

보이드 재료에 대한 새로운 항복함수의 제안

원성연** · 김성태** · 정승호** · 김영석*

A New Yield Function for Voided Materials

S.Y. Won, S.T. Kim, S.H. Jung and Y.S. Kim

Abstract

In this paper the authors propose a new anisotropic yield criterion for porous ductile materials. By using the proposed yield criterion and its flow rules a damage evolution of anisotropic sheet under biaxial tensile loading is investigated. A comparison of yield locus and damage evolution between the proposed yield criterion and experiments are carried out. The results are in good agreement.

Key Words : New yield criterion, Anisotropic sheet, Damage evolution

1. 서 론

자동차 내의 패널의 성형과 같은 프레스 가공에 있어서 성형 가능한 깊이 및 형상은 사용하는 판재 고유의 가공한계(forming limit)에 의해 제한 받는다. 통상 이 가공한계는 Keeler⁽¹⁾와 Goodwin⁽²⁾이 다양한 변형경로를 재현한 판재의 장출실험을 통해 구한 성형한계도(forming limit diagram, FLD) 개념에 의해서 평가된다.

판재의 성형한계를 이론적으로 정확히 예측하기 위해서는 미량이라도 보이드를 함유하고 있는 연성재료인 이방성 판재의 소성변형 거동을 정확히 예측할 수 있는 항복함수와 그에 대응하는 구성방정식의 도입이 필요하다. 한편 내부에 보이드를 함유한 대부분의 연성재료가 소성 변형을 하는 경우에, 미시적으로는 모재(matrix)가 체적 일정한 소성변형을 할지라도 보이드를 함유한 거시적인

전체 재료는 체적일정한 소성변형을 하지 않고, 재료의 항복조건이 양의 정수압 응력에 의존한다. 이렇게 재료 내부에 미시적인 보이드의 존재와 그 성장을 고려하고 소성적인 체적변화를 기술하기 위한 항복함수와 구성방정식으로 Gurson⁽³⁾에 의한 식이 널리 알려져 있다. 이 Gurson의 식은 그후 Tvergaard⁽⁴⁾등에 의해 실험결과를 보다 잘 나타내도록 수정되었고 금속재료의 연성파괴 거동의 유한요소해석에 널리 이용되고 있다.

한편 압연에 의해 생산되는 이방성 판재의 소성변형 거동을 기술하기 위해 Hill의 이방성 항복함수⁽⁵⁾와 그 외 여러 항복함수⁽⁶⁾가 제안되어 이방성 판재의 성형한계 도출에 자주 이용되고 있다. 그러나 이방성 압연판재의 성형한계와 관련하여 보이드 성장을 고려한 이방성 항복함수에 대해서는 충분히 연구되고 있지 않은 실정이다.

따라서 본 연구에서는 Gurson에 의해 제안된 등방성

* 경북대학교 기계공학부
** 경북대학교 대학원

항복함수를 확장하여 보이드 성장을 고려한 비 2차 응력 함수 형식(non-quadratic stress form)의 이방성 항복함수를 제안하고, 평면응력 상태에서 2축인장 변형을 받는 경우에 보이드 체적함유율에 따른 항복곡면의 형상과 변형에 따른 내부 손상을 고찰하였다.

2. 이론적 고찰

본 연구에서는 평면응력 상태에서 2축인장 변형을 받는 이방성 판재를 대상으로 인장변형에 따른 재료 내부의 보이드 성장을 고려하기 위하여 Gurson이 제안한 항복함수^[3]를 비 2차식의 Hosford 항복함수 형태로 수정한 새로운 이방성 항복함수 g 와 대응하는 구성방정식을 제안하였다. 즉,

$$g(\sigma_{ij}, \sigma_M, f) = \left(\frac{q}{\sigma_M}\right)^2 + f\left(\frac{\sigma_{kk}}{2\sigma_M}\right)^2 - (1-f)^2 \quad (1)$$

여기서 q 와 σ_M 은 각각 보이드를 함유한 재료의 상당응력과 모재(matrix)의 상당응력을 나타내고, f 는 현재 보이드 체적함유율(void volume fraction)이다.

