

분산형 복합재료의 강화재 손상 증분형 이론

조 영 태*, 김 홍 건**, 김 재 열***

Incremental Theory of Reinforcement Damage in Discontinuously-Reinforced Composite

Y. T. Cho*, H. G. Kim**, J. Y. Kim***

Abstract : In particle or short-fiber reinforced composites, cracking of the reinforcements is significant damage mode because the broken reinforcements lose load carrying capacity. The average stress in the inhomogeneity represents its load carrying capacity, and the difference between the average stresses of the intact and broken inhomogeneities indicates the loss of load carrying capacity due to cracking damage. The composite in damage process contains intact and broken reinforcements in matrix. An incremental constitutive relation of particle or short-fiber reinforced composites including the progressive cracking damage of the reinforcements have been developed based on the Eshelby's equivalent inclusion method and Mori-Tanaka's mean field concept. Influence of the cracking damage on the stress-strain response of the composites is demonstrated.

Key Words : Damage mechanics, Reinforcement cracking, Particle or short-fiber reinforced composite, Load carrying capacity, Equivalent inclusion method, Mean field theory, Micromechanics

1. 서 론

입자 또는 단섬유로 강화된 분산형 복합재료는 기계적 성질이 향상됨과 동시에 성형성, 가공성이 뛰어나 고성능의 공업재료로서 널리 사용되어지고 있지만, 변형 과정중에 강화재의 균열손상, 기지와 강화재간의 계면박리 또는 기지의 균열 등의 손상이 진행되어, 기계적 특성에 큰 영향을 미친다⁽¹⁻⁴⁾. 이들 손상모드는 소재의 기계적성질의 조합이나 기지와 강화재의 계면강도에 의존하고, 분산형 복합재료에서는 강화재의 균열 및 박리손상이 주요 손상모드로 알려져 있다. 따라서, 복합재료의 응용분야를 확대하거나, 새로운 고성능 복합재료의 개발을 위해서

는 복합재료의 손상과정에 따른 마이크로메카니즘 구축 및 이해가 매우 중요하다.

입자분산 복합재료의 박리손상에 관해 Tohgo^(5, 6) 등은 입자분산 복합재료의 인장시험, 파인성 시험을 실시하여 박리손상 과정을 밝혔. Eshelby의 등가재물법⁽⁷⁾과 Mori-Tanaka의 평균력 이론⁽⁸⁾을 기초로 하여, 박리손상과 기지의 소성형을 고려한 입자분산 복합재료에 대한 증분형 손상을 제안하였고, 복합재료의 응력-변형관계에 리손상이 매우 큰 영향을 미친다고 보고했다. 실제의 복합재료, 특히 입자·단섬유강화 복합재료에서 강화재의 계면박리 외에도 균열손상이 인정되어, 균열손상에 관한 복합재료의 이론 구축이 요망되어지고 있다. 종래의 분산형 복합재료에 관한 이론들^(5, 6, 9, 10)은, 무한체내의 타원체 불균질물 있어서 Eshelby의 해를 기초로 하여 구축되었다. 그런데, 균열손상이 있는 복합재료의 손상이론을 전하려 할 때 균열된 타원체 개재물에 대한 해가 구

* 전주대학교 공학기술연구원

** 전주대학교 기계·산업공학부

*** 조선대학교 기계공학부

여져 있지 않은 관계로 강화재의 균열손상을 고려한 이론전개가 불가능하다.

본 연구는, 균열된 타원체 불균질물에 하중부하 능력의 개념을 도입하여⁽¹¹⁾, 강화재의 균열손상 과정을 고려한 분산형 복합재료의 손상 이론을 계수 matrix, Mori-Tanaka의 평균응력 이론과 Eshelby의 등가개재물법을 기초로 정식화하고, 복합재료의 응력-변형관계에 미치는 강화재의 균열손상 영향의 해석 예를 보인다.

2. Eshelby의 등가개재물법

Eshelby의 등가개재물법은 기본적으로 무한체(Matrix) 내에 한개의 타원체 개재물에 대한 것이지만, 이를 더욱 확장하여 Mori-Tanaka는 1973년에 무한체내에 여러 개의 타원체 개재물을 고려하여 타원체 개재물의 상호간섭, 유한 경계의 영향을 고려한 평균장 이론(Mean field theory)을 제안하고, Eshelby의 등가개재물법을 실용적으로 복합재료에 적용할 수 있도록 하였다. 본 절에서는 본 논문의 기본 이론이 되는 Eshelby의 해에 대해서만 간단히 기술한다.

