

모드해석과 관측기에 의한 볼스크류 온도분포의 실시간 예측  
Real-time Estimation of Temperature Distribution of a Ball Screw System  
Using Modal Analysis and Observer

김태훈\*, 안중용(한양대 대학원 기계설계학과), 정성중(한양대 기계공학부)  
T. H. Kim\*, J. Y. Ahn(Hanyang Univ. Graduate School),  
S. C. Chung(HanyangUniv.)

**Abstract**

Thermal deformation of machine tools can be evaluated from the analysis of the whole temperature field. However, it is extremely inefficient and impossible to acquire the whole temperature field by measuring temperatures of every point. So, a temperature estimator, which can estimate the whole temperature field from the temperatures of just a few points, is required. In this paper, 1-dimensional heat transfer problem is modeled with modal analysis and state space equations. And then state observer is designed to estimate the intensity of heat source and the whole temperature field in real-time. The reliability of this estimator is verified by making a comparison between solutions by the proposed method and the exact solutions of examples. The proposed method is applied to the estimation of temperature distribution in a ball screw system.

**Key Words** : Machine tools(공작기계), Thermal deformation(열변형), Ball screw(볼스크류), Mode reduction(모드축소), State space equation(상태공간 방정식), Observer(관측기)

**1. Introduction**

공작기계의 열변형에 대한 효과적인 대책으로서 열변형 모델에 의한 공작기계 오차 보상에 관한 연구가 활발히 이루어지고 있다. 오차 보상의 정밀도는 가공 도중에 공구와 공작물 사이의 상대 변위를 실시간으로 측정할 수 없기 때문에 미리 구축된 열변형 예측 모델의 정확도에 의해 결정된다. 기존의 연구에서는

직관적으로 결정된 온도 센서로부터 측정되는 온도 데이터와 변위 데이터 사이의 관계를 경험적인 모델로 결정하는 방법을 이용하였다. 이 방법은 경험적인 모델을 얻기 위하여 많은 실험 데이터를 요구하며, 학습 데이터를 획득한 실험 조건에 대해서는 잘 들어맞지만 그 외의 실험조건에서는 오차가 커지는 경향이 있다. 이러한 단점을 극복하기 위해서는 열변형 모델 구축 과정을 해석적으로 접근할 필요가 있다. 해석적 접근으로는 FEM 및 FDM을 이용한 방법이 연구된 바 있지만, 계산에 소요되는 시간 때문에 실시간 오차 보상에는 부적합하다. 따라서 실제로 측정된 몇점의 온도로부터 전체 온도장을 정확히 추정하고 그로부터 열변형을 계산하는 새로운 해석적 접근법이 필요하게 되었다.

새로운 해석적 접근을 시도한 연구들로서, Osman<sup>(1)</sup>등은 공작기계 열변형에 대하여 IHP(Inverse Heat Problem)를 이용한 일반화된 모델을 제시하였고, Hori<sup>(2)</sup>등은 반 무한 평면에서의 단위 열원에 대한 응답을 이용하여 공작기계 열원의 위치, 세기 및 열변형량을 추정하였다. Shih<sup>(3)</sup>등은 고유치 해석을 열전도 문제에 적용하였고 Tandy<sup>(4)</sup>등은 이를 확장하여 열전도 문제에 고유치 축소 기법을 이용하여 IHCP(Inverse Heat Conduction Problem) 해결을 시도하였다. 그러나 기존의 연구들은 제한된 시험 입력에 대해서만 정확한 해를 제공하거나 연속적인 전체 온도장에 대한 접근이 없었고 실시간으로 온도를 추정하기는 힘든 단점이 있다.

본 논문에서는 공작기계 볼스크류의 온도

분포에서 발생할 수 있는 1차원 열전달 문제를 모드 해석을 이용하여 연속적인 상태공간 방정식으로 모델링하였다. 제안된 수정 Bass-Gura 방법을 이용하여 상태 관측기를 설계하고, 이를 이용하여 몇점의 온도 측정으로부터 열원의 세기와 전체 온도장을 추정하였다. 제시된 방법과 해석적인 해를 비교하여 그 정확성을 검증하였고, 머시닝 센터 볼스크류의 온도 분포 추정에 이를 적용하였다.

