

고속 연삭기 주축 시스템의 회전체 역학 해석

최영휴*, 박선균**, 박병철***

Rotor Dynamics Analysis of a Spindle System for a High speed Grinding Machine

Young-Hyu Choi*, Seon-Kyun Park**, B. C. Park***

Abstract

This paper describes a transfer matrix approach to analyze the dynamics of a high speed flexible rotor system supported at 2 positions by five ceramic bearings. The rotor system is modelled as lumped parameters in which many factors are considered not only lumped inertia or mass, bending moment, shear force but also gyroscopic effect and unbalance. The equation of motion is derived in the transfer matrix form, from which the eigenvalue equation is also derived. The transfer natural frequencies and modes. The eigenvalues, eigenmodes, campbell diagram, whirling critical speed, whirling modes, and the response of unbalance are calculated and discussed.

우선 전달행렬법(Transfer Matrix Method)을 이용하여 유연 회전체 시스템을 전단탄성보 요소, 스프링요소 및 감쇠요소, 질량관성요소 등의 총괄 파라메터 모델(Lumped parameter model)로 모델링한 다음 운동방정식을 유도하고 고유치 문제와 윗링위협속도, 그리고 잔류 불평형량에 대한 불평형 응답해석을 수행하였다.

2. 이론적 해석

2.1 고유진동 해석

회전축계의 고유치와 진동모드 해석을 위해 먼저 전달행렬법으로 계의 운동방정식을 구하였다.

1. 서론

본 연구에서는 5 개의 세라믹 볼 베어링(Ceramic ball bearing)이 두 개의 지지점에서 회전축을 지지하고 있는 고속 유연 회전체 시스템의 회전체 역학을 해석한다.

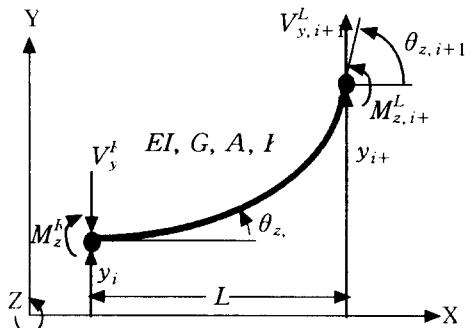


Fig. 2.1 Free-body diagram of the shaft element

먼저 Fig. 2.1과 같이 두 개의 절점 i 와 i+1 로 이루어진 보요소 또는 스프링

* 창원대학교 기계설계공학과
** 창원대학교 대학원 기계설계공학과
*** 태백H.S

요소의 강성에 대한 전달행렬법 방정식은 다음과 같다.

$$\{S\}_{i+1}^L = [F]_i \{S\}_i^R \quad (1)$$

여기서 $\{S\}$ 는 절점의 운동자유도를 나타내는 상태벡터로서 변위, 각도, 전단력, 굽힘모멘트로 이루어진 $\{y \ \theta_z \ V_y \ M_z\}^T$ 의 벡터이다. 그리고 $[F]$ 는 강성을 나타내는 필드행렬이다 [3].

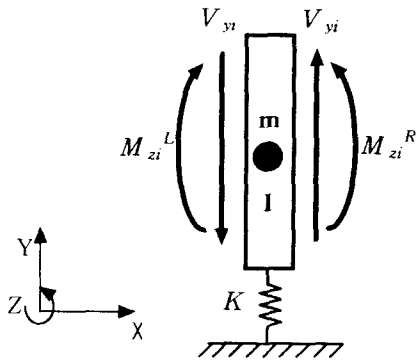


Fig. 2.2 State variables for the station

질량관성은 Fig. 2.2와 같이 절점에만 집중되어(Lumped) 있고, 하나의 절점 i 은 좌우에 인접하는 두 개의 요소에 속하게 되므로 절점 i 의 집중질량에 대한 좌우측 요소의 상태전달행렬법 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\{S\}_i^R = [P]_i \{S\}_i^L \quad (2)$$

여기서 $[P]$ 는 관성항을 나타내는 전달행렬이다 [3].