2.1 Eshelby 해

Fig.1과 같이 탄성계수 C_{ijkl} 를 갖는 무한체(D)와, 무한체 내에 유한한 타원체 영역 Ω 가 있다고 하자. 그 타원체 영역 Ω 를 잘라내어 일정한 고유변형 ϵ_{ij}^* 을 가한 후, 무한체내의 처음위치로 원위치 시킨다고 생각하면, 복합체에서 고유변형 ϵ_{ij}^* 가 가해진 타원체 영역 Ω 는, 매트릭스 영역 $D-\Omega$ 에 의해서 영역 Ω 의 주변이 구속되므로 자유롭게 ϵ_{ij}^* 만큼의 변형이 되지 않기때문에 영역 Ω 의 내부와 근방에서 내부 응력 σ_{ij} 가 발생한다. Ω 의 내부 응력은 Hooke의 법칙을 만족하므로 다음 식으로 표현된다.

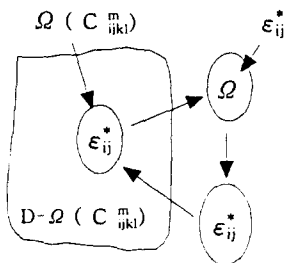


Fig.1 Eshelby's solution

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} (\epsilon_{kl} - \epsilon_{kl}^*) \quad (1)$$

여기서, ϵ_{kl} 은 전체 변형률이다. Eshelby에 의하면, 타원체 영역 내의 고유변형률 ϵ_{ij}^* 가 일정할 때, 타원체 영역 내의 전체 변형률과 응력도 일정하므로, ϵ_{ij} 와 개재물 Ω 내의 응력 σ_{ij} 는 다음과 같다.

$$\epsilon_{ij} = S_{ijkl} \epsilon_{kl}^* \quad (2)$$

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} (S_{klmn} - I_{klmn}) \epsilon_{mn}^* \quad (3)$$

여기서, S_{ijkl} 와 I_{klmn} 은 각각 4계(階)의 Eshelby 텐 및 단위 텐서이다.

위에 기술한 식(1), (2) 및 (3)을 기초로 하여, 무한체내 불균질물의 문제를 Eshelby의 해를 이용하여 무한체 내의 개재물 문제로 치환해서 해석하는 것이 가능하며, 이 방법을 Eshelby의 등가개재물법이라 한다.

3. 복합재료의 증분형 손상이론

Fig.2는 균열손상 과정에 있는 복합재료의 미시조직을 모식적으로 나타낸 것으로, 고성능 복합재료의 개발을 위한 강화재의 균열손상 과정의 증분형 손상이론을 정식화하기 위해서는, 균열된 타원체 불균질물의 하중부하능력의 개념, Mori-Tanaka의 평균장 이론을 이용하고 Eshelby의 등가개재물법을 토대로 강화재의 균열손상을 고려한 증분형 손상이론의 정식화를 아래의 가정하에서 실시한다.

① 강화재의 균열손상은, 강화재내의 응력과 강화재 강도의 통계적 특성에 의해 지배되고,

② 균열손상 과정중 균열된 강화재의 응력은 완화되고, 하중부하능력은 균열된 강화재의 평균응력에 의해 기술되어지고,

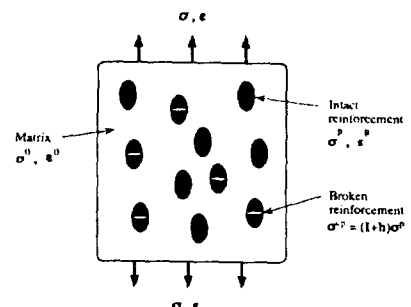


Fig.2 Microstructure of composite in damage process.

③ 복합재료의 손상 진행은 손상되지 않은 완전한 강화재의 체적을 감소와 균열손상을 입은 강화재의 체적을 증가로 표현된다.

복합재료에 있어서 완전한 강화재 및 균열된 강화재와 모재에 대한 응력·변형은 각각 첨자 p , d 와 0 를 붙여 표시하고, 복합재료의 응력·변형은 첨자를 붙이지 않은 기호로 표시한다.

