

## J-적분을 이용한 용접부 강도 해석

이민호\*(전남대 대학원 기계공학과), 양영수(전남대 기계공학과)

### A Strength Analysis of Welded Plates Using the J-integral

M. H. Lee(Mech. Eng. Dept., CNU), Y. S. Yang(Mech. Eng. Dept., CNU)

#### ABSTRACT

Study of Weldment fracture behavior includes thermal analysis, residual stress analysis, and fracture analysis. The J-integral loses its path-independency in a residual stress field. Therefore, it is necessary to develop a program to calculate the J-integral in a welded plate. In this study, theoretical formulation and program were developed for the evaluation of the J-integral at the crack tip of weldments. To verify equations and program, welded thin plate and thick plate were used to calculate residual stress and the J-integral.

**Key Words** . The J-integral(J-적분), Thermal analysis(열전도해석), Fracture analysis(파괴해석), Welding(용접), Residual stress(잔류응력), Crack(균열)

#### 1. 서론

구조물의 용접 중에는 용접 아크에 의해 높은 열이 발생되며 이로 인하여 불균일한 온도 분포와 열응력이 발생하고 용접 후에는 비선형 소성 변형으로 인한 잔류응력이 존재하게 된다. 이러한 잔류응력을 구조물의 변형과 파괴 강도에 심각한 영향을 미치게 된다. 또한 용접중심부의 인장 잔류응력은 균열 전파력을 증가시키며 취성파괴에 대한 구조물의 저항력을 감소시켜 용접구조물의 파괴거동에 크게 영향을 미치게 된다. 그러므로 이러한 용접중의 열전도에 의한 온도변화와 용접 잔류응력의 예측 및 잔류응력이 파괴 거동에 미치는 영향 등을 정확히 파악하는 것은 용접구조물의 안정성과 적합성, 내구성 등의 예측에 매우 중요하다.

선형 탄성 파괴해석에서는 응력확대계수가 널리 이용되며 탄소성 파괴해석에서는 CTOD에 의한 근사식이 많이 이용되지만 최근에는 컴퓨터와 유한요소법의 발전으로 J-적분에 의한 파괴해석이 매우 효과적으로 이용되고 있다 Rice<sup>1)</sup>에 의하여 제안된 J-적분은 Wilson<sup>2)</sup>, Blackburn<sup>3)</sup>, Aoki<sup>4,5)</sup>, Shin<sup>6)</sup> 등에 의하여 탄소성 영역과 열응력 등의 분야로 확대 적용되었다.

용접 잔류응력은 선형 탄성 파괴해석에서는 중첩법에 의하여 쉽게 반영될 수 있으나 탄소성 해석에

서는 용접에 의한 소성변형을 고려하기 위한 별도의 해석절차가 필요하다.

본연구에서는 다음의 세 단계를 통하여 1)용접 열전도, 2)잔류응력, 3)파괴해석 순으로 수행하였다.

1) 열전도 해석 . 용접 열원에 의한 온도 분포의 시간에 대한 변화의 해석

2) 잔류응력 해석 온도분포 결과를 이용한 열응력, 잔류응력 및 변형의 해석

3) 파괴해석 . 잔류응력과 외력의 복합하중이 주어지는 용접구조물에 대한 J-적분을 이용한 파괴 해석

용접구조물에서는 잔류응력으로 인하여 J-적분이 적분경로에 관계없이 일정한 값을 갖는 특성을 잊지 되므로 본 연구에서는 균열선단에서의 J-적분을 계산하기 위한 이론식 및 프로그램을 개발하였다 ABAQUS를 이용하여 잔류응력과 외력에 대한 응력분포를 계산하였으며, 잔류응력과 외력의 복합하중에 대한 J-적분을 계산하였다

#### 2. 열전도 해석

##### 2-1) 용접 열전도

구조물의 용접 시에는 아크에 의하여 열이 발생되어 용접물에 온도 변화를 일으키며 이로 인하여 구조물에는 열응력이 발생하고 용접후에는 잔류응력

과 변형이 존재하게 된다. 또한 용접중에는 열영향부의 조직변화로 인한 인성의 저하, 부분적인 열처리 효과에 의한 강도의 저하등의 변화가 일어난다 이러한 문제들을 해석하기 위해서는 먼저 용접중의 열전도 해석을 수행하여야 한다.

