

연속냉간압연에서의 압하력 예측을 위한 모델 개발에 관한 연구 A Study on Development of Model for Prediction of Rolling Force in Tandem Cold Rolling Mill

손준식(목포대 대학원), 김일수(목포대 기계공학과), 권옥현(서울대 전기공학부),
최승갑(포항제철 기술연구소), 박철재(포항제철 기술연구소)

Joon-Sik Son(Graduate School, Mokpo Univ.), Il-Soo Kim(Mokpo Univ.)

Wook-Hyun Kwon(Seoul Univ.), Seung-Gap Choi(POSCO Technical Research Lab.),

Cheol-Jae Park(POSCO Technical Research Lab.)

Abstract

In the tandem cold rolling mill, the quality is very important and requirements for thickness accuracy become more strict. However, the mathematical model for prediction of rolling force was not considered an elastic deformation at the entry and delivery side of the contacted area between the worked roll and rolling strip so that there was so difficult to control of the thickness.

To overcome this problem, the mathematical model included an elastic deformation of strip has been developed and applied to the field in order to predict the rolling force. The simulated results showed that the effect of elastic recovery should be included the model, even if the effect of elastic compression was not important.

1. 서론

연속냉간압연 시스템은 각 스탠드간의 불속도 차에 의해 발생하는 장력변동으로 스탠드들이 서로 상호작용 및 전 스탠드에 걸친 수많은 인자들이 모두 상호작용, 압연하중, 장력, 두께, 불속도 등에 의해 스탠드 상호간에 복잡하게 간섭된 다입력·다출력(MIMO) 시스템이다. 연속냉간압연에 있어서 압연길이방향 두께정도 향상을 위해서는 소재 및 압연기 사양 등의 정보를 받아 초기 각 압연조건을 계산하여 제시해 주는 초기설

정 모델(setup model)과 그 설정된 값을 기준으로 두께편차 제어를 행하는 자동두께 제어장치의 성능 향상이 요구된다. 특히 초기설정값 결정시 중요한 인자는 초기 압연속도와 롤갭(roll gap)이며, 이 롤갭의 설정정도는 자동두께장치가 목표두께에 수렴하는 시간을 결정하므로 길이방향 두께편차에 큰 영향을 미치게 되는데 이 롤갭의 설정정도를 향상시키기 위해서는 압연하중의 예측정도가 향상되어야 한다. 현재까지 압연하중 예측모델로서는 Orowan¹⁾의 이론에 평균변형저항의 개념을 도입하여 해를 구한 Bland & Ford²⁾의 방법을 실계산에 적용하도록 근사화한 Hill³⁾의 식을 주로 사용하고 있는데, 이는 롤갭의 입출구측 부분에서 발생하는 압연소재의 탄성부분이 고려되지 않아 특히 경압하시 압연하중예측에 오차를 발생시키고 있다.

본 연구에서는 스트립의 탄성변형을 고려한 새로운 압연하중 예측식을 유도하고, 유도된 예측식을 시뮬레이터에 적용하여 스트립의 탄성변형을 고려하지 않은 압연하중 예측식과 스트립의 탄성변형을 고려한 압연하중 예측식의 압연하중 예측정도를 비교·분석하여 최적 압하력 예측 모델 개발을 수행하였다.

2. 압연소재의 탄성을 고려한 모델 유도

2.1 압연소재의 탄성회복에 의한 압하력

Fig. 1은 폭이 a 이고 높이가 $2b = h_2$ 인 직사각형으로 가정한 탄성회복구간의 단면을 나타내

며, 단면의 위쪽에 대한 경계조건은 $x=0$ 에서 $x=a$ 까지에서 $\widehat{xx} = t_f$ 이고 $\widehat{xy} = 0$ 이고, $y=b$ 에서 변위는 아래 식과 같다.

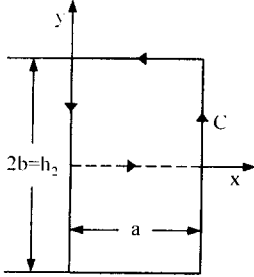


Fig. 1 Elastic recovery zone

$$v = -\frac{\nu(1+\nu)}{E} bt_f - \frac{1}{2R'}(a^2 - x^2), \quad \widehat{xy} = 0 \quad (1)$$

또한, $y=0$ 에서 $v=0$ 이고 $\widehat{xy}=0$ 이고, 압축력은;

$$P_{\omega} = -\left(\int_0^a \widehat{yy} dx\right)_{y=b} \quad (2)$$

이다.