3.1 정식화

Fig.3은 손상과정에 있는 입자강화 복합재료의 증분변형 전과후의 상태를 나타낸다. Fig.3(a)는 증분변형전의 상태로서 완전한 강화재의 체적을 f_p , 손상된 강화재의 체적을 f_d 라하고, 그 다음 단계의 증분변형중에 손상되는 강화재의 체적을 df_p 라 하면, Fig.3(b)에 나타난 변형된 후의 복합재료의 상태는, 완전한 강화재의 체적을 $f_p - df_p$ 및 손상된 강화재의 체적은 $f_p + df_p$ 로 나타낸다.

완전한 강화재내의 응력증분 $d\sigma^p$ 는 Mori-Tanaka의 평균장이론을 이용한 Eshelby의 등가개재물법을 기초로 다음 식으로 주어진다.

$$d\sigma^p = d\sigma + d\tilde{\sigma} + d\sigma_1^M \quad (4)$$

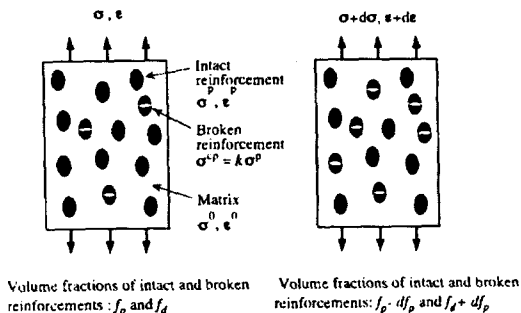
$$= L_1(d\epsilon_0 + d\tilde{\epsilon} + d\epsilon_1^M) = L_0(d\epsilon_0 + d\tilde{\epsilon} + d\epsilon_1^M - d\epsilon_1^*)$$

균열된 강화재의 평균응력은 다음 식이 된다.

$$kd\sigma^p = d\sigma + d\tilde{\sigma} + d\sigma_2^M \quad (5)$$

$$= kL_1(d\epsilon_0 + d\tilde{\epsilon} + d\epsilon_1^M) = L_0(d\epsilon_0 + d\tilde{\epsilon} + d\epsilon_2^M - d\epsilon_2^*)$$

또한, 균열과정에 있는 강화재에 대해서는, 증분변형간의 강화재의 응력 σ^p 는, $k\sigma^p$ 가 될 때까지 완화된므로 다음 식이 얻어진다.



(a) Before incremental deformation (b) After incremental deformation

Fig.3 The states of composite undergoing damage process before and after incremental deformation. df_p is volume fraction of the particles broken in the incremental deformation.

$$-(I-k)\sigma^p = d\sigma + d\tilde{\sigma} + \sigma_3^M \quad (6)$$

$$= L_0(d\epsilon_0 + d\tilde{\epsilon} + d\epsilon_3^M - \epsilon_3^*)$$

위의 식에서 고차의 미소항을 무시하면

$$-(I-k)\sigma^p = \sigma_3^M = L_0(\epsilon_3^M - \epsilon_3^*) \quad (7)$$

가 된다. 이들 식에서 L_1, L_0 는 각각 강화재와 모재의 탄성계수이다. $d\sigma, d\tilde{\sigma}$ 는 작용응력 증분과 Mori-Tanaka의 평균장개념을 기초로한 평균장응력의 증분이고, $d\epsilon_0$ 및 $d\tilde{\epsilon}$ 는 각각 다음 식과 같은 관계가 성립된다.

$$d\sigma = L_0 d\epsilon_0, \quad d\tilde{\sigma} = L_0 d\tilde{\epsilon} \quad (8)$$

$d\sigma_1^M, d\sigma_2^M, \sigma_3^M$ 및 $d\epsilon_1^M, d\epsilon_2^M, \epsilon_3^M$ 는 각각 손상되지 않은 완전한 강화재, 균열 손상이 일어난 강화재, 균열과정중에 있는 강화재의 응력과 변형의 변동분이다. $d\epsilon_1^*, d\epsilon_2^*, \epsilon_3^*$ 은 Eshelby의 등가변환변형(Eshelby's equivalent transformation strain)이다. 변동변형은 다음 식처럼 변환변동과 관계되어진다.

$$d\epsilon_1^M = S d\epsilon_1^*, \quad d\epsilon_2^M = S d\epsilon_2^*, \quad \epsilon_3^M = S \epsilon_3^* \quad (9)$$

여기서, S 는 타원체 개재물에 대한 Eshelby's tensor이다. 따라서 강화재의 응력변동분 $d\sigma_1^M, d\sigma_2^M, \sigma_3^M$ 는 다음 식이 된다.