단순한 형태의 용접문제에 대해서는 해석적인 방법들이 이용될 수 있으나 컴퓨터의 발전으로 유한요소법을 이용한 수치 해석적인 방법이 용접열전도의 해석에 주로 이용되고 있다<sup>7,8)</sup>. 물체내의 에너지 평형은 다음과 같이 주어진다.

$$\int_V \rho U D V = \int_S q dS + \int_V r dV \quad (1)$$

여기서  $U$ 는 내부에너지 변화율,  $q$ 는 단위 면적당 heat flux  $r$ 은 외부로부터 공급되는 열이다. 위의 식과 Fourier의 열전도식을 Galerkin method를 이용하여 Variational form으로 변환하면 열전도의 유한요소 해석을 위한 다음과 같은 기본식을 얻을 수 있다.

$$\int_V \rho U \delta \theta dV + \int_V \frac{\partial \delta \theta}{\partial k} k \frac{\partial \theta}{\partial x} dV = \int_V \delta \theta dV + \int_S \delta \theta q dS \quad (2)$$

여기서  $\theta$ 는 온도,  $k$ 는 열전도 계수이다.

용접에 의한 열전도는 일반적인 열전도 현상과 달리 용접아크가 이동을 하므로 시간에 따라 열원의 위치가 변하는 이동열원을 고려해야 한다. 또한 용접에 의한 열전도는 온도변화의 범위가 넓으므로 열전도율, 비열 등의 재료특성의 온도에 대한 변화를 고려해야 한다.

## 2-2) 유한요소 모델

용접문제 해석의 특징은 용융부나 열영향부 등을 모델링 하기 위하여 매우 작은 요소들을 필요로 하며 이동열원으로 인하여 매우 작은 시간증분을 필요로 한다 그러므로 용접문제의 해석에는 막대한 분석시간과 저장용량을 필요로 한다 따라서 문제를 단순화시키는 것이 중요하며 특히 2차원 가정이 많이 이용된다. 박판의 용접의 경우는 두께방향으로의 열전도를 무시한 2차원 해석을 이용하며, 두꺼운 판의 경우에는 각 단면은 같은 온도변화를 갖는다는 가정 하에 용접선상에 수직인 단면을 취하여 2차원 해석을 수행한다 그림 (1)에 용접선상에 수직인 단면에 대한 열전도 모델을 나타내었다.

용접아크에 의해 발생된 열은 일부분은 용접봉으로의 전달, 대기중으로의 대류, 방사 등에 의해 손실되며 대부분의 에너지는 용접물로 전달된다. 용접 열원의 세기는 단위길이당의 입열량으로 계산되며 용접물에 전달된 입열량은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$H = \eta E I V \text{ (J/mm)} \quad (3)$$

여기서  $\eta$ 은 아크 효율이며  $E$ 는 아크 전압(Volts),  $I$ 는 아크 전류(Ampères),  $V$ 는 용접아크의 이동속도

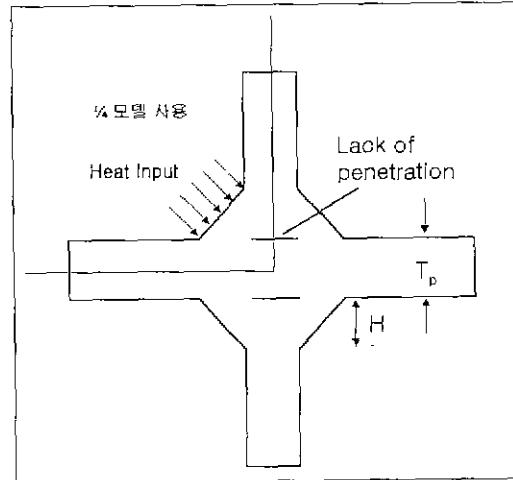


Fig 1. 용접부의 2차원 형상

(mm/sec)이다.

## 2-3) 해석 결과

유한요소 모델에 대한 열원의 분포 형태의 영향을 고려하기 위하여 다음의 2가지 열원에 대한 열전도 해석을 수행하였다.