그러므로 질량관성과 강성이 모두 포함된 요소에 대한 전달행렬법 방정식은 식(2)을 식(1)에 대입하여 다음의 식(3)과 같이 구할 수 있다.

$$\{S\}_{i+1}^L = [F]_i [P]_i \{S\}_i^L \quad (3)$$

N 개의 절점으로 이루어진 전체 회전체 시스템에 대한 운동방정식은 식(3)의 연속적인 곱으로 구할 수 있으며 결국 식(4)와 같이 표현할 수 있다.

$$\{S\}_N^L = [F]_N [P]_N \cdots [F]_1 [P]_1 \{S\}_1^L \quad (4)$$

그러면 최종적으로 구한 전체 시스템 운동방정식에 식(5)와 같은 자유단 경계조건을 적용하여 고유치 해석을 수행한다.

$$\begin{aligned} V_{y1} &= V_{yN} = 0 \\ M_{z1} &= M_{zN} = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 V_y 는 절점에서의 전단력을, M_z 는 절점에서의 굽힘모멘트를 나타낸다.

2.2 윙링 속도해석

회전하는 축은 어떤 일정한 속도가 되면 활과 같이 복잡한 모양으로 휘어져서 선회(Whirling)하려는 경향이 있다. 선회는 베어링중심을 연결하는 선과 휘어진 축에 의해 형성된 평면의 회전으로 정의된다. Fig. 2.3은 이러한 선회에 대한 개념도이다. 축의 선회는 축 자체의 회전방향과 같은 수도, 정반대일 수도 있다.

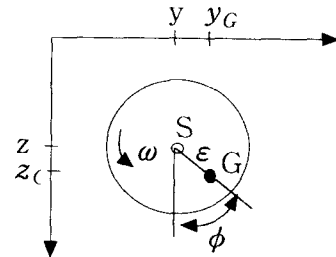


Fig. 2.3 Whirling

일반적으로 회전체-베어링계에 대해 정상상태에서는 강제진동만이 남고 이는 다음과 같이 나타난다.

$$z_\epsilon = \epsilon \frac{\omega^2}{\omega_z^2 - \omega^2} \cos \omega t = z_{\epsilon 0} \cos \omega t \quad (6)$$

$$y_\epsilon = \epsilon \frac{\omega^2}{\omega_y^2 - \omega^2} \cos \omega t = y_{\epsilon 0} \sin \omega t$$

여기서, ϵ 는 무게중심의 편심량이고, ω 는 축의 회전속도, 그리고 ω_z 와 ω_y 는 각각의 축방향에 대한 위험속도이다.

식(6)을 제공하여 더하면 식(7)과 같이 일반적인 타원의 방정식이 되고, 이는 축 중심의 운동궤적을 나타내게 된다.

$$\left(\frac{z_\epsilon}{z_{\epsilon 0}}\right)^2 + \left(\frac{y_\epsilon}{y_{\epsilon 0}}\right)^2 = 1 \quad (7)$$

축변위 z_ϵ 과 y_ϵ 를 1개의 복소량 r_ϵ 으로 표시하고, 오일러식을 이용하면 다음과 같이 축 중심의 운동궤적을 나타내는 일반적인 식을 나타낼 수 있다.

$$r_\epsilon(t) = \frac{1}{2}(z_{\epsilon 0} + y_{\epsilon 0})e^{j\omega t} + \frac{1}{2}(z_{\epsilon 0} - y_{\epsilon 0})e^{-j\omega t} \quad (8)$$

$$r_\epsilon(t) = r_{0+}e^{j\omega t} + r_{0-}e^{-j\omega t}$$

위의 식에서 r_{0+} 은 전향 윙링속도 성분을 나타내고, r_{0-} 은 후향 윙링속도 성분을 나타낸다. 따라서, 식(8)로부터 윙링속도를 해석할 수 있다.

2.3 불평형 응답 해석

불평형 응답 해석은 다음과 같은 과정을 거쳐 수행된다. 먼저 주어진 회전체-베어링계를 유한요소법에 의해 모델링하고 이로부터 M, C, K 행렬을 산정한다. 일반적인 질량 불평형에 의한 가진력은 다음과 같이 주어진다.

$$F = a \cos \omega t + b \sin \omega t \quad (9)$$

여기서, a와 b는 질량불평형량과 회전속도의 함수이다.

식(9)에 의한 계의 진동응답은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$X = X_c \cos \omega t + X_s \sin \omega t \quad (10)$$

이를 2차 지배 미분방정식과 M, C, K 행렬을 이용하면 다음과 같이 변위 성분을 추출할 수 있다.

$$\begin{pmatrix} X_c \\ X_s \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -\omega^2 M + K & \omega C \\ \omega C & -\omega^2 M + K \end{bmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \quad (11)$$

이러한 계산과정을 거쳐 휘둘림 변위를 살펴볼 수 있다.