## 2. Modeling of Heat Transfer

### 2.1 모드해석

#### 2.1.1 전도 열전달 문제

본 논문에서 고려할 비정상상태의 열전달 문제에 대한 수학적 모델링은 다음과 같다.

$$-\frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} + \frac{hP}{kA}[T(x,t) - T_\infty] + \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = \frac{q(t)}{k} \delta(x - a_H) \quad (1-a)$$

$$T(x,0) = T_i(x) \quad (1-b)$$

#### a. 온도 경계 조건

$$T(0,t) = T_{left}(t), \quad T(L,t) = T_{right}(t) \quad (2-a)$$

#### b. 단열 경계 조건

$$\left. \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} \right|_{x=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} \right|_{x=L} = 0 \quad (2-b)$$

#### c. 대류 경계 조건

$$-kA \left. \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} \right|_{x=0} = hA[T_\infty - T(0,t)] \quad (2-c)$$

$$-kA \left. \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} \right|_{x=L} = hA[T(L,t) - T_\infty]$$

전도 열전달에 대한 지배방정식은 식 (1)의  $h$ 가 0인 경우이다. 기계 구조물의 진동 해석에서 쓰이는 모드 해석을 열전달 문제에 적용시키기 위해 대류 경계조건을 제외한 식 (2)의 비제차 경계조건을 제차 경계조건으로 변환시켜야 한다. 식 (1)과 식 (2)를 일반적으로 나타내면 다음과 같다.

$$L_{cond}[T(x,t)] + M \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = Q(x,t) \quad (3-a)$$

$$B_L[T(x,t)]_{x=0} = l(t), \quad B_R[T(x,t)]_{x=L} = r(t) \quad (3-b)$$

식 (3-b)를 제차 경계조건으로 바꾸기 위해서 해를 다음과 같이 가정한다.

$$T(x,t) = \Theta(x,t) + g(x)l(t) + h(x)r(t) \quad (4)$$

여기서, 함수  $g(x)$ 와  $h(x)$ 는 경계 조건이 제차가 되도록 선택되어야 한다. 식 (3)과 (4)로부터 다음과 같은 비제차 미분 방정식이 구해진다.

$$L_{cond}[\Theta(x,t)] + M \frac{\partial \Theta(x,t)}{\partial t} = Q(x,t) - \{l(t)L[g(x)] + \dot{l}(t)Mg(x)\} - \{r(t)L[h(x)] + \dot{r}(t)Mh(x)\} \quad (5)$$

식 (5)의 해를 얻기 위하여 변수분리법을 적용하여 해를  $\Theta(x,t) = \theta(x)\eta(t)$ 로 가정하면 식 (6)과 같은 고유치 문제를 얻을 수 있다.

$$L_{cond}[\theta(x)] - \lambda M\theta(x) = 0 \quad (6-a)$$

$$B_L[\theta(x)]_{x=0} = 0, \quad B_R[\theta(x)]_{x=L} = 0 \quad (6-b)$$

이 고유치 문제의 해로 서로 직교하는 무한개의 고유 모드  $\theta_n(x)$ 와 고유치  $\lambda_n$ 이 얻어지고, 이 모드들은 식 (7)에 의해 정규화된다.

$$\int_0^L M\theta_n(x)\theta_m(x)dx = \delta_{nm} \quad (7)$$

확장 정리(expansion theorem)를 써서 식 (5)의 해를 식 (8)과 같이 가정하면, 식 (9)와 같은 무한개의 비연성 상미분 방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\Theta(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \theta_n(x)\eta_n(t) \quad (8)$$

$$\dot{\eta}_n(t) + \lambda_n \eta_n(t) = N_n(t), \quad n=1,2,\dots \quad (9)$$

여기서,  $N_n(t)$ 은 식 (10)과 같고,  $G_n$ ,  $G_n^*$ ,  $H_n$ ,  $H_n^*$ ,  $Q_n(t)$ 는 식 (11), 초기조건은 식 (12)로 표현된다.