여기서, 변위는 $y=0$ 에서 v 는 0이므로 $y=b$ 만 고려하여 Green's lemma에서 의해서 다음과 같이 된다.

$$\left(\int_0^a v dx\right)_{y=b} = -\int_C v dx = \int_0^a \int_0^b \frac{\partial v}{\partial y} dx dy \quad (3)$$

평균 변형에서 일반화된 Hook's law에 의하여 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \left(\int_0^a v dx\right)_{y=b} &= \int_0^a \int_0^b \left(\frac{1-\nu^2}{E} \widehat{yy} - \frac{\nu(1+\nu)}{E} \cdot \widehat{xx}\right) dx dy \\ &= \frac{1-\nu^2}{E} \int_0^a \int_0^b \widehat{yy} dx dy - \frac{\nu(1+\nu)}{E} \int_0^a \int_0^b \widehat{xx} dx dy \end{aligned} \quad (4)$$

또한, 부분적분을 하면

$$\begin{aligned} \left(\int_0^a v dx\right)_{y=b} &= \frac{1-\nu^2}{E} b \left(\int_0^a \widehat{yy} dx\right)_{y=b} \\ &\quad - \frac{1-\nu^2}{E} \int_0^a \int_0^b y \frac{\partial \widehat{yy}}{\partial y} dx dy - \frac{\nu(1+\nu)}{E} abt_f \end{aligned}$$

$$+ \frac{\nu(1+\nu)}{E} \int_0^a \int_0^b x \frac{\partial \widehat{xx}}{\partial x} dx dy \quad (5)$$

모든 경계조건에서 $\widehat{xy}=0$ 이므로

$$\int_C y \widehat{xy} dy = 0, \quad \int_C x \widehat{xy} dx = 0 \quad (6)$$

그러므로 Green's lemma에 의하여 아래 식과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \int_0^a \int_0^b y \frac{\partial \widehat{xy}}{\partial x} dx dy &= 0 \\ \int_0^a \int_0^b x \frac{\partial \widehat{xy}}{\partial x} dx dy &= 0 \end{aligned} \quad (7)$$

식(5)에 대입하면

$$\left(\int_0^a v dx\right)_{y=b} = \frac{1-\nu^2}{E} b \left(\int_0^a \widehat{yy} dx\right)_{y=b} - \frac{\nu(1+\nu)}{E} abt_f \quad (8)$$

P_{ω} 에 대하여 표현을 이용하여 식(1)을 다시 나타내면;

$$\begin{aligned} -\frac{\nu(1-\nu^2)}{E} abt_f - \frac{1}{3R'} a^3 &= -\frac{1-\nu^2}{E} bP_{\omega} - \frac{\nu(1+\nu)}{E} abt_f \\ P_{\omega} &= \frac{Ea^3}{3(1-\nu^2)R'b} = \frac{2Ea^3}{3(1-\nu^2)R'h_2} \end{aligned} \quad (9)$$

$x=0$ 에서 압연소재가 소성상태(변형이 없음)라는 사실로부터 a 를 다음과 같이 결정한다.

$$t_f - Y = k \quad (10)$$

여기서, Y 는 $x=0$ 단면과 교차하는 \widehat{yy} 의 평균값이다.

균일압축이라는 가정과 평형 방정식을 이용하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} Y &= \frac{1}{b} \left(\int_0^b \widehat{yy} dy\right)_{x=0} \\ &= \frac{1}{b} \left\{ \int_0^b \left(\frac{E}{1-\nu^2} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\nu}{1-\nu} \widehat{xx} \right) dy \right\}_{x=0} \end{aligned} \quad (11)$$

$x=0$ 에서 $\widehat{xx} = \sigma_2$ 이므로

$$= \frac{E}{b(1-\nu^2)} \left(\int_0^b \frac{\partial \nu}{\partial y} dy \right)_{x=0} + \frac{\nu}{b(1-\nu)} t_b \quad (12)$$

