

# Homodyne interferometer의 Non linearity 측정

김종윤\*(충북대 대학원 정밀기계공학과), 엄태봉(한국표준과학연구원), 정규원(충북대 기계공학부), 최태영(충남대 대학원 수학과), 이건희(충남대 수학과)

## Measurements of Nonlinearity in homodyne interferometer

J. Y. Kim(Mech. Eng. Dept., CBNU), T. B. Eom(Length Group, KRISS), K. W. Jeong(School of Mech. Eng., CBNU), T. Y. Choi(Math. Dept., CNU), K. H. Lee(Math. Dept., CNU)

### ABSTRACT

Nonlinearity is one of the primary causes of error in precision length measurement using laser interferometer. It arises periodically. The periodical nonlinearity usually ranges from sub-naometre to several nametres. In the homodyne interferometer, it results from a number of factors including polarization mixing, imperfect optical element, unequal gain of detectors, misalignment of axes between input beam and beam splitter. In this paper, we described a method for measuring and compensating the nonlinearity of homodyne interferometer using the elliptical least-square fitting technique associated with electric method and experimental results in one frequency polarization interferometer.

**Key Words :** Laser interferometer(레이저 간섭계), Nonlinearity(비선형성), Homodyne interferometer(호모다인 간섭계)

### 1. 서론

레이저를 광원으로 한 간섭계는 측정 단위인 파장이 미터에 직접 소급되고 높은 가간섭에 의한 긴 측정거리, 높은 주파수 안정도에 의한 좋은 정밀 정확도를 얻을 수 있기 때문에 정밀 길이 측정장치에 널리 사용되고 있다. 이 레이저 간섭계는 보통 수십미터의 측정범위에서 Å수준의 분해능을 갖고 있으며  $10^{-7}$ 이상의 정확도를 얻고 있다. 레이저 간섭계가 갖는 중요한 오차요인은 광원인 레이저의 주파수 안정도, 측정시스템의 부정확에 의한 정렬오차, 공기 굴절을 보정에 따른 오차 및 진동 등이 있다. 최근 나노기술의 급격 발달에 따라 나노미터 수준의 정밀 정확도를 갖는 길이 측정이 여러 분야에서 요구되고 있는데 이 경우 비선형성과 간섭계 자체의 노이즈가 주요한 오차요인이 되고 있다. 특히 짧은 측정범위에서 고 분해능과 절대적 측정 정확도를 요구할 때 간섭계에서 발생하는 비선형성에 의한 오차가 측정에서 가장 큰 제약으로 작용하고 있다.

레이저 간섭계는 단일 주파수를 사용하는 homodyne 간섭계와 두 개의 주파수를 사용하는 heterodyne 간섭계가 있다. 전자의 경우 고전적으로 가장 많이 사용된 방법으로 광원제작의 용이함, 높은 분해능, 신호처리의 간단함 때문에 실험실 수준에서 쉽게 구현할 수 있다. 반면 간섭무늬의 세기를 신호로 사용하기 때문에 노이즈 및 정렬상태에 민감한 단점이 있다. 후자의 경우 doppler shift에 의한 주파수 변화를 이용하여 이동길이를 측정하기 때문에 homodyne에서 문제가 된 노이즈 및 정렬상태에 덜 민감하나 신호처리가 복잡하고, 측정속도에 제약이 있으며, 2개의 직교한 주파수 성분을 갖는 레이저를 광원으로 사용하여야 하는 문제가 있다.

광경로가 한주기( $2\pi$  위상)변함에 따라 발생하는 비선형성 오차는 주기적인 특성을 갖고 있는데 heterodyne 간섭계에서 처음 연구되기 시작하였다.  $90^\circ$  위상차를 갖는 두 신호를 이용하는 homodyne 간섭계는 검출기의 편광광속분리기(PBS)에서 발생하는 polarizing mixing에 의해 비선형성이 발생되는데 2nd order의 위상오차를 갖는다. 두 주파수 성분

이 서로 직교하지 않는 등의 원인으로 간섭계의 PBS에서 두 성분이 정확하게 분리되지 않기 때문에 비선형성 오차가 발생하는 heterodyne 간섭계는 1st order의 비선형성 오차를 갖게 되어 homodyne 보다 큰 비선형성 오차가 있음이 보고 되었다.