$$N_n(t) = Q_n(t) - \{G_n^* \dot{l}(t) + G_n \dot{l}(t)\} - \{H_n^* \dot{r}(t) + H_n \dot{r}(t)\} \quad n=1,2,\dots \quad (10)$$

$$\begin{aligned}
G_n &= \int_0^L \theta_n(x) Mg(x) dx \\
G_n^* &= \int_0^L \theta_n(x) L_{cond} [g(x)] dx \\
H_n &= \int_0^L \theta_n(x) Mh(x) dx \\
H_n^* &= \int_0^L \theta_n(x) L_{cond} [h(x)] dx \\
Q_n(t) &= \int_0^L \theta_n(x) Q(x,t) dt \quad n=1,2,\dots
\end{aligned} \tag{11}$$

$$\eta_n(0) = \int_0^L M\theta_n(x)\Theta(x,0) dx \tag{12}$$

### 2.1.2 대류 열전달 문제

대류 열전달 문제에 대하여 식 (1)은 다음과 같이 일반화할 수 있다.

$$L_{conv}[T_{cm}(x,t)] + M \frac{\partial T_{cm}(x,t)}{\partial t} = Q(x,t) \tag{13}$$

여기서,  $T_{cm}(x,t) = T(x,t) - T_\infty$  이다. 전도 열전달 모델과 같은 과정을 거쳐  $T_{cm}(x,t)$  에 관한 문제를  $\Theta(x,t)$  에 관한 비제차 미분방정식과 제차 경계조건으로 구성된 문제로 바꾼다. 경계조건과 열입력이 전도 열전달과 같은 경우라면 대류 열전달 모델과 전도 열전달 모델의 차이는 고유치와 식 (11)의  $G_n^*$  와  $H_n^*$  값에서 나타난다.

### 2.2 모드 축소를 통한 상태공간 방정식

관측기를 이용하여 열입력의 세기와 전체 온도분포를 추정하기 위하여 비연성화된 식 (9)를 상태공간 방정식으로 나타낸다. 무한개의 모드로 상태공간 방정식을 만들기는 불가능하기 때문에 모드 축소의 방법을 통해 유한개의 모드로 축소한다. 주요 모드 선택의 근거를 부여하기 위하여 다음과 같은 방법을 이용한다.  $x = a_H$  에서 일정한 열입력  $q(t)$  가 들어오고 양끝단이 등온 경계조건일 경우, 초기 조건을 0 [즉,  $\Theta(x,0) = 0$ ] 이라고 가정하면 식 (9)에 대한 해는 다음과 같다.

$$\eta_n(t) = \frac{\theta_n(a_H)}{\Lambda_n} (1 - e^{-\Lambda_n t}) \frac{q_{const}}{k} \tag{14}$$

여기서,  $\theta_n(a_H)$  은 열입력의 n번째 모드에 대한 기여도를 나타낸다. 위의 결과로부터 정상 상태에서의 시스템 전체의 열용적(heat content)을 식 (15)와 같이 정의하고, 모드 축소를 위한 기준

$s_N$  을 식 (16)과 같이 정의한다.

$$\int_0^t \Theta(x,t) M \Theta(x,t) dx = \left( \frac{\theta_1^2(a_H)}{\Lambda_1^2} + \frac{\theta_2^2(a_H)}{\Lambda_2^2} + \frac{\theta_3^2(a_H)}{\Lambda_3^2} + \dots \right) \frac{q_{const}^2}{k^2} \tag{15}$$

$$s_N^2 = \sum_{i=1}^N \left( \frac{\theta_i(a_H)}{\Lambda_i} \right)^2 \tag{16}$$

$\theta_i(a_H)$  가 0인 모드는 제외하고 1부터  $N$ 을 증가시켜 가면서 다음 식을 만족하도록  $N$ 을 선택한다.

$$\frac{s_N}{s_{N+1}} \geq \beta, \quad 0 < \beta < 1 \tag{17}$$

여기서,  $\beta$ 는 상대적으로 정확한 결과를 얻기 위한  $s_N$  의  $s_{N+1}$  에 대한 비이다. 식 (17)로부터 모델링에 참여할 모드의 수를 결정할 후, 선택된 유한개의 모드로 식 (18)과 같은 상태공간 방정식을 구성한다.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) - \mathbf{D}z(t) \tag{18}$$