본 연구에서는 q 의 구체적인 형태로 다음과 같은 Hosford의 평면등방성 항복조건식을 사용하는 것에 의해 식(1)의 항복함수는 보이드를 포함한 비 2차 이방성 항복함수가 된다.

$$q = \left\{ \frac{1}{(1+R)} [|\sigma_2 - \sigma_3|^a + |\sigma_3 - \sigma_1|^a + R|\sigma_1 - \sigma_2|^a] \right\}^{\frac{1}{a}} \quad (2)$$

여기서 R 은 각 방향의 랭크포드 값의 평균으로 소성 이방성계수를 나타낸다. 지수 a 값은 Bishop과 Hill의 방법에 의해 구해지는 항복곡면의 상계해를 잘 나타내도록 결정되는 값이다.

소성변형을 증분벡터의 항복곡면에 대한 수직성의 조건 $d\epsilon_{ij}^p = \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} d\lambda$ 에 따라 소성변형을 증분 $d\epsilon_{ij}^p$ 을 구할 수 있다. 보이드 재료의 소성변형중에 체적변형을 증분은

$$d\epsilon_v = d\epsilon_1^p + d\epsilon_2^p + d\epsilon_3^p = \frac{3f}{2} \sigma_{kk} d\lambda' \quad (3)$$

로 나타내진다. 여기서 $d\lambda' = \frac{1}{2} d\lambda$ 이다. 한편 재료의 전체 체적, 모재의 체적 그리고 보이드부의 체적을 각각

V_T, V_M, V_V 라고 하면 보이드 체적함유율 f 는 다음과 같이 나타내지고

$$f = \frac{V_V}{V_T} = \frac{V_T - V_M}{V_T} \quad (4)$$

이 식을 이용하면 보이드 재료의 체적변형을 증분은

$$d\epsilon_v = \frac{dV_T}{V_T} = \frac{dV_V}{V_T} = \frac{df}{1-f} \quad (5)$$

으로 나타내진다. 최종적으로 식(5)를 $d\epsilon_{ij}^p$ 의 정의에 대입하면 보이드 재료의 구성식이 얻어진다.

만약 현재의 보이드 체적함유율 f 가 알려져 있다면 보이드 재료의 이방성 항복조건식과 구성식을 이용하여 소성변형중에 있는 보이드 재료의 내부 응력상태와 변형상태를 결정할 수 있다.

한편 판재가 2축인장 응력하에서 변형할 때 $\sigma_3 = 0, \sigma_2 = \alpha\sigma_1$ 이므로 소성변형에 따른 보이드 체적함유율의 변화는 구성식으로부터

$$\begin{aligned} \frac{d\epsilon_1^p}{df} &= \left\{ \frac{1}{(1+R)} [\alpha^a + 1 + R(1-\alpha)^a] \right\}^{(2/a-1)} \\ &\times \frac{1}{(1+R)} [1 + R(1-\alpha)^{a-1}] \frac{4}{3(1+\alpha)} \frac{1}{f(1-f)} \\ &+ \frac{1}{3(1-f)} \end{aligned} \quad (6)$$

가 되고, 이 식을 적분하면 인장 변형률 ϵ_1^p 에 따른 보이드 체적함유율 f 가 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} \epsilon_1^p &= \left\{ \frac{1}{(1+R)} [\alpha^a + 1 + R(1-\alpha)^a] \right\}^{(2/a-1)} \\ &\times \frac{1}{(1+R)} [1 + R(1-\alpha)^{a-1}] \\ &\times \frac{4}{3(1+\alpha)} \ln \frac{f(f_0-1)}{f_0(f-1)} + \frac{1}{3} \ln \frac{f_0-1}{f-1} \end{aligned} \quad (7)$$

여기서, f_0 는 초기 보이드 체적함유율이다.

또한 식(1)로부터 모재의 상당응력 $\bar{\sigma}_M$ 을 구하면 다음 식으로 나타내진다.