그러나 heterodyne 간섭계에서 광학적인 방법과 전자적인 방법에 의해 1st order 비선형성 오차를 제거하는 연구가 진행되었다. homodyne 간섭계의 경우 실제적인 측정에 있어 polarizing mixing에 의한 비선형성 뿐만 아니라 90° 위상차를 갖는 두 신호를 얻는데 있어 1)간섭계의 두 팔(optical arm)에 분리된 두 빛의 세기 차이 2)간섭무늬 검출기의 이득의 차이 3)두 신호사이의 위상차가 90° 에서 벗어남 4) 전자회로의 offset 및 이득의 차이 등으로 인하여 비선형성이 증폭된다. 만일 이러한 비선형성 오차가 없다면 즉, 이상적인 경우 두 신호는 원(Lissajous circle)을 그릴 것이다. 그러나 비선형 때문에 원에서 찌그러진 타원이 형성된다.

본 논문에서는 homodyne 간섭계에서의 비선형성 오차요인을 살펴보고 이 비선형성을 이론적으로 보정할 수 있는 방법이 제시될 것이다. 또한 homodyne 간섭계를 구성하여 비선형성에 대한 오차와 타원 fitting 방법에 의한 비선형 오차보정법을 실험적으로 제시할 것이다.

## 2. 비선형오차 요인 및 비선형성 보정

일반적으로 가장 널리 사용되는 homodyne 방식의 편광 간섭계가 Fig.1 에 있다.

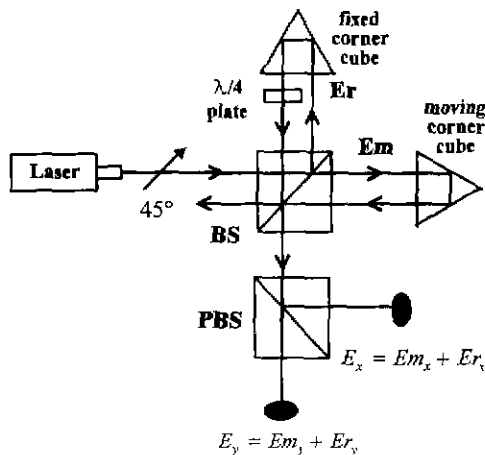


Fig. 1 homodyne interferometer

45° 방향으로 편광된 단일 주파수의 광속이 광속 분리기(BS)에서 둘로 분리 되어 고정코너큐브(기준

팔)와 이동코너큐브(측정팔)로 향한다. 이 두 빛은 각각 코너큐브에서 반사된 후 다시 BS에서 합쳐지면서 간섭되어 검출기로 향한다. 고정코너큐브에서 반사된 빛은 λ/4판을 통과하면서 원형편광으로 바뀐다. 두 팔에 향하는 electric field의 크기는 (1)식이 된다.

$$\begin{aligned} E_r &= A \exp[ i(\omega t + 2kl_r + \varphi_r) ] \\ E_m &= B \exp[ i(\omega t + 2kl_m + \varphi_m) ] \end{aligned} \quad (1)$$

여기서  $l_r$ 과  $l_m$ 은 BS와 코너큐브사이의 거리,  $\omega$ 는 레이저의 주파수,  $\varphi_r$ 과  $\varphi_m$ 은 초기위상으로, 다음부터는 같다고 가정한다. BS에서 합쳐진 두 빛의 electric field의 크기는  $E_r + E_m$  이 되고 이것은 PBS에서 둘로 분리되는데 이때 각각의 electric field의 크기는 (2)식이 된다.

$$\begin{aligned} E_x &= E_{m_x} + E_{r_x} \\ &= B_x e^{i(\omega t + 2kl_m)} + A_x e^{i(\omega t + 2kl_r)} \\ E_y &= E_{m_y} + E_{r_y} \\ &= B_y e^{i(\omega t + 2kl_m)} + A_y e^{i(\omega t + 2kl_r + \frac{\pi}{2})} \end{aligned} \quad (2)$$

광검출기에서 검출된 신호는 electric field의 제곱에 비례하기 때문에 광검출기의 출력은 (3)식이 된다.

$$\begin{aligned} I_x &\propto (E_x)(E_x)^* \\ &= B_x^2 + A_x^2 + 2A_x B_x \cos[2k(l_m - l_r)] \\ I_y &\propto (E_y)(E_y)^* \\ &= B_y^2 + A_y^2 + 2A_y B_y \cos[2k(l_m - l_r) - \frac{\pi}{2}] \end{aligned} \quad (3)$$

두 팔의 광경로차  $l_m - l_r$ 이 변화하게 되면 두 광검출기의 출력은  $(I_x, I_y)$  위상차가 90° 가 되는 정현파로 변화하게 된다. 만일 레이저 광속이 45° 로 선형 편광되어 있고, BS와 PBS가 빛을 같은 세기로 분리시킨다면  $B_x, A_x, B_y, A_y$ 는 같게 되어 (3)식의 제곱의 합이 일정한 원(Lissajous circle)이 된다.