$x=0$ 에서

$$d\nu = \frac{\partial \nu}{\partial x} dx + \frac{\partial \nu}{\partial y} dy = \frac{\partial \nu}{\partial y} dy \text{이므로}$$

$$Y = \frac{E}{b(1-\nu^2)} (\nu)_{x=0, y=b} + \frac{\nu t_b}{1-\nu} \quad (13)$$

$$\text{그러므로 } (\nu)_{x=0, y=b} = -\frac{\nu(1+\nu)}{E} bt_b - \frac{t_b}{2R} \text{ 이므로}$$

$$Y = -\frac{a^2 E}{2b(1-\nu^2)R} \quad (14)$$

위 식을 식(10)에 대입하면

$$\begin{aligned} k-t_b &= -\frac{a^2 E}{2b(1-\nu^2)R} \\ \therefore a^2 &= \frac{2b(1-\nu^2)R(k-t_b)}{E} \\ &= \frac{hR'}{E}(1-\nu^2)(k-t_b) \end{aligned} \quad (15)$$

위 식을 식(9)에 대입하면

$$P_{el} = \frac{2}{3}(k-t_b) \sqrt{\frac{hR'}{E}(1-\nu^2)(k-t_b)} \quad (16)$$

2.2 압연소재의 탄성압축에 의한 압하력

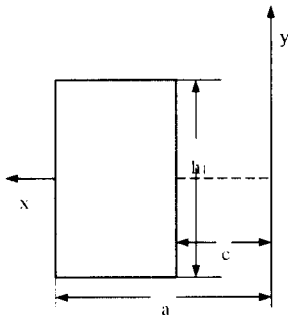


Fig. 2 Elastic compression zone

Fig. 2는 볼깍에 탄성소재가 들어가는 위치 ($x=c$)에서 소성구역이 시작되는 위치($x=a$)를 경계로 하는 탄성압축 구역의 단면을 나타낸다.

경계조건으로 $x=c$ 에서 $x=a$ 까지에서 $\widehat{xx} = t_b$ 이고, $\widehat{xy} = 0$ 이다.

$y=b$ 에서 변위는 다음과 같다.

$$\nu = -\frac{\nu(1+\nu)}{E} bt_b - \frac{1}{2R'}(a^2 - x^2) \quad (17)$$

$y=0$ 에서 $\nu=0$ 이고 $\widehat{xy} = 0$ 이다.

식(5)에 일치하게 전개하면

$$\left(\int_c^a \nu dx \right)_{y=b} = \frac{1-\nu^2}{E} b \left(\int_c^a \widehat{yy} dx \right)_{y=b} - \frac{\nu(1+\nu)}{E} (a-c)bt_b \quad (18)$$

식(17)로부터

$$\begin{aligned} \left(\int_c^a \nu dx \right)_{y=b} &= \int_c^a \left\{ -\frac{\nu(1+\nu)}{E} bt_b - \frac{1}{2R'}(a^2 - x^2) \right\} dx \\ &= -\frac{\nu(1+\nu)}{E} b(a-c)t_b - \frac{1}{2R'} \left\{ a^2(a-c) - \frac{1}{3}(a^3 - c^3) \right\} \end{aligned} \quad (19)$$

위 두 식을 이용하여 P_{el} 에 관하여 전개하면

$$\begin{aligned} P_{el} &= - \left(\int_c^a \widehat{yy} dx \right)_{y=b} \\ &= \frac{E}{2(1-\nu^2)R'b} \left\{ a^2(a-c) - \frac{1}{3}(a^3 - c^3) \right\} \\ &= \frac{E}{(1-\nu^2)R'H} \left\{ a^2(a-c) - \frac{1}{3}(a^3 - c^3) \right\} \end{aligned} \quad (20)$$

앞에서 나타낸 것과 같이 $x=c$ 에서 압연소재가 소성상태(변형이 없음)라는 가정로부터 a 를 다음과 같이 구한다.

$$t_b - Y = k \quad (21)$$

Y 에 관하여 이전에서와 같이 전개하면

$$Y = \frac{E}{b(1-\nu^2)} (\nu)_{x=c, y=b} + \frac{\nu t_b}{1-\nu} \quad (22)$$

식(17)을 변형하면

$$(\nu)_{x=c, y=b} = -\frac{\nu(1+\nu)}{E} bt_b - \frac{1}{2R'}(a^2 - c^2) \quad (23)$$

그러므로

$$t_b - k = Y = -\frac{E(a^2 - c^2)}{2bR'(1-\nu^2)} \quad (24)$$

최소두께 h_m 의 위치에서 입구측까지의 접촉호의 거리는

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{R'(H-h_m)} \\ \therefore a^2 &= R'(H-h) + R'(h-h_m) \end{aligned} \quad (25)$$