- 1) 균일하게 분포된 표면 열원(Surface flux)
- 2) 가우시안 분포를 이용한 표면 열원  
(Surface flux)

가우시안 분포는 다음식을 이용하였다.

$$q(r) = q_0 e^{-r^2} \quad (4)$$

여기서,  $r$ 은 열원중심에서의 거리,  $q_0$ 는 아크 중심에서의 열원의 세기,  $C$ 는 형상계수이다.

이러한 열원의 형태는 용접부 근처의 국부적인 부분의 온도분포에 영향을 미치며 용접부에서 어느정도 떨어진 위치에서는 크게 영향을 미치지 못한다.

해석 결과로부터 가우시안 표면열원이 용융부와 열영향부에 대한 형상을 비교적 정확하게 예측하고 있는 것을 알 수 있었다 따라서 이후의 분석에서는 가우시안 표면열원이 이용되었다.

## 3. 잔류응력 해석

구조물의 용접중에는 용접아크에 의한 입열로 온도가 급상승하게 되며 이로 인하여 용접부 주위에는 불균일한 열응력과 소성변형이 발생하며 용접 후에는 잔류응력이 발생하게 된다. 후판의 다층용접을 3차원으로 해석하는 것은 거의 불가능하므로 대체로 용접선상에 수직인 단면을 이용한 2차원 해석을 수행한다. 본 연구에서는 소성변형이 온도에 미치는 영향을 무시하고 열전도 해석과 응력해석을 분리하여 수행하였으며 열전도 해석에서 구해진 온

도결과를 이용하여 동일한 모델을 이용하여 응력해석을 수행하였다.

### 3-1) 해석 모델

다중용접의 잔류 응력을 평면 응력으로 해석할 경우에는 두께방향으로 과도한 응력이 발생하게 되어 실제 현상과 오차가 큰 결과를 나타내므로 본 연구에서는 두께방향의 변형을 고려하기 위하여 Generalized plane strain 가정을 이용하였다.

ABAQUS에서 사용되는 Generalized plane strain 요소에서는 모델이 두 개의 경계면 사이에 놓여져 있다고 가정한다. 초기에 평행한 이 두 개의 평면은 상대적인 강체운동을 하며 이로 인해서 모델 전체에 선형적으로 변화하는 두께방향의 변형이 발생하게 된다. 모든 요소에서의 경계면은 동일하며 경계면 간의 상대거리는 다음과 같이 정의된다

$$t = t_0 + \Delta u_z + (y - Y_0)\Delta\Phi_x - (x - X_0)\Delta\Phi_y \quad (5)$$

여기서  $P_0(X_0, Y_0)$ 는 한 경계면상의 고정점이며  $t_0$ 는 초기값,  $\Delta u_z$ 는 상대거리의 변화량,  $\Delta\Phi$ 는 두 평면간의 각 변화이다

### 3-2) 해석 결과

다음은 S22 방향의 응력 해석 결과이다.

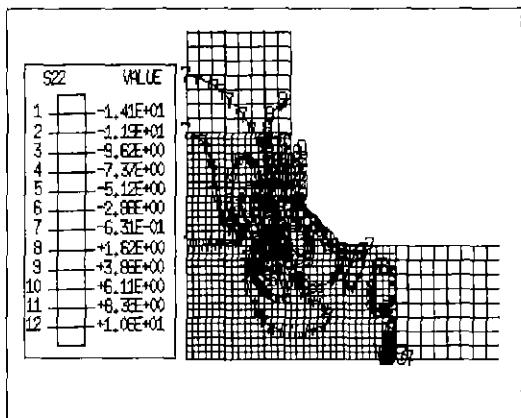


Fig 2. 유한요소 모델 및 응력해석 결과

## 4. 파괴 해석

J-적분은 Rice에 의해 비선형 탄성체에서 균열주위에서의 변형에너지 방출률(strain energy release rate)로 제안되었으며 다음과 같이 표시된다.

$$J = -\frac{d\Pi}{da} = \int_{\Gamma} (Wn_i - T_i \frac{\partial u_i}{\partial x_i}) ds \quad (6)$$

여기서  $\Pi$ 는 위치 에너지(potential energy),  $W$ 는 변형에너지 밀도(strain energy density),  $T_i$ 는 표면작용력(surface traction),  $u$ 는 변위,  $a$ 는 균열길이,  $\Gamma$ 는 신