$$\begin{aligned} I_x &= I_o + a \cos \varphi \\ I_y &= I_o + a \sin \varphi \end{aligned} \quad (4)$$

여기서  $\varphi$ 는  $2(l_m - l_r)$ 이  $\lambda$  만큼 변할 때 한 주기 ( $2\pi$ )변하는 위상값이다. 그러나 실제의 경우 BS나 PBS에서 분리되는 비율이 틀리고, 위상이 정확하게 90° 로 분리되지 않는다. 또한 광소자의 offset, 이득이 서로 같지 않기 때문에 실제의 신호는 일반적으로 타원식이 된다.

$$I_x = I_{x_0} + a \cos(\varphi + \delta)$$

$$I_y = I_{y_0} + b \sin \varphi \quad (5)$$

여기서  $I_{x_0}$ 와  $I_{y_0}$ 는 간섭무늬의 DC성분이고  $a$ 와  $b$ 는 간섭신호의 진폭으로 거의 변하지 않는 상수이며,  $\delta$ 는 두 신호가  $90^\circ$ 에서 벗어난 정도이다. 또한 PBS가 불완전하거나 정렬이 좋지 못한 관계로 다른 편광성분이 누설될 수 있다. 즉 (2)식에서 검출기에서의 전기장  $E_x$ 에  $E_i$ 와  $E_{r_y}$ ,  $E_y$ 에  $E_i$ 와  $E_{r_x}$ 가 아주 작게 섞이게 되어 (5)식은 (6)식으로 다시 쓸 수 있다.

$$I_x = I_{x_0} + a \cos(\varphi + \delta) + 2a^2 \sin \varphi$$

$$I_y = I_{y_0} + b \sin \varphi + 2a^2 \cos \varphi \quad (6)$$

이 식에서 볼 수 있듯이 polarizing mixing ( $a$ )에 의한 비선형성은 2nd order로 작은 양이 된다. 일반적으로  $90^\circ$  위상차를 갖는 간섭계에서의 위상은 원으로 가정하여 (7)식으로 계산한다.

$$\varphi = \tan^{-1}(I_y/I_x) \quad (7)$$

그러나 이 식은 식 (5)에서 볼 수 있듯이 비선형성을 내포하고 있는 일반 간섭계에서는 적용할 수 없고 타원 fitting을 하여야 비선형 오차가 어느 정도 제거 된다. (5)식을 직교 좌표계에서 일반적인 타원식으로 다시 쓰면 (8)식이 된다.

$$Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0 \quad (8)$$

여기서  $A, \dots, F$ 는 타원의 모양과 위치를 결정하는 상수로 식(5)의  $I_x, \dots, \delta$ 는 상수  $A, \dots, F$ 로 표시될 수 있다. 간섭 무늬 신호인  $I_x, I_y$ 에 해당되는 데이터( $x_i, y_i$ )를 일반적인 타원식 (8)에 적용하여 최소자승법으로 fitting함으로써 즉, 모든 데이터 쌍( $x_i, y_i$ )와 타원 사이의 거리의 제곱의 합이 최소가 되는 조건을 적용하여  $A, \dots, F$  값을 구할 수 있고, 다시 (5)의 계수  $I_0, \dots, \delta$ 를 정하게 된다. 따라서 타원 fitting에 의한 위상은 (7)식이 아닌 (9)식에서 구할 수 있게 된다.

$$\varphi = \tan^{-1} \left[ \cos \delta / \left( \sin \delta + \frac{b}{a} \left( \frac{I_x - I_{x_0}}{I_y - I_{y_0}} \right) \right) \right] \quad (9)$$

### 3. 실험방법

이 실험에 사용된 homodyne 방식의 간섭계가 Fig.2에 있다.

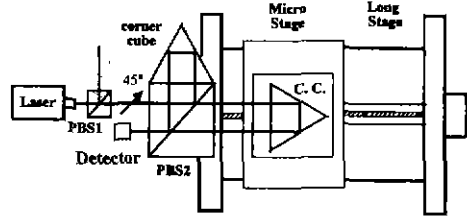


Fig. 2 homodyne interferometer

주파수가 안정화된 단일 주파수의 레이저광속은  $45^\circ$ 로 놓인 PBS1에 의해  $45^\circ$ 로 선형 편광된 성분만 투과하여 간섭계로 입사된다. 이 빛은 PBS2에서 수직·수평편광성분으로 분리된 후 각각의 코너큐브에서 반사된 후 다시 PBS2에서 합해져 간섭된 후 검출기에 입사된다. Fig.3는 검출기의 광학계이다.