$h-h_m$ 은 무시할 수 있으므로

$$a^2 = R'(H-h) \quad (26)$$

식(25)으로부터 P_{cl} 에 대하여 전개하면

$$\begin{aligned} P_{cl} &= \frac{E}{(1-\nu^2)R'h_1} \left\{ (a-c)\frac{1}{3}(2a^2-ac-c^2) \right\} \\ &= \frac{E}{(1-\nu^2)R'h_1} \left\{ (a-c)^2\frac{1}{3}(2a+c) \right\} \\ &\approx \frac{E}{(1-\nu^2)R'h_1} a(a-c)^2 \end{aligned} \quad (27)$$

$a^2 - c^2 \approx 2a(a-c)$ 이라고 하면, 식(24)로부터

$$a-c = \frac{H \cdot R'(1-\nu^2)}{2aE} (k-t_b) \quad (28)$$

식(25)로부터

$$a \approx \sqrt{R'(H-h)} \quad (29)$$

위의 식들을 P_{cl} 에 대입하여 전개하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} P_{cl} &\approx \frac{E}{(1-\nu^2)R'H} \cdot \frac{H^2 R'^2 (1-\nu^2)^2}{4E^2} (k-t_b)^2 \\ &\quad \cdot \frac{1}{\sqrt{R'(H-h)}} \\ &= \frac{(1-\nu^2)H}{4} \cdot \sqrt{\frac{R'}{H-h}} \frac{(k-t_b)^2}{E} \end{aligned} \quad (30)$$

2.3 편평 롤의 반지름

Hertz 이론⁴⁾을 이용하여 편평 롤을 다음과

같이 표현한다.

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R} - \frac{4(1-\nu^2)P}{E\pi d^2} \quad (31)$$

위 조건에 따라

$$\begin{aligned} 2d &= \sqrt{R'(H-h_m)} + \sqrt{R'(h-h_m)} \\ &= \sqrt{R'(\delta + \delta_2 + \delta_1)} + \sqrt{R'\delta_2} \\ &= \sqrt{R'\{\sqrt{\delta + \delta_2 + \delta_1} + \sqrt{\delta_2}\}} \end{aligned} \quad (32)$$

여기서,

$$\begin{aligned} H-h_m &= (H-h) - (H-h_1) + (h-h_e) + (h_e-h_m) \\ &= \delta + \delta_2 + \delta_1 \end{aligned}$$

$$\delta = H-h, \quad \delta_2 = h_e-h_m = \frac{h(1-\nu^2)}{E}(k_2-t_1)$$

$$\delta_1 = \frac{\nu(1+\nu)}{E}(ht_f - Ht_b)$$

식(31)에 d^2 을 대입하면 다음과 같다.

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R} - \frac{16(1-\nu^2)P}{E\pi R'\{\sqrt{\delta + \delta_2 + \delta_1} + \sqrt{\delta_2}\}^2} \quad (33)$$

그러므로

$$R' = R \left\{ 1 + \frac{16(1-\nu^2)P}{\pi E\{\sqrt{\delta + \delta_2 + \delta_1} + \sqrt{\delta_2}\}^2} \right\} \quad (34)$$

3. 유도된 압하력 예측식 적용

냉간압연시 작업롤과 스트립사이의 접촉면의 입구측과 출구측에서 발생하는 탄성압축과 탄성회복에 의한 압연하중을 유도하였고, 유도된 식을 실제 냉간압연 압연하중 예측식에 적용하였다. 현재 이용하고 있는 압연하중 예측식은 Bland & Ford식을 근사화 한 Hill식을 이용하고 있다. 하지만, 이 식은 압연시 작업 롤과 압연소재의 접촉부 중 입출구측부에서 발생하는 압연소재의 탄성변형이 고려되지 않고 있다. 식(35)은 Bland & Ford식을 근사화 한 Hill식이다.

$$P = W \cdot k\sqrt{R'(H-h)} \quad (35)$$

식(35)에 장력효과와 마찰효과를 고려한 아래와 같은 식을 기존의 냉간압연 두께제어기에서 사용하고 있다.