여기서,

$$\mathbf{x}(t) = \{\eta_1(t) \ \eta_2(t) \ \dots \ \eta_N(t)\}^T, \quad u(t) = \frac{q(t)}{k}$$

$$\mathbf{z}(t) = [I(t) \ \dot{I}(t) \ r(t) \ \dot{r}(t)]^T$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \swarrow & & & \\ & -\Lambda & & \\ & & \searrow & \\ & & & \ddots \\ & & & & -\Lambda_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\Lambda_1 & & & \\ & -\Lambda_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & -\Lambda_N \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = [\theta_1(a_H) \ \theta_2(a_H) \ \dots \ \theta_N(a_H)]^T$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \leftarrow \mathbf{D}_1 \rightarrow \\ \leftarrow \mathbf{D}_2 \rightarrow \\ \vdots \\ \leftarrow \mathbf{D}_N \rightarrow \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_1^* & G_1 & H_1^* & H_1 \\ G_2^* & G_2 & H_2^* & H_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ G_N^* & G_N & H_N^* & H_N \end{bmatrix}$$

또한,  $b_T (0 \leq b_T \leq L)$  지점에 온도 센서가 위치한다면 출력  $y(t)$  는 식 (19)와 같다.

$$y(t) = T(b_T, t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{E}z(t) \tag{19}$$

여기서,

$$\mathbf{C} = [\theta_1(b_T) \ \theta_2(b_T) \ \dots \ \theta_N(b_T)]$$

$$\mathbf{E} = [g(b_T) \ 0 \ h(b_T) \ 0]$$

이며, 온도 센서 위치  $b_T$  는 가관측성 행렬  $\mathbf{M}_0$  의 랭크(rank)가  $N$  이 되는 위치 중의 한 곳으로 선택한다.

### 3. Observer Design

열원의 위치에 대한 정보로부터 행렬  $\mathbf{B}$  를 구하면 관측기 시스템과 플랜트 시스템은 각각 식 (20)과 (21)으로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\hat{\mathbf{x}}(t) &= [\mathbf{A} - \mathbf{LC}]\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}\hat{u}(t) \\ &\quad - \mathbf{Dz}(t) + \mathbf{L}[y(t) - \mathbf{Ez}(t)] \\ \hat{y}(t) &= \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{Ez}(t), \quad \hat{\mathbf{x}}(0) = \hat{\mathbf{x}}_0 \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\mathbf{x}(t) &= [\mathbf{A} - \mathbf{LC}]\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) \\ &\quad - \mathbf{Dz}(t) + \mathbf{L}[y(t) - \mathbf{Ez}(t)] \\ y(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{Ez}(t), \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \end{aligned} \quad (21)$$

열입력  $u(t)$  가 식 (22)와 같이 미세 구간 동안 일정한 값이라고 가정하면 열원 추정값에 대한 모델은 식 (23)과 같다.

$$\frac{du(t)}{dt} = 0, \quad u(0) = u_0 \quad (22)$$

$$\frac{d\hat{u}(t)}{dt} = k[y(t) - \hat{y}(t)], \quad \hat{u}(0) = \hat{u}_0 \quad (23)$$

식 (20)~(23)으로부터 다음과 같은 오차 시스템에 관한 식을 얻는다.

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} e_s(t) \\ e_h(t) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} - \mathbf{LC} & \mathbf{B} \\ -k\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} e_s(t) \\ e_h(t) \end{pmatrix} \quad (24)$$

여기서,  $e_s(t) = \hat{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{x}(t)$ ,  $e_h(t) = \hat{u}(t) - u(t)$  이다.

Fig. 1은 관측기 시스템과 플랜트의 블록 선도를 나타낸다.