$$d\sigma_1^M = L_0(S-I) d\epsilon_1^* \quad (10)$$

$$d\sigma_2^M = L_0(S-I) d\epsilon_2^*$$

$$\sigma_3^M = L_0(S-I) \epsilon_3^*$$

여기서, I 은 4계 단위 텐서(Unit tensor)이다. 작용(거시적) 응력증분 $d\sigma$ 는

$$d\sigma = (f_d - df_d)d\sigma^p + f_d k d\sigma^p - df_p(I-k)\sigma^p + (1-f_p - f_d)(d\sigma + d\tilde{\sigma}) \quad (11)$$

로 표현되고, 이식에서 고차의 미소항을 무시하고, 식(4), 식(5)과 식(7)를 대입하면 평균응력증분 $d\tilde{\sigma}$ 는 다음 식으로 표현된다. 또한, 식(6), 식(10)을 위식에 대입하면, 평균변형증분 $d\tilde{\epsilon}$ 은 다음과 같이 얻어진다.

$$d\tilde{\epsilon} = -(S-I)(f_p d\epsilon_1^* - f_d d\epsilon_2^* - df_p \epsilon_3^*) \quad (13)$$

복합재료의 거시적 변형증분 $d\epsilon$ 은,

$$d\epsilon = (f_d - df_d)(d\epsilon_0 + d\tilde{\epsilon} + d\epsilon_1^M) + f_d(d\epsilon_0 + d\tilde{\epsilon} + d\epsilon_2^M) + df_p(d\epsilon_0 + d\tilde{\epsilon} + \epsilon_3^M) + (1-f_p - f_d)(d\epsilon_0 + d\tilde{\epsilon}) \quad (14)$$

로 표현되고, 식(9), 식(13)을 고려해 고차의 미소항을 무시하면 위식은 다음 식이 된다.

$$d\epsilon = d\epsilon_0 + f_p d\epsilon_1^* + f_d d\epsilon_2^* + df_p \epsilon_3^* \quad (15)$$

이상의 식으로부터 Eshelby의 등가변환변형 $d\epsilon_1^*, d\epsilon_2^*, \epsilon_3^*$ 는 작용응력증분 $d\sigma$ 및 df_p 의 함수

로서 기술할 수 있다. 최종적으로 복합재료의 변형 $d\epsilon$ - 응력 $d\sigma$ 증분 관계는 다음 식과 같이 얻어진다.

$$d\epsilon = (I + f_d A_1^{-1} B_1 + f_d A_2^{-1} B_2) L_0^{-1} d\sigma + [(I - S)^{-1} + f_p A_1^{-1} B_1 + f_d A_2^{-1} B_2] L_0^{-1} (I - k) \sigma^p df_p \quad (16)$$

여기서,

$$A_1 = (L_1 - L_0)^{-1} [L_0 + (L_1 - L_0)S + (L_1 - L_0)(I - S)f_d] - f_d [L_0 + (kL_1 - L_0)f_d]^{-1} [kL_{1S} + (kL_1 - L_0)(I - S)f_d] \quad (17)$$

$$B_1 = f_d [L_0 + (kL_1 - L_0)f_d]^{-1} + (kL_1 - L_0) - I \quad (18)$$

$$A_2 = [L_0 + (L_1 - L_0)S + (L_1 - L_0)(I - S)f_d]^{-1} (L_1 - L_0)(I - S)f_d - [kL_1 S + (kL_1 - L_0)(I - S)f_p]^{-1} [L_0 + (kL_1 - L_0)f_d](I - S) \quad (19)$$

$$B_2 = [kL_1 S + (kL_1 - L_0)(I - S)f_p]^{-1} + (kL_1 - L_0) - [L_0 + (L_1 - L_0)S + (L_1 - L_0)(I - S)f_d]^{-1} (L_1 - L_0) \quad (20)$$

식(13)에 나타낸 복합재료의 변형증분은, 응력증분에 의한 변형증분과 균열손상에 의한 변형증분의 합으로 주어진다. 모재, 완전한 강화재 및 손상된 강화재에 있어서의 평균응력 증분 $d\sigma^p$, $d\sigma^o$ 와 $d\sigma^d$ 는 각각 다음 식으로 구해진다.