$$P = W \cdot k \cdot K_p \cdot D_p \sqrt{R'(H-h)} \quad (36)$$

여기서

$$K_p = 1 - \frac{t_b}{t_f} \left(1.05 + 0.1 \frac{1-t_f/km}{1-t_b/km} - 0.15 \frac{1-t_b/km}{1-t_f/km} \right)$$

$$D_p = 1.08 + 1.79r\sqrt{1-r} \cdot \mu \sqrt{\frac{R'}{h}} - 1.02r$$

$$R' = R \left(1 + 2 \frac{CH \cdot P}{WH(H-h)} \right)$$

$$CH = \frac{16(1-\nu^2)}{\pi E}$$

이는 롤갭의 입출구측 부분에서 발생하는 압연소재의 탄성부분이 고려되지 않아 특히 경압하시 압하력 예측에 오차를 발생시키고 있다.

식(37)은 작업롤과 스트립의 접촉면의 입구측과 출구측의 탄성압축과 탄성회복을 고려하여 압연하중을 계산하는 식이다.

$$P = (P_p + P_{cl} + P_{cl}) \cdot W \quad (37)$$

$$P_{cl} = (1-\nu^2) \cdot \frac{H}{4} \cdot \sqrt{R'(H-h)} \cdot \frac{(km-t_b)^2}{E}$$

$$P_{cl} = \frac{2}{3} \sqrt{(1-\nu^2)R' \cdot h \cdot (km-t_b)^3} / E$$

$$P_p = km(1-t_b/km) \cdot \sqrt{R'(H-h)} \cdot \sqrt{(1-r)r}$$

$$\cdot \left\{ \int_0^{x_1} b(1+x^2) \cdot \exp(2a \tan^{-1}x) dx + (1-r) \cdot \exp(2a \tan^{-1}x_1) \cdot \int_{x_1}^x (1+x^2) \cdot \exp(-2a \tan^{-1}x) dx \right\}$$

여기서,

$$a = \mu \cdot \sqrt{\frac{R'}{h}}, \quad b = \frac{1-t_f/km}{1-t_b/km}$$

$$r = (H-h)/H, \quad x_1 = \sqrt{\frac{r}{1-r}}$$

$$x_m = \tan \left\{ \frac{1}{2} \tan^{-1} \sqrt{\frac{r}{1-r}} - \frac{1}{4} a \ln \left(\frac{1-b}{1-r} \right) \right\}$$

$$R' = R \left[1 + \frac{16(1-\nu^2)}{\pi E} \cdot \frac{P}{W \sqrt{\delta_1 + \delta_2 + \delta_1 + \sqrt{\delta_2^2}}} \right]$$

$$\delta = H-h, \quad \delta_2 = \frac{1-\nu^2}{E} \cdot h(km-t_b)$$

$$\delta_1 = \frac{\mu(1+\nu)}{E} \cdot (ht_f - Ht_b)$$

스트립의 탄성변형을 고려한 압연하중 예측식을 MATLAB과 C-code를 이용하여 모델을 코딩하여 시뮬레이터에 적용하여 냉간압연의 두께제어를 실행해 보고, 기존의 모델을 이용한 두께제어와 비교·분석하였다.

4. 실험결과 및 분석

스트립의 탄성변형을 고려한 압연하중 예측 모델과 기존의 압연하중 예측모델을 시뮬레이터에 적용하여 비교하였으며, 현재 시뮬레이터에 사용중인 초기 설정값의 문제점에 대하여 비교·분석하였다.

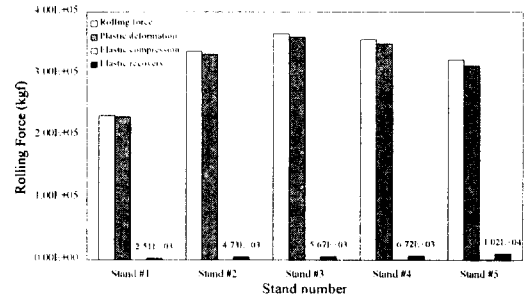
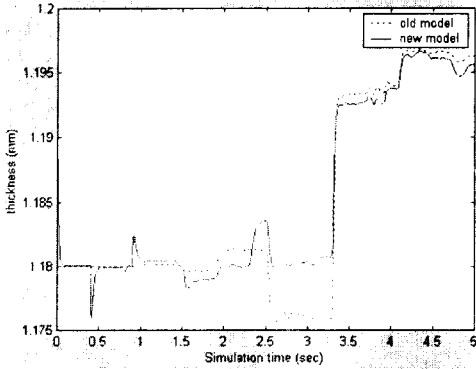