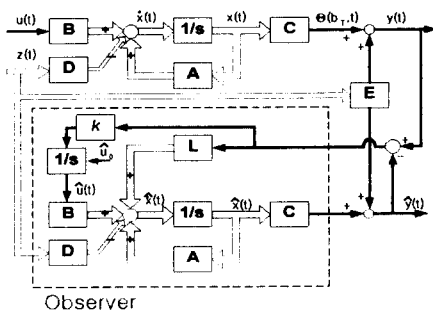


Fig. 1 Block Diagram of Combined System

식 (24)에서 오차 시스템 행렬은 비연성화가 불가능하기 때문에  $k$  는 전체 관측기 시스템의 안정성에 영향을 주게 된다. 따라서 일반적인

선형 시스템에서와 달리 관측기 설계에서 플랜트 시스템과 관측기 시스템의 이득이 동시에 결정되어야 한다. 이를 위해 식 (25)와 같이 Bass-Gura 방법<sup>(6)</sup>을 수정한 새로운 이득 결정법을 제안한다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{L} \\ k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & & & 0 \\ & \mathfrak{Z}^T \mathbf{M}_o & & \\ 0 & \dots & 0 & \mathfrak{Z}^T \mathbf{M}_o \mathbf{B} \end{bmatrix}^{-1} (\bar{\mathbf{a}} - \mathbf{a}) \quad (25)$$

여기서,  $\mathbf{a}$  는 플랜트 특성 방정식의 계수로 구성된 벡터이고,  $\bar{\mathbf{a}}$  는 관측기의 특성 방정식의 계수로 구성된 벡터이다. 또한  $\mathfrak{Z}$  는 플랜트 방정식의 계수들로 구성된 행렬로 다음과 같이 주어진다.

$$\mathfrak{Z} = \begin{bmatrix} 1 & a_{N-1} & a_{N-2} & \dots & a_1 \\ 0 & 1 & a_{N-1} & \dots & a_2 \\ 0 & 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 1 & a_{N-1} \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (26)$$

여기서,  $a_i$  는 벡터  $\mathbf{a}$  의 각 요소이다.

### 4. Verification of the Suggested Method

제안된 방법을 검증하기 위하여 Fig. 2와 같이 양쪽 등온 경계 조건을 가지는 1차원 부재의 전도 열전달 모델에 대한 적용을 실시하였다.

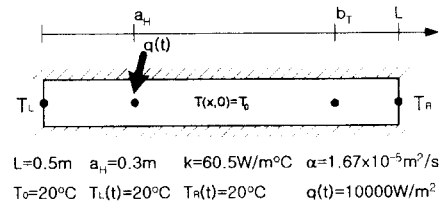


Fig. 2 Heat Conduction Problem

2절에서의 방법을 이용하여 모델링하고 고유치와 고유 함수를 구한 후, 식 (8)~(12)를 계산한다. 식 (17)에서  $\beta$  를 0.9995라 하면 7번째 모드까지 상태공간 방정식에 참여시키게 된다. 7개 모드를 사용한 상태공간 방정식으로부터 주어진 열원에 대한 전체 온도장을 Fig. 3에, 해석적으로 구한 온도장을 Fig. 4에 나타낸다.

온도 센서의 위치는 가관측성을 위한 온도 센서 위치 선정법에 따라  $x=0.43$ 로 지정되었다. 상태변수 추정치의 초기값을 0으로 하고 관측기 특성 방정식의 근을 식 (27)과 같이 결정하였다.

$$\mu_1 = 3A_N, \quad \mu_{n-1} = \mu_n + 1, \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (27)$$

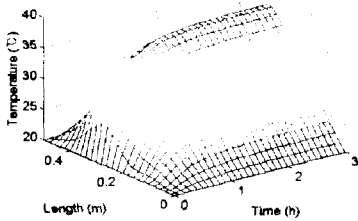


Fig. 3 Temperature Distribution (Space State Model)

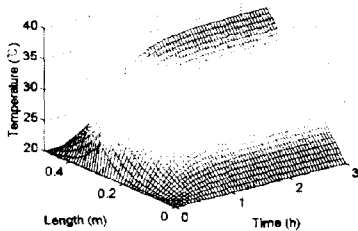


Fig. 4 Temperature Distribution (Analytical Sol.)

상태 변수, 열원의 크기 및 온도 센서 위치에서의 온도값들과 이에 대한 추정치들을 Fig. 5에 나타낸다.