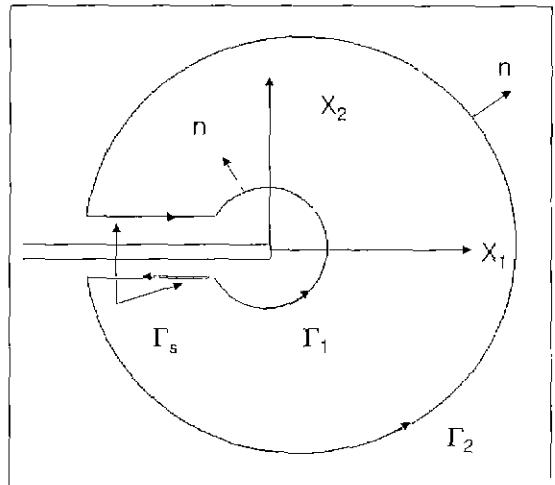


Fig 3. 크랙 선단과 파괴진행영역의 형상

적분의 적분 경로이다 J-적분은 비선형 탄성체에서 적분경로에 무관한 특성을 갖는다.

용접부의 J-적분해석을 위해서는 먼저 용접에 의한 열전달 해석과 잔류응력 해석이 선행되어야 한다. 잔류응력과 외력이 동시에 주어지는 경우에 대한 J-적분해석을 수행하여야 한다. 용접부위에서는 용접중에 누적된 잔류응력과 소성변형에 의해서 J-적분값이 적분경로에 따라 다른값을 갖게 된다 따라서 균열선단에서의 J-적분을 구하기 위해 균열주위의 작은 요소를 사용하여 균열선단에서의 J-적분값을 근사값으로 이용할수도 있으나 정확한 J-적분값을 구하기 위해서는 초기소성변형을 고려한 J-적분식의 도입이 필요하다.

균열선단에서의 복합하중에 대한 J-적분값은 다음과 같이 주어진다.

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} J = - \int_{\Gamma_{as}} T_i \frac{\partial u_i}{\partial x_i} d\Gamma \quad (7)$$

여기서  $\rho$ 는 적분경로  $\Gamma_1$ 의 반경,  $\Gamma_1$ 은 파괴 진행구역을 둘러싸는 영역이다.에서 1,에서 0의 값을 갖는 임의의 연속함수  $q$ 를 이용하면, 균열표면에 작용하는 외력이 없을 경우

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} J = \int_{\Gamma + \Gamma_1} \sigma_y n_j \frac{\partial u_i}{\partial x_i} q d\Gamma \quad (8)$$

균열선단의 형상은 그림(3)과 같다. Divergence theorem을 이용하면

$$\begin{aligned} \lim_{\rho \rightarrow 0} J &= \int_A \left( \sigma_y \frac{\partial u_i}{\partial x_i} q \right)_j dA \\ &= \int_A \sigma_y \frac{\partial \epsilon_y}{\partial x_i} q dA + \int_A \sigma_y \frac{\partial u_i}{\partial x_i} q_j dA \end{aligned} \quad (9)$$

파괴 진행구역이 줄어들면  $A$ 는 균열선단 영역을 포함하게 된다. 전체 변형은 탄성변형, 소성변형,

용접에 의한 소성변형의 합으로 다음과 같이 표시된다.

$$\varepsilon_y = \varepsilon_y^e + \varepsilon_y^p + \varepsilon_y^{wp} \quad (10)$$

식 (17)과 (18)을 이용하여 용접부의 J-적분을 다음의 식으로 표현할 수 있다.

$$J = \int_A \sigma_y \frac{\partial \varepsilon_y'}{\partial x_1} q dA + \int_A \sigma_y \frac{\partial u_i}{\partial x_1} q_j q_j dA + \int_A \sigma_y \frac{\partial (\varepsilon_y^p + \varepsilon_y^{wp})}{\partial x_1} q dA \quad (11)$$

식 (11)을 Isoparametric 요소를 이용한 유한요소식으로 변환시키면 다음과 같이 표시된다.

$$J = \sum_{Elements} \sum_{Gaussian-Points} \left[ \frac{\partial W_e}{\partial x_1} q + \sigma_y \frac{\partial u_i}{\partial x_1} q_j + \sigma_y \frac{\partial (\varepsilon_y^p + \varepsilon_y^{wp})}{\partial x_1} q \right] D w \quad (12)$$

여기서, D는 jacobian matrix의 determinant, w는 weight factor이다.