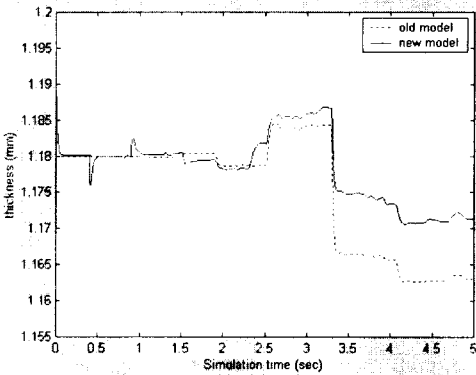
Fig. 3 Rolling force predicted from the developed model

Fig. 3은 스트립의 탄성을 고려한 압연하중 예측식을 적용하여 계산된 각 스탠드별 소성변형 (P_p), 탄성압축 (P_{cl}), 탄성회복 (P_{cl})에 의한 압연하중을 나타낸다. 위 그림에서 볼 수 있듯 탄성압축에 의한 압연하중의 영향은 아주 작게 나타나 그 영향은 무시할 수 있었지만, 탄성회복에 의한 압연하중의 영향은 압하량이 큰 후단 스탠드로 갈수록 크게 나타났으며, 압연하중에서 탄성회복에 의한 압연하중이 차지하는 비율이 무시할 수 없음을 알 수 있다.

Fig. 4는 스트립의 탄성변형을 고려하지 않은 모델과 스트립의 탄성변형을 고려한 모델을 두께제어 시뮬레이터에 적용하여 1번 스탠드의 롤갭을 변화시켜 가면서 5번 스탠드에서 두께변화를 나타낸다. Fig. 4에서 두 모델의 차이가 확연하게 나타나는 것을 알 수 있었다.



(a) Increased in 0.1mm in stand 1



(b) Decreased in 0.1mm in stand 1

Fig. 4 The comparison of thickness calculated from the old and new models

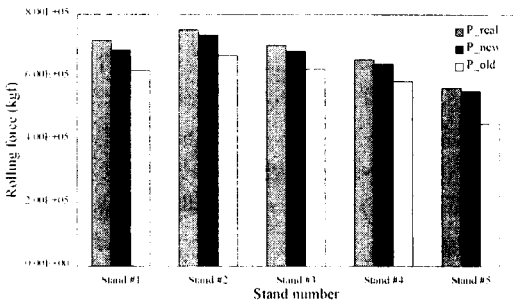


Fig. 5 The comparison with the measured and calculated rolling force

Fig. 6은 실제 연속냉간압연에서의 사용하는

압연하중과 스트립의 탄성변형을 고려한 모델, 스트립의 탄성변형을 고려하지 않은 모델을 비교한 그림으로 스트립의 탄성변형을 고려한 모델이 스트립의 탄성변형을 고려하지 않은 모델보다 실제 압연하중을 보다 정확하게 예측함을 알 수 있었으며 모델 개발시 탄성회복의 영향을 고려해야 할 것으로 사료된다.

5. 결론

본 논문은 연속냉간압연의 두께제어의 성능 향상을 위한 모델을 개발하기 위하여 스트립의 탄성변형을 영향이 압연 하중에 미치는 영향에 관한 연구로 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 압연 하중에 스트립의 탄성변형 중 스트립의 탄성압축은 압연하중을 예측하는데 무시할 수 있을 정도로 작았으나, 탄성회복의 영향은 박관으로 갈수록 그 영향은 컸다.
- (2) 스트립의 탄성변형은 압연하중의 예측에 상당한 영향을 미치므로 압연하중 모델 개발시 반드시 고려하여야만 한다.

참고 문헌

1. E. Orowan, "The Calculation of Roll Pressure in Hot and Cold Rolling", Proc. Inst. Mech. Eng., Vol. 150, part III, pp. 146, 1943.
2. D. R. Bland and H. Ford, "The calculation of roll force and torque in cold strip rolling with tensions", Proc. of the Institution of Mechanical Engineer, Vol. 159, pp. 144-163, 1948.
3. R. Hill, "Relations between roll force, torque and the applied tensions in strip rolling", Proc. of the Institution of Mechanical Engineer, Vol. 163, pp. 135-140, 1950.
4. J. Prescott, "Applied Elasticity", pp. 633-638, 1924.