2.3 수학적 모델링

해석하고자 하는 주축 시스템은 연삭기용 고속 스피들 시스템이다. Fig. 2.4는 연삭기용 고속 스피들 시스템의 설계도면이며, Fig. 2.5는 이 스피들의 수학적 모델이다. 축(shaft)는 총 28개의 보 요소로 분할하였으며, 잔류 불평형은 10번 질점에 200gmm만큼 존재한다고 가정하였다. 그리고 베어링은 볼베어링이므로 반경방향 강성만 고려하고, 감쇠는 무시하였다. Table. 1은 모델링 Data를 나타낸다.

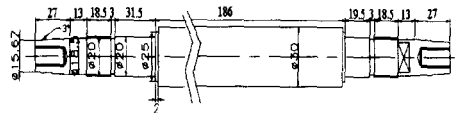


Fig. 2.4 스피들 시스템의 설계도면

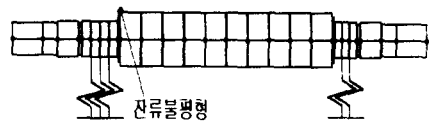


Fig. 2.5 스피들 시스템의 수학적 모델링

Table. 1 스피들 시스템의 모델링 Data

		Value
수학적 모델	요소수	28
	절점수	29
	잔류불평형	200gmm (10번절점)
재료 물성치 (SM45)	밀도 ρ	7833 kg/m^3
	Young's Modulus E	207.8GPa
	베어링의 반경방향 강성 계수 K_r	237.08×10^6 N/m

3. 해석결과

3.1 고유진동 해석결과

스피들 시스템의 고유진동 해석결과는 Table. 2에 나타난 것처럼 55.5783Hz에서 1차 모드가 발생하였고, 67.5636Hz에서 2차 모드가 발생하였으며, 159.184Hz에서 3차 모드가 발생하였다.

Table. 2 고유진동 해석결과

	고유진동수[Hz]
1차 모드	55.5783
2차 모드	67.5636
3차 모드	159.184

Fig. 3.1 ~ Fig.3.3는 고유모드 해석 결과를 나타낸다.

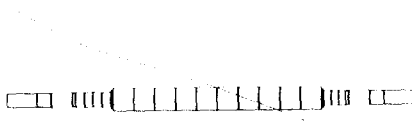


Fig.3.1 스피들 시스템의 1차 고유모드 [55.5783Hz]



Fig.3.2 스피들 시스템의 2차 고유모드 [67.5636Hz]



Fig.3.3 스피들 시스템의 3차 고유모드 해석결과 [159.184Hz]

3.2 휠링위험속도 해석결과

Table. 3은 1차에서 3차까지의 전·후향 휠링 위험속도해석결과를 나타낸다. 1차 전향휠링 위험속도는 3419rpm에서 발생하였고, 후향휠링 위험속도는 3920rpm에서 발생하였다. 그리고 9939rpm에서 2차 전향휠링 위험속도, 11352rpm에서 2차 후향 휠링 위험속도가 발생하였다. 3차 휠링 위험속도는 11215rpm에서 전향, 16778rpm에서 후향 휠링 위험속도가 발생하였다.

Table. 3 전·후향 휠링 위험속도 해석결과

	mode	Value [rpm]
1차 휠링 위험속도	Forward	3419
	Backward	3920
2차 휠링 위험속도	Forward	9939
	Backward	11352
3차 휠링 위험속도	Forward	11215
	Backward	16778

Fig.3.4는 Campbell Diagram으로써 전·후향 휠링 위험속도 해석결과를 나타내고 있다. 그리고 전향 휠링모드 해석결과는 Fig.3.5~Fig.3.6에 나타내었다.