J-적분의 해석과정은 다음 그림과 같다.

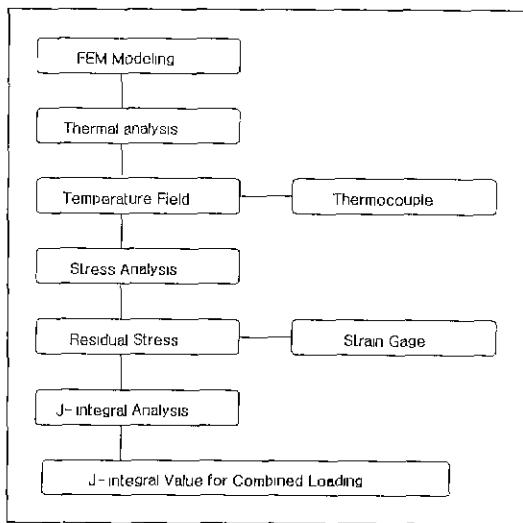


Fig 4 복합응력 상태에서의 J-적분 해석과정

## 5. 결론

본 연구에서는 유한요소법을 이용한 용접에 의한 열전도 해석, 잔류응력 해석 및 파괴거동해석에 대하여 설명하였다.

용접구조물의 파괴거동을 분석하기 위해서는 용접 중의 열전달 해석, 잔류응력 해석, 그리고 파괴해석이 같이 병행되어야 한다. 본 연구에서는 J-적분을 이용하여 용접부의 균열에 대한 탄소성 파괴해석을

수행하였다. 용접부의 J-적분 해석을 위한 절차는 다음과 같다.

1) 열전도 해석 : 용접 열원에 의한 온도 분포의 시간에 대한 변화의 해석

2) 잔류응력 해석 : 온도분포 결과를 이용한 열응력, 잔류응력 및 변형의 해석

3) 파괴해석 : 잔류응력과 외력의 복합하중이 주어지는 용접구조물에 대한 J-적분을 이용한 파괴해석

잔류응력이 존재하면 J-적분은 적분경로에 관계없이 일정한 값을 갖는 특성을 놓고 균열선단에서의 J-적분을 계산하기 위한 이론식 및 프로그램을 개발하였다. ABAQUS를 이용하여 잔류응력과 외력에 대한 응력분포를 계산하였으며 잔류응력과 외력의 복합하중에 대한 J-적분을 계산하였다. 잔류응력과 외력의 복합하중에 대한 J-적분의 계산 결과 균열선단에서의 응력 집중의 영향이 있는 균열선단 근처의 경로를 제외하면 적분경로에 무관하게 일정한 J-적분 값을 계산할 수 있다.

## 참고문헌

- Rice, J. R., A path independent Integral and the Approximate Analysis of strain Concentration by Notches and Cracks, Journal of Applied Mechanics, Vol. 15, No. 4, pp.377-387, 1979
- Wilson, W. K and Yu, I, The Use of the J-integral in Thermal Stress Crack Problems, International Journal of Fracture, Vol. 15, No 4, pp 377-387, 1979
- Blackburn, W. S., Jackson, A. D., and Hellen, T. K., An Integral Associated With the State of a Crack Tip in a Non-elastic Material, International Journal of Fracture, Vol. 13, No. 2, pp 183-200, 1977
- Kishimoto, K., Aoki, S., and Sakata, M., On the Path Independent Integral J, Engineering Fracture Mechanics, Vol. 13, pp 841-850. 1980
- Aoki, S., Kishimoto, K., and Sakata, M., Elastic -Plastic Analysis of Cracks in Thermally Loaded Structures, Engineering Fracture Mechanics, Vol 16, No. 3, pp 405-413, 1982
- Shih, C. F., Moran, B., and Nakamura, T., Energy Release Rate along a three-dimensional Crack Front in a Thermally Stressed Body, International Journal of Fracture, Vol. 30, pp 79-102, 1986,
- Hibbit, H. D., and Marcal, P. V., A numerical thermo-mechanical model for the welding and subsequent loading of a fabricated structures, 3, pp1145-1174, 1973
- Friedman, E., Thermo-mechanical analysis of the welding process using the finite element method, Journal of pressure vessel technology, Trans of ASME, 97(3), pp206-213