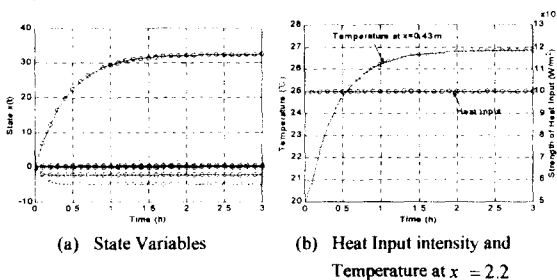


Fig. 5 Estimated Results (o : estimates)

### 5. Application to Ball Screw System

제안된 방법을 이용하여 Fig. 6 및 Table 1<sup>(7)</sup>에 나타난 것과 같은 볼스크류 시스템의 온도 분포를 추정하였다.

볼스크류의 너트가 일정 구간을 일정한 속도로 왕복하는 경우, 열입력과 경계 조건은 Fig.

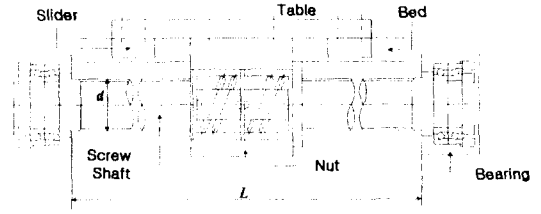


Fig. 6 Schematic diagram of an actual ball screw

Table 1 Specification of ball screw

Material	SCM415H
Diameter ( $d$ )	$40 \times 10^{-3}$ m
Screw length ( $L$ )	0.5 m
Heat capacity ( $C$ )	5700 J/°C
Thermal diffusivity ( $\alpha$ )	$1.67 \times 10^{-5}$ m <sup>2</sup> /s
Heat conductivity ( $k$ )	60.5 W/m °C

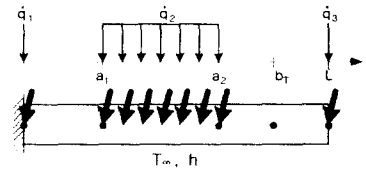


Fig. 7 Simulation model of ball screw

7과 같이 가정할 수 있다. 너트의 왕복 운동으로 인한 마찰로 발생하는 열입력은 너트가 움직이는 구간에 대해 균일하게 분포된 형태로 존재한다고 가정한다. 너트의 왕복운동 구간이  $a_1$ 에서  $a_2$ 까지로 고정된 경우, Otuska<sup>(7)</sup>의 실험 결과로부터 식 (28)을 유도할 수 있다. 또한 Kakino<sup>(8)</sup>의 실험 결과로부터 볼스크류의 양쪽 베어링부에서 발생하는 마찰로 인한 열입력의 크기는 너트부에서 발생하는 열입력의 크기에 대해 일정한 비율을 가짐을 알 수 있다. 따라서 양쪽 베어링부에서 발생하는 열입력의 크기가 동일하다고 가정하면, 식 (29)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{q}_{nut}(t) = \frac{n \cdot \pi}{30} \cdot T_f(t) \cdot z \cdot \frac{a_2 - a_1}{L} \quad (28)$$

여기서,  $n$  = 회전수 (rpm)

$T_f(t)$  = 마찰 토크 (Nm)

$z$  = 동작시간비(motion ratio) 이다.

$$\dot{q}_{bearing} = \frac{1}{r} \dot{q}_{nut} \quad (29)$$

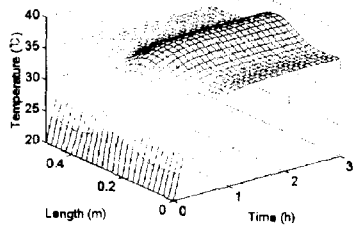


Fig. 8 Temperature Distribution (State Space Model)

500rpm으로 회전하는 볼스크류에 대해 너트부의 예압량이 1960N일 경우<sup>(7)</sup>, 모드 축소를 통해 상태공간 방정식으로 모델링한 온도 분포를 Fig. 8에 나타낸다. Fig. 9, 10은 제안된 방법을 사용하여 열입력과 상태 변수, 온도에 대한 추정치를 나타낸 것이다. 결과로부터 20번 정도의 계산 횟수 이내에 추정이 잘 이루어지고 있음을 확인할 수 있다.