$$d\sigma^p = L_0(I - S) [(I - S)^{-1} + f_p A_1^{-1} B_1 + f_d A_2^{-1} B_2] L_0^{-1} [d\sigma + (I - k) \sigma^p df_p] \quad (21)$$

$$d\sigma^o = L_0(I - S) [(I - S)^{-1} - (1 - f_p) A_1^{-1} B_1 + f_d A_2^{-1} B_2] L_0^{-1} [d\sigma + (I - k) \sigma^p df_p] \quad (22)$$

$$d\sigma^d = k d\sigma^p \quad (23)$$

3.2 강화재에 있어서 균열손상의 누적율 평가

복합재료내의 강화재의 크기는 동일하고, 강도 특성은 강화재내의 최대응력에 관한 Weibull 분포에 지배받는 것으로 가정하면 복합재료내의 강화재 체적율에 대한 균열된 강화재의 체적비율은 다음 식으로 표현된다.

$$P_c \sigma^p_{max} = 1 - \exp[-(\frac{\sigma^p_{max}}{S_0})^m] \quad (24)$$

여기서, σ^p_{max} 는 강화재의 최대 인장응력, S_0 , m 은 각각 척도계수와 형상계수이다. 강화재의 평균강도 $\bar{\sigma}^p_{max}$ 는 Gamma함수, $\Gamma(\cdot)$ 를 이용하여 다음 식으로 주어진다.

$$\bar{\sigma}^p_{max} = S_0 \Gamma(1 + \frac{1}{m}) \quad (25)$$

강화재의 초기체적율이 f_{p0} 로 주어진다 면 손상된 강화재의 누적체적율은 $f_{p0} - P_c$ 가 된다. 따라서 증분변형중에 균열이 일어나는 강화재의 체적율 df_p 는 초기체적율 f_{p0} 를 써서 다음 식으로 주어진다.

$$df_p = f_{p0} \frac{dP_c}{d\sigma^p_{max}} d\sigma^p_{max} \quad (26)$$

4. 해석 결과 및 고찰

증분이론을 기초로 강화재 균열손상의 진행을 고려한 분산계 복합재료의 단축 인장응력하에서 응력-변형관계의 탄성해석을 실시하였다. 해석에 이용된 강화재와 기지재의 영율과 프아송비는 각각 다음과 같다.

$$E_1 = 2500\sigma_0, \nu_1 = 0.17$$

$$E_2 = 500\sigma_0, \nu_2 = 0.3 \quad (27)$$

여기서, σ_0 는 기지재의 참조응력이다. 또한 강화재의 균열손상 특성은, (24)식 Weibull 분포의 지배를 받으며, 형상계수 $m=5.0$, 평균강도 $\bar{\sigma}^p_{max} = 3.0\sigma_0$ 로 하고, 복합재료에 포함된 강화재의 초기체적율 f_{p0} 는 20%이다.

4.1 증분형 손상이론이 의한 탄성해석

Fig.4는 강화재의 중형비가 1.0인 경우의 거시적 응력(복합재료의 응력 σ_z), 강화재 및 기지의 미시적 응력(σ^p_z, σ^o_z), 완전한 강화재 및 균열된 강화재의 체적율(f_p, f_d)과 복합재료의 거시적 변형 ϵ_z 와의 관계를 나타낸 것이다. 그림에서 손상이 일어나지 않은 완전한 복합재료에 대한 응력-변형관계는 과선으로 나타냈다. 당연히 완전한 복합재료의 응력-변형관계는 선형이 된다. 복합재료의 거시적 응력-변형관계에 비해서 강화재에서 높은 미시적응력이, 기지에서는 낮은 미시적응력이 발생하는 것을 알았다. 손상을 수반하는 복합재료에 대한 응력-변형관계는 강화재의 균열손상이 증가함에 따라서 완전한

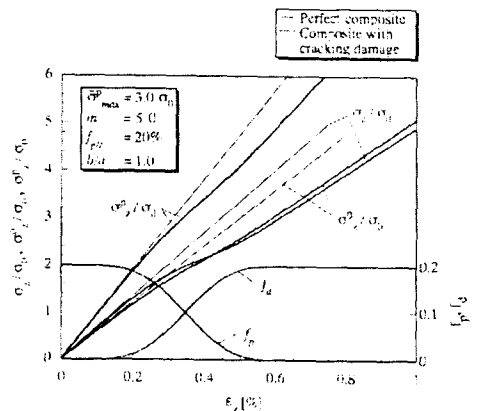


Fig.4 Stress-Strain relations of perfect composite and composite with progressive cracking damage.