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_M &= \frac{1}{(1-f)} \left\{ \left[\frac{1}{1+R} (|\sigma_2 - \sigma_3|^a \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + |\sigma_3 - \sigma_1|^a + R|\sigma_1 - \sigma_2|^a) \right]^{2/a} \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{3}{2} \sigma_m \sqrt{f} \right)^2 \right\}^{1/2} \end{aligned} \quad (8)$$

여기에 대응하는 상당 소성 변형률 증분을 $d\bar{\epsilon}_M^p$ 라고 하면 등가 소성일(equivalent plastic work)의 법칙으로부터 모재의 소성일량과 보이드를 함유한 재료의 소성일량 사이에는 다음의 관계식이 성립한다.

$$dw^p = \sigma_{ij} d\epsilon_{ij}^p = (1-f) \bar{\sigma}_M d\bar{\epsilon}_M^p \quad (9)$$

소성변형률 증분식과 식(8)을 식(9)에 대입하여 정리하면 상당소성변형률 증분은 다음과 같이 나타내진다.

$$d\bar{\epsilon}_M^p = \left\{ \left[\frac{1}{(1+R)} (|\sigma_2 - \sigma_3|^a + |\sigma_3 - \sigma_1|^a + R|\sigma_1 - \sigma_2|^a) \right]^{2/a} + \left(\frac{3}{2} \sigma_m \sqrt{f} \right)^2 \right\}^{1/2} \frac{4}{3f\sigma_{kk}} d\epsilon_v \quad (10)$$

3. 해석결과

Fig. 1은 식(1)에서 $R=1.87$ 인 경우에 $a=6$ 에 대해서 보이드 체적 함유율 f 에 따른 항복곡면의 형상을 나타내었다. 또한 비교를 위해 Kuwabara⁽⁸⁾가 십자형 시편을 사용하여 2축인장 실험하여 구한 항복곡면과 비교를 하였다. 보이드 체적함유율이 증가할수록 항복곡면은 수축되어 내부손상에 의한 변형연화(strain softening)이 발생하고 있음을 알 수 있다. 그리고 Hosford 형식의 보이드 재료에 대한 이방성 항복곡면의 경우는 결정슬립을 고려하여 도출한 항복곡면의 형상의 특징인 항복곡면의 코너(vertex)의 존재가 잘 나타나고 있음을 알 수 있으며 $a=6$ 인 Hosford 형태의 항복곡면이 실험결과를 잘 표현해 준다.

Fig. 2는 지수가 $a=6$ 이고 초기 보이드 체적함유율 $f_0=0.05$ 인 보이드 재료에 대해서 $R=1.0$ 과 $R=2.0$ 인 경우에 식(7)을 이용하여 등 2축인장(equi-biaxial tension, BT), 평면변형인장(plane strain tension, PS) 그리고 단축인장(uniaxial tension, UT) 모드 하에서 변형률 ϵ_1 의 증가에 따른 보이드 체적함유율 f 의 변화를 나타낸 것이다. 또한 등 2축인장에 대해서 Ragab⁽⁹⁾의 실험결과와 비교하면 본 연구의 해석결과가 실험결과를 잘 나타내고 있음을 알 수 있다. 그림에서 알 수 있듯이 보이드 체적함유율의 증가는 부하경로에 크게 의존한다.

즉, 보이드 체적함유율은 등 2축인장 상태에서 가장 크게 증가하고 평면변형인장 상태와 단축인장 상태에서는 증가율이 상대적으로 적다는 것을 알 수 있다. 그리고 소성이방성 계수의 값이 커질수록 재료의 보이드 체적함유율의 증가가 둔화되며, 특히 등 2축인장 상태에서 둔화폭이 크며 단축인장 상태에서는 소성이방성 계수의 차이에 따른 보이드 체적함유율의 변화는 거의 존재하지 않는 것을 알 수 있다.