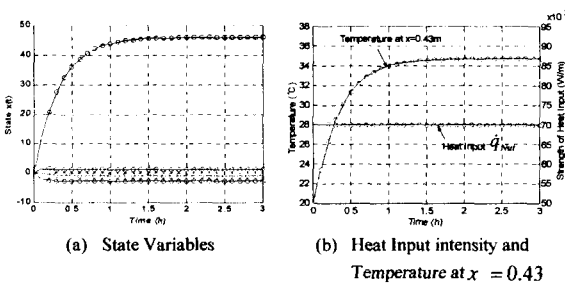


Fig. 9 Estimated Results (o : estimates)

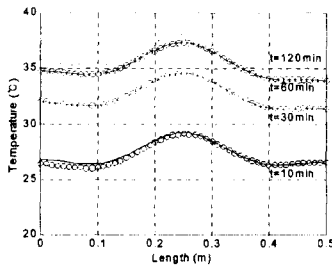


Fig. 10 Estimated change of axial temperature (o : estimates)

## 6. Conclusion

본 논문에서는 머시닝 센터의 볼스크류 온도 분포를 실시간으로 추정하기 위하여 1차원 열전달 문제에 대한 IHCP 접근을 시도하였다. 먼저, 1차원 열전달 문제를 모드 축소와 상태공간 방정식을 이용하여 모델링하였다. 또한 미지의 열원에 대하여 수정된 Bass-Gura 방법을

사용하여 몇점의 온도 측정치로부터 실시간으로 전체 온도장을 추정할 수 있는 관측기를 설계하였다. 상태공간 방정식을 이용한 온도 분포와의 비교를 통해 관측기의 성능을 검증하였고, 본 논문에서 제안하고 있는 방법을 통해 FEM이나 경험적 모델이 가지는 실시간 적용에의 문제를 극복할 수 있음을 확인하였다. 제안된 방법을 이용하여 머시닝 센터의 볼스크류에 적용한 결과 너트부와 베어링부의 열원을 추정하고 그로부터 볼스크류 시스템의 온도 분포를 실시간으로 추정함을 알 수 있었다.

## References

- (1) S. Fraser, M. H. Attia and M. O. M. Osman, 1998, "Modelling, Identification and Control of Thermal Deformation of Machine Tool Structures, Part I: Concept of Generalized Modelling", *Jr. of Manufacturing Science and Engineering*, Vol. 120, pp. 623-631.
- (2) S. Hori, N. Nishiwaki and K. Ishitomi, 1997, "Study on Estimating Thermal Deformation of Machining System", *JSME(C)*, Vol. 63, No. 608. pp. 1391-1396. (in Japanese)
- (3) D. F. Tandy, D. M. Trujillo and H. R. Busby, 1986, "Solution of Inverse Heat Conduction Problems using an Eigenvalue Reduction Technique", *Numerical Heat Transfer*, Vol. 10, pp. 597-617.
- (4) S. C. Chung and J. K. Park, 1992, "Thermal Expansion Analysis of the Ball Screw System by Finite Difference Methods", *KSPE*, Vol. 9, No. 4, pp. 44-57. (in Korean)
- (5) A. J. Silva Neto and M. N. Ozisik, 1993 "Simultaneous Estimation of Location and Timewise-varying Strength of A plane Heat Source", *Numerical Heat Transfer*, Vol. 24, pp. 467-477.
- (6) B. Friedland, 1991, *Control System Design (An Introduction to State-Space Methods) 2nd Edition*, McGraw-Hill, John Wiley & Sons, Inc.
- (7) J. Otsuka, S. Fukada and N. Obuchi, 1984, "A Study of Thermal Expansion of Ball Screw -In case of Constant Preload-", *Precision Machine*, Vol. 50, No. 4, pp. 646-651. (in Japanese)
- (8) Y. Kakino, K. Mori, 1988, S. Xia, Y. Kimoto, H. Moriyama and A. Higashimoto, "A Study of Compensation of Thermal Displacement of the Ball Screw in NC Machine Tools", *JSPE*, Vol. 54, No. 9, pp.1753-1758.(in Japanese)