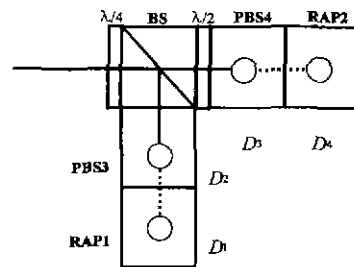


Fig. 3 Optics of detector

입사된 두 편광성분은  $\lambda/4$ 판에 의해 반대방향으로 회전하는 두 원형편광이 된 후 BS에서 반씩 분리된다. PBS3에서 간섭신호의 수직성분은 반사되고 볼록렌즈에 의해 집광된 후 광검출기  $D_2$ 에 의해 검출되고, 수평성분은 투과되어 직각프리즘(RAP1)에서 반사되고 볼록렌즈를 거친 후 광검출기  $D_1$ 에서 간섭무늬가 검출된다. BS를 통과한 빛은  $22.5^\circ$ 로 놓인  $\lambda$

$\lambda/2$ 판에 의해  $45^\circ$  회전되어 PBS4에 입사된다. 이 빛은 PBS4에서 수직·수평성분으로 분리된 후 광검출기  $D_3, D_4$ 에서 각각 검출된다.

그런데 이 빛은  $\lambda/2$ 판에 의해  $45^\circ$  회전된 상태이기 때문에 원래의 간섭무늬의 편광에서 볼 경우 시계방향, 반시계 방향으로 각각  $45^\circ$  틀어진 편광성분을 통과하거나 투과시킨다. 따라서  $D_1$ 과  $D_2, D_3$ 와  $D_4$  사이는  $180^\circ$  위상차가 생기고,  $D_1$ 과  $D_3, D_2$ 와  $D_4$  사이는  $90^\circ$ 의 위상차가 생겨  $D_1 \sim D_4$  사이의 출력은 (8)식으로 표현된다.

$$\begin{aligned} I_1 &= a_1 + b_1 \cos \varphi \\ I_2 &= a_2 + b_2 \cos(\varphi + 90 + \delta_2) \\ I_3 &= a_3 + b_3 \cos(\varphi + 180 + \delta_3) \\ I_4 &= a_4 + b_4 \cos(\varphi + 270 + \delta_4) \end{aligned} \quad (10)$$

이상적인 경우 4개 간섭신호는 DC 성분과 진폭은 같고 위상차가  $90^\circ$  씩 나는 신호가 검출될 것이다. 그러나, 실제로는 BS에 분리된 빛의 세기차이, 검출기의 이득의 차 등으로 인하여 DC성분과 진폭은 변화하고 각 신호사이의 위상차는  $90^\circ$ 에서 벗어나 간섭계의 비선형성은 증가한다.

이 비선형성을 측정, 보정하기 위해 본 실험에서는 전자적인 방법과 소프트웨어적인 방법, 두 가지를 이용하였다.

전자적인 방법에서는  $I_1, I_2, I_3, I_4$ 의 진폭을 조정하여 같게 만든다. 즉  $a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = a$ 로 조정된 뒤  $180^\circ$  위상차가 나는  $I_1$ 과  $I_3, I_2$ 와  $I_4$ 를 차동 증폭하여 DC성분을 줄인다. 이와 같은 방법으로 얻어진 두 개의 신호는  $I_1, I_2, I_3, I_4$ 와 비교해 볼 때 DC offset은 줄어들고 진폭은 2배정도 늘어난 (5)식과 같은  $\sin$ 과  $\cos$ 의 신호가 되는데 이상적인 원(Lissajous circle)에 가깝게 전자장치로 조정한다. 그러나 이 신호들 역시 증폭되는 비율이 조금씩 틀리고 위상이 정확히  $90^\circ$ 가 되지 않는 비선형성 때문에 찌그러진 타원이 형성된다.

소프트웨어적인 방법에서는 이 찌그러진 타원의 위상을 타원 fitting방법을 이용하여 구한다. 일반적으로  $90^\circ$  위상차를 갖는 간섭계에서의 위상은 원으로 가정하여 구하지만 DC offset, 신호간의 진폭차 등과 같이 비선형성을 내포하고 있는 경우에는 적용할 수 없기 때문에 최소자승법(least square method)을 이용한 타원 fitting을 통해서 비선형 오차가 어느 정도 보정될 수 있다. 또한 이 방법을 통해서 차동증폭으로 얻어진 신호의 보정 전과 보정 후 비선형성의 차이를 실험적으로 측정하여 본다.

