9}$

#### 3.2 해석결과

세라믹과 압전재료에 응력만을 가한 경우를 해석하였고, Fig. 3, Fig. 4, Fig. 5에 나타내었다.

원공 결함의 위치변화( $r/a=0.1\sim 1.5, \theta=0\sim 90^\circ$ )에 따른 응력확대계수와 균열진전력을 구하였다.

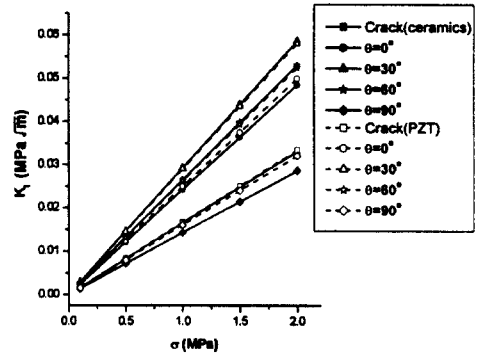


Fig. 3 Stress intensity factor at crack tip under mechanical loads. ( $r/a=0.1$ , ceramics vs. PZT)

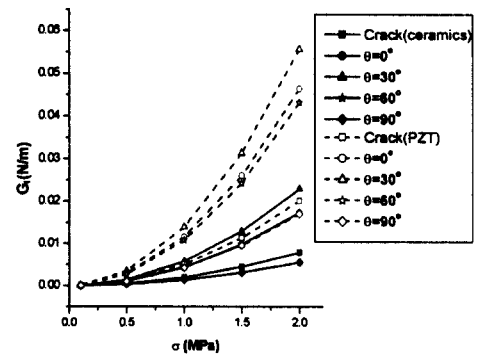


Fig. 4 Crack extension force at crack tip under mechanical loads. ( $r/a=0.1$ , ceramics vs. PZT)

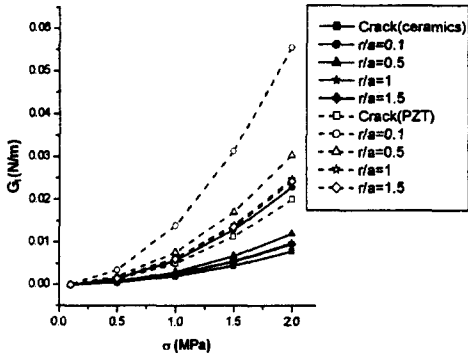


Fig. 5 Crack extension force at crack tip under mechanical loads. (theta=30°, ceramics vs. PZT)

압전재료에 응력과 전기장을 동시에 가한 경우를 해석하였다. 먼저 응력을 고정하고 전기장을 점차 증가한 경우와 반대로 전기장을 고정하고 응력을 증가한 경우를 해석하였고, Fig. 6, Fig. 7에 나타내었다. 원공 결함의 위치변화(r/a=0.1~1.5, theta=0~90°)에 따른 응력확대계수와 균열진전력을 구하였다

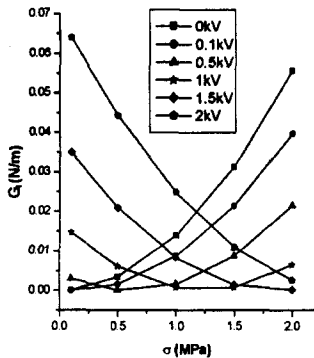


Fig. 6 Crack extension force at crack tip under both loads. (r/a=0.1, theta=30°)

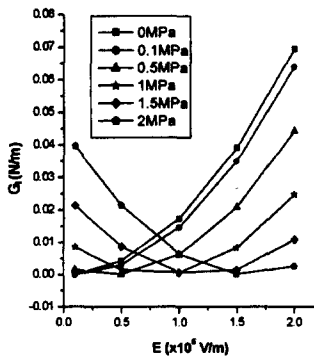


Fig. 7 Crack extension force at crack tip under both loads. (r/a=0.1, theta=30°)

#### 4. 결론

유한요소해석을 통하여 육방정의 장방형 압전재료에서 응력과 전기장이 가해질 경우에 균열선단거동에 대하여 다음과 같은 결론을 얻어내었다.

(1) 기계적 하중을 받는 일반 세라믹과 압전재료를 비교하면 두 경우 모두 원공 결함의 위치변화에 따라서 r/a=0.1, theta=30°에서 최대치, r/a=1.5, theta=90°에서 최소치를 나타내었으며 응력확대계수는 거의 같게 나타났다.

균열진전력은 압전재료의 경우가 일반 세라믹보다 약 2.5 배 크게 나타났다.

(2) PZT-4 압전재료는 기계적-전기적 하중을 동시에 가한 결과 전기적 하중의 변화에 더 민감하게 반응하였다.

#### 참고문헌

1. Park, S. B and Sun, C. T., "Fracture Criteria for Piezoelectric Ceramics", Journal of the American Ceramic Society, Vol. 78, pp. 1475 - 1480, 1995.
2. McQuarie, M., "Time effects in the hysteresis loop of polycrystalline barium titanate", Journal of Applied Physics, Vol. 24, pp. 1334 - 1335, 1953.
3. Carl, K., "Ferroelectric properties and fatiguing effects of modified PbTiO<sub>3</sub> ceramics", Ferroelectrics, Vol. 9, pp. 23 - 32, 1975.
4. Jiang, Q. and Cross, L. E., "Effects of porosity on electric fatigue behavior in PLZT and PZT ferroelectric ceramics", Journal of Material Science, Vol. 28, pp. 4536 - 4543, 1993.
5. Wang, D., Carman, G. P. and Fotinich, Y., "Influence of temperature on the electro-mechanical and fatigue behavior of piezoelectric ceramics", Journal of Applied Physics, Vol. 83, pp. 4536 - 4543, 1998.
6. Parton, V. Z and Kudryavtsev, B. A., "Electromagnetoelasticity", Gordon and Breach Science Publishers, New York, 1988
7. Pak, Y. E., "Crack extension force in a piezoelectric material", Journal of Applied Mechanics, Vol. 57, pp. 647 - 653, 1990.
8. Park, S. B. and Sun, C. T., "Effect of electric field on fracture of piezoelectric ceramics", International Journal of Fracture, Vol. 70, pp. 203 - 216, 1995.
9. Jaffe, B. and Cook, W., "Piezoelectric ceramics", Academic Press, 1971.