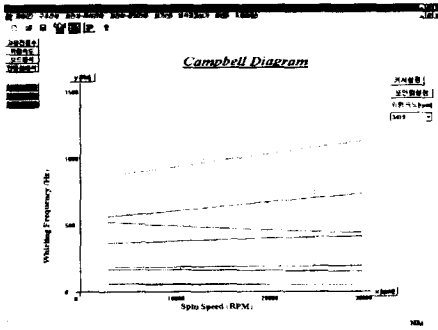


Fig. 3.4 스펀들 시스템의 Campbell diagram

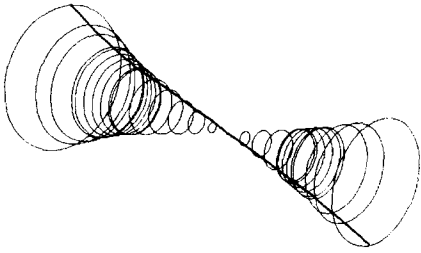


Fig. 3.5 1차 전향 휘링모드 [3419rpm]

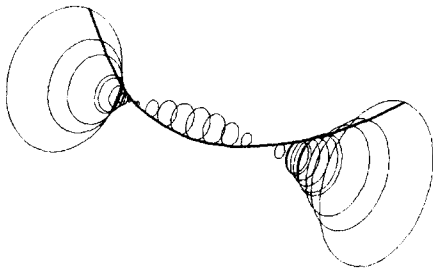


Fig. 3.6 2차 전향 휘링모드 [9939rpm]

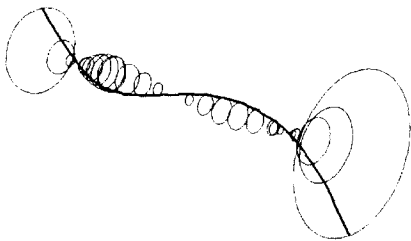


Fig. 3.7 3차 전향 휘링모드 [11215rpm]

3.3 잔류 불평형응답 특성해석결과

Fig. 3.8은 10번 절점에 200gmm의 잔류 불평형이 존재한다고 가정했을 때의 10번 절점에서의 불평형 응답특성을 나타낸다.

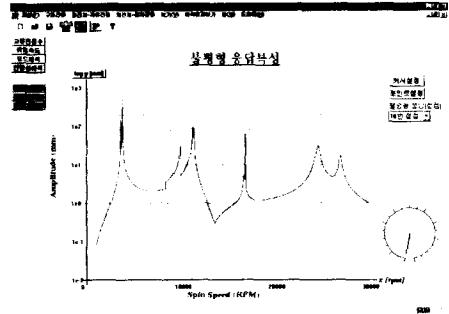


Fig. 3.8 스펀들 시스템의 불평형 응답특성

Table. 4는 잔류 불평형응답 해석을 통해 계산된 위험속도와 응답진폭을 나타낸다.

Table. 4 잔류 불평형응답 해석결과

	위험속도 [rpm]	응답진폭 [mm]
1차 모드	3630.7	0.943
2차 모드	3898.3	2.40
3차 모드	10013.4	0.064

4. 결론

본 연구에서는 연삭기용 고속 스펀들의 회전체 역학 해석을 수행하였다. 스펀들 시스템의 위험속도 및 휘링속도 해석을 수행하였고 잔류불평형에 의한 응답특성을 살펴보았다.

후 기

본 연구는 한국과학재단 지정 창원대학교 공작기계기술연구센터와 태백H·S의 지원에 의한 것입니다. 이에 관계자께 감사드립니다.

참 고 문 헌

- (1) J. S. Rao, "Rotor Dynamics 2nd Edition", John Wiley & Sons, 1991.
- (2) S. S. Rao, "Mechanical vibration 3rd Edition", Addison-Wesley, Inc., 1995.
- (3) E. C. Destel, and F. A. Leckie, "Mechanics Matrix Methods in Elasto", McGraw-Hill, 1963.
- (4) R. Subbiah and N. F. Rieger, "On the Transient Analysis of Rotor-bearing System", Transaction of ASME, Journal of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design, Vol. 110, pp.515-520, 1988.
- (5) J. W. Lund and F. K. Orcutt, "Calculations and Experiments on the Unbalance Response of a Flexible Rotor", Transaction of ASME, Journal of Engineering for Industry, Paper No.67-Vibr-27, 1967.
- (6) 김현욱, "전달행렬법을 이용한 로터-베어링계의 동적특성에 관한 연구", 창원대학교 대학원 공학 석사학위논문, 1999.2.
- (7) 주원호, 유병호, "전동기 축계진동해석 프로그램 개발", 한국소음진동공학회, 춘계학술대회논문집, pp.134~140, 1999