#### 4. 실험결과

다음의 Fig. 4는 (10)식에서 언급한 4개 신호를  $180^\circ$  위상차가 나는 것끼리 차동증폭 한 후 얻어지는 두 신호를 x-y scale로 나타낸 그래프이다.

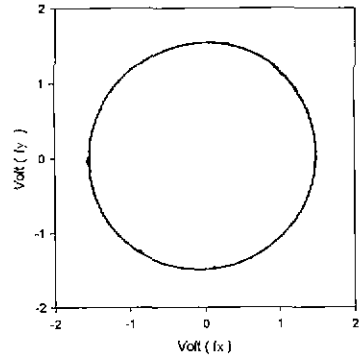


Fig. 4 x-y scale graph

Fig.4에서 보는 바와 같이  $180^\circ$  위상차끼리 차동증폭 후에 얻어지는 두 신호도 진폭이 완전히 일치하지 못하고, 위상편위( $\delta$ )가 발생함에 따라 약간 찌그러진 타원이 된다. Table 1은 Fig.4의 data를 fitting한 타원의 계수이다.

Table 1 Ellipse parameters

$I_{x_0}$	$I_{y_0}$	a	b	$\delta$
1 5118	1 5901	-0.0252	0.0363	$0.6^\circ$

Fig. 5는 fitting된 타원(Table 1)이 정확한 위상곡선이라는 가정하에서 이 타원의 위상과 (7)에 의한 위상(before correction), (9)에 의한 위상(after correction)의 차이를 나타내는 그림으로 보정 전의 비선형성은 최대  $\pm 4^\circ$  정도로 거리상으로는 약 3.5nm 정도이고, 보정 후의 비선형성은 최대  $\pm 0.2^\circ$  정도로 거리상으로는 약 0.18nm 정도로 나타남을 볼 수 있다.

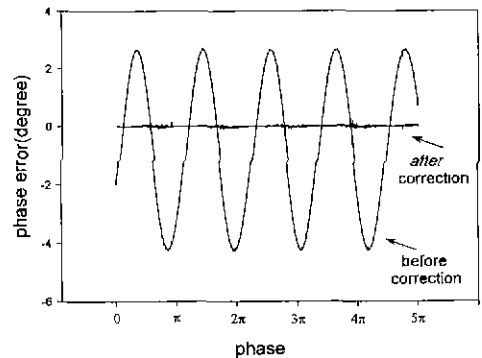


Fig 5 Nonlinearity correction result

## 5. 결론

본 논문에서는 homodyne interferometer를 이용하여 나노미터수준의 측정정밀 정확도가 요구되는 간섭계에서 발생하는 비선형성에 의한 오차를 측정하고 보정하는 연구를 수행하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 전자적인 방법을 이용하여 간섭 신호의 DC offset, 신호간 진폭의 차는 어느 정도 줄일 수 있었다.
2. 타원 fitting 방법을 이용하여 위상편이오차 ( $\delta$ )를 보다 높은 정확도로 보정할 수 있었다.
3. 보정 전 비선형성은 최대  $\pm 4^\circ$  정도, 거리로는 3.5nm정도 발생됨을 확인할 수 있었다.
4. 보정 후 비선형성은 최대  $\pm 0.2^\circ$  정도, 거리로는 0.18nm정도임을 확인할 수 있었다.

## 참고문헌

1. Chien-ming Wu and Ching-shen Su, "Nonlinearity in measurements of length by optical interferometry," Meas. Sci. Technol., Vol. 7, pp. 62-68, 1996.
2. Chien-ming Wu, Ching-shen Su and Gwo-Sheng Peng, "Correction of nonlinearity in one-frequency optical interferometry," Meas. Sci. Technol., Vol. 7, pp. 520-524, 1996.
3. Frantisek Petru and Ondrej Cip, "Problems regarding linearity of data of a laser interferometer with a single-frequency laser," Precision Eng., Vol. 23, pp. 39-50, 1999.
4. Jack A. Stone and Lowell P. Howard, "A simple technique for observing periodic nonlinearities in Michelson interferometers," Precision Eng., Vol. 22, pp. 220-232, 1998.
5. C. M. Wu, C. S. Su, G. S. Peng and Y. J. Huang, "Polarimetric, nonlinearity-free, homodyne interferometer for vibration measurement," Metrologia, Vol. 33, pp. 533-537, 1996.