참 고 문 헌

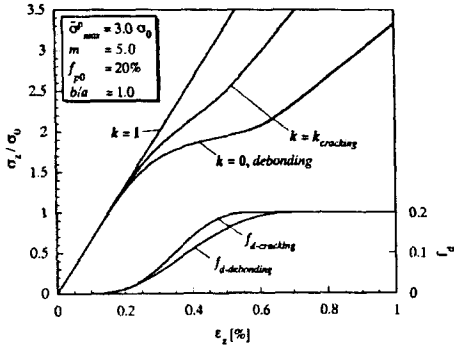


Fig.5 Influence of k -matrix on the stress-strain relations of the elastic composite.

복합재료의 선형관계로부터 점점 멀어지고, 강화재가 모두 균열손상이 일어나면 다시 선형 응력-변형 관계가 된다. 본 연구의 증분형 손상이론은 계수 matrix k 를 변화시킴으로서 강화재의 균열손상 또는 박리손상의 여러 손상형태를 수반하는 복합재료의 변형거동을 기술하는 것이 가능하다. 박리손상을 수반하는 복합재료의 해석은 계수매트릭스 $k=0$ 로 설정함으로써 해석이 가능하다.

Fig.5는 종횡비가 1.0인 구상입자로 강화된 복합재료의 응력-변형관계에 미치는 k -matrix의 영향을 나타냈다. k 가 단위matrix, 즉 $k=0$ 일 때는 하중부하능력의 저하가 전혀 없으므로 완전한 복합재료를 기술하는 것이 되고, k 가 0 matrix 일 경우는 강화재가 하중부하능력을 완전히 잃는 것을 의미하며, 강화재와 기지재와의 계면 박리손상을 기술하는 이론이 된다. 강화재의 종횡비가 1.0인 경우, Tohgo-Chou에 의해 제안된 박리손상을 고려한 입자강화 복합재료에 있어서의 증분형 손상이론과 일치한다. Fig.6으로부터 분산형 복합재료의 손상 중에서 박리손상이 가장 낮은 응력-변형관계를 나타내는 것을 알 수 있었다.

후 기

본 연구는 과학기술부·한국과학재단 지정 여수대학교 설비자동화 및 정보시스템 연구개발센터의 지원에 의한 것입니다.

1. Loretto, M. H. and Konitzer, D.G., The Effect of Matrix Reinforcement Reaction on Fracture in Ti-6Al-4V-Base Composites, Metall. Trans. A, Vol.21 A, pp.1579-1587, 1990.
2. Llorca, J., Martin, A., Ruiz, J. and Elices, M., Particulate Fracture during Deformation of a Spray Formed Metal-Matrix Composite Metall. Trans. A, Vol. 24A, pp.1575-1588, 1993
3. Whitehouse, A. F. and Clyne, T. W., Cavity Formation during Tensile Straining of Particulate and Short Fiber Metal Matrix Composite, Acta Metall. Mater., Vol.41, No.6 pp.1701-1711, 1993.
4. Tohgo, K., Mochizuki, K., Takahashi, H. and Ishii, H., Application of Incremental Damage Theory to Glass Particle Reinforced Nylon 66 Composites, Localized Damage IV, Computer-Aided Assessment and Control, Computational Mechanics Publications, pp.351-358, 1996.
5. Tohgo, K. and Chou, T. W., Incremental Theory of Particulate-Reinforced Composites Including Debonding Damage, JSME Int. J., Ser. A, Vol.39, No.3, pp.389-397, 1996.
6. Tohgo, K. and Weng, G. J., Progressive Damage Mechanics in Particle-Reinforced Metal-Matrix Composites under High Triaxial Tension, ASME J. Eng. Mat. Tech., Vol.116, pp.414-420, 1994.
7. Eshelby, J. D., The Determination of the Elastic Field of an Ellipsoidal Inclusion, and Related Problems, Proceedings of the Royal Society, London, Vol. A241, pp. 376-396, 1957.
8. Mori, T. and Tanaka, K., Average Stress in Matrix and Average Elastic Energy of Materials with Misfitting Inclusions, Acta Metall., Vol.21, pp.571-574, 1973.
9. Mura, T., Micromechanics of Defects in Solids, Martinus Nijhoff, The Hague, 1982.
10. Arsenault, R. J. and Taya, M., Thermal Residual Stress in Metal Matrix Composite, Acta Metall., Vol.35, pp. 651-659, 1987.
11. Cho, Y.-T., Tohgo, K. and Ishii, H., Load Carrying Capacity of a Broken Ellipsoidal Inhomogeneity, Acta Mater., Vol.45, No.11, pp. 4787-4795, 1997.