4. 결론

본 연구에서는 보이드를 함유하고 있는 이방성 판재

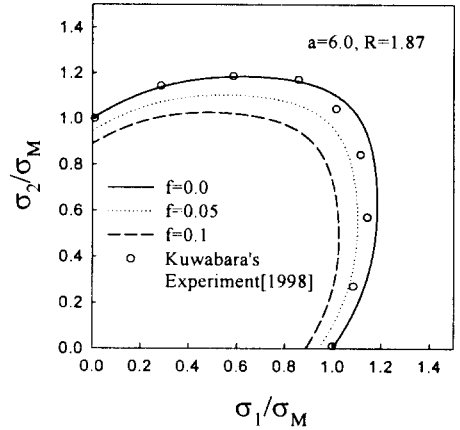


Fig. 1 Yield locus for $a=6$ in new anisotropic yield function considering void growth

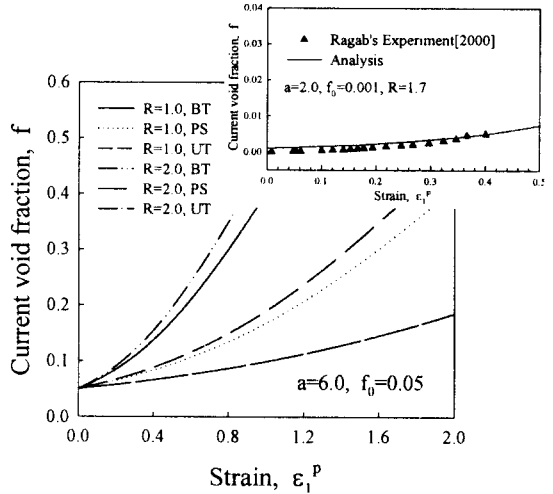


Fig. 2 Growth of void volume fraction with tensile strain for different stress states in the case of $R=1.0$ and $R=2.0$

의 항복 거동을 묘사하기 위한 새로운 항복함수를 제안하였다.

제안된 이방성 보이드 재료에 대한 항복함수와 대응하는 구성방정식을 이용하여 2축인장을 받는 이방성 판재의 항복곡면과 변형률에 따른 보이드 체적함유율의 변화를 검토하였다. 연구결과로부터 본 연구에서 제안한 비 2차

형식의 보이드 재료에 대한 이방성 항복함수는 판재의 소성거동을 잘 묘사할 수 있다는 것을 알 수 있었다. 본 연구에서 제안된 비 2차 형식의 이방성 항복함수는 2축인장을 받는 판재에 대해서 변형에 따른 재료 내부 손상진전과 성형한계 평가에 유익할 것으로 사료된다.

후 기

본 연구는 2000년도 두뇌한국 21사업의 연구비 지원에 의해 행해졌으며 이에 관계자 제위께 감사드립니다.

참 고 문 헌

- (1) Keeler, S. P., 1965, "Determination of forming limits in automotive stampings", SAE paper, No.650535
- (2) Goodwin, G. M., 1968, "Application of strain analysis to sheet metal forming problems in the press shop", SAE Paper, No. 680093
- (3) Gurson, A. L., 1977, "Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth : Part I - yield criteria and flow rules for porous ductile materials", J. Engng. Mater. Technol. ASME, Vol. 99, p. 36
- (4) Tvergaard, V., 1991, "Mechanical modelling of ductile fracture", *Mechanica*, Vol. 26, p. 11
- (5) Hill, R., 1950, "The Mathematical Theory of Plasticity", Oxford University Press, London
- (6) Barlat, F. and Lian, J., 1989, "Plastic behavior and stretchability of sheet metals, Part I : A yield function for orthotropic sheets under plane stress conditions", *Int.J. of Plasticity*, Vol. 5, p. 51
- (7) 원성연, 손현승, 김영석, 2000, "이축인장을 받는 이방성 판재의 손상발전 거동의 연구", 대한기계학회 경북지부 춘계학술대회 논문집, p. 39-44
- (8) Kuwabara, T., Ikeda, S. and Kuroda, K., 1998, "Measurement and analysis of differential work hardening in cold-rolled steel sheet under biaxial tension", *J. Mater. Proc. Technol.*, Vol. 80, p. 517
- (9) Ragab, A. R. and Saleh, Ch., 2000, "Effect of void growth on predicting forming limit strains for planar isotropic sheet metals", *Mechanics of Materials*, Vol. 32, p. 71