한국공작기계학회 2000년도 춘계학술대회 논문집 pp.297~303

램파모드의 시간-주파수 해석

안형근*, 박익근**, 윤종학**, 엄병국***

Time-Frequency Analysis of Lamb wave mode

Hyung-Keun Ahn*, Ik-Keun Park**, Jong-Hak Yun**, Byong-guk Um***

*서울산업대원, **서울산업대학교 기계공학과, ***(주)카이텍

1. 서론

재료평가(material evaluation) 분야에서 판파(plate wave) 또는, 램파(Lamb wave)라고 불리는 유도초음파는 기존의 벌크(bulk)파인 종파(longitud-inal wave)나 횡파(shear wave)에 비해 상대적으로 검사 효율성과 결함검출 민감도가 뛰어난 새로운 형태의 초음파로서 박판의 내부개재물 탐상에 광범위하게 적용되고 있다. 박판이나 관구조물내의 유도초음파는 주파수, 구조물의 두께, 입사각도에 따라 서로 다른 입자 움직임을 갖는 다양한 모드가 존재하며, 그 진행방향이 구조물의 길이 방향으로 유도되는 특성을 갖고 있다.[1]

유도초음파의 장점은 무엇보다도 벌크파를 이용한 국부검사법보다 광범위 검사라는 점과 주파수, 판재두께 그리고 입사각도에 따라 두께방향으로 서로 다른 입자움직임을 갖는 다양한 모드들을 이용해 탐상 민감도를 향상시킬 수 있다는 점이다. 유도초음파는 구조물의 전장을 걸쳐 진행하므로 검사 동안 탐촉자의 이동 없이 구조물 전체를 탐상하는 것이 가능하다. 결과적으로, 검사시간을 단축하고 검사비용을 절감할 수 있다. 또한, 모드 전이 연구를 통해 탐상 구조물에 대해 우수한 민감도를 가지는 유도초음파모드를 선택함으로써 최적의 탐상 조건을 얻을 수 있다.[1~2] 이와 같은 유도초음파의 특성을 재료특성 평가에 이용할 경우 다양한 유도초음파모드를 이용한 검사 민감도의 향상 및 탐촉자의 접근이 어려운 검사부위에 대한 원거리 검사, 그리고 대형 구조물에 대한 검사시간 단축 등의 많은 장점을 기대할 수 있다. 특히, 기존의 벌크파를 이용한 수직탐상이나 사각탐상법으로는 신호의 중첩으로 인해 검사가 어려운 얇은 시험체에 대한 검사에도 적합한 특성을 갖고 있다.

판재 내에서의 유도초음파 산란문제는 입사모드, 주파수, 판재두께, 반사체의 형태에 따라 상이한 모드 전이현상을 나타낼 수 있다. 이는 판재형상의 변화가 특정의 입사모드와 주파수하에서 다양한 산란양상을 나타낼 수 있다는 것을 의미한다. 분산선도상의 각 모드는 같은 형상의 판재에 대해서도 서로 다른 모드 전이현상을 나타내게 되며 판재의 특정 형상에 대한 유도초음파의 모드 전이와 최적입사 모드가 수치해석적으로 예측될 수 있다면 효과적이고 신뢰성 높은 재료평가가 가능하다. 그러므로 다양한 판재형상변화에 대한 유도초음파의 산란은 많은 탄성파 연구자들의 관심의 대상이 되어왔다.[3~5]

본 연구에서는 각 유도초음파모드의 산란은 판재두께변화에 민감하게 영향을 받는다는 사실을 확인하고 판재두께 변화에 따라 유도초음파의 분산선도에 나타난 각종 모드의 분산특성과 파형구조로부터 유도초음파의 모드특성을 예측하여 유도초음파를 이용한 재료평가에 웨이브렛 신호처리 기술을 적용하고, 그 유용성 유무를 실험적으로 검증하고자 한다.

2. 관련이론

2.1 램파의 원리와 분산성

램파는 박판, 원통 및 구형과 같은 자유경계면(free boundaries)을 가지는 시험체 내로 진행하며, 시험체의 전두께를 통하여 진행하는 복잡한

진동형태로 구성되어 있다. 램파는 탄성 도파관과 평판자유경계면을 가지는 평판의 경우에 나타난다. 이러한 독특한 응답의 램파는 종파나 횡파와 같은 대부분의 초음파와는 구별된다. 두께와 변환주파수가 주어진 평판에 램파를 입사시키면 여러 가지 모드가 발생한다. 이러한 모드들은 대칭형 및 비대칭형의 두 가지 기본형을 가진다.

위치에너지 ϕ와 Ψ는 각각 종파와 횡파로 나타내어지고, 다음 식을 만족한다.

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2}+k_l^2 \phi = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2}+k_t^2 \Psi = 0 \tag{2}$$

여기서, k_l과 k_t는 각각 종파와 횡파의 파수(wave number)이고, 다음과 같다.

$$k_l = \omega\sqrt{\frac{\rho}{\lambda+2\mu}} \tag{3}$$

$$k_t = \omega\sqrt{\frac{\rho}{\mu}} \tag{4}$$

여기서, ω는 각주파수이고, λ와 μ는 램 탄성계수이다. 그리고, ρ는 매질의 밀도이다.

강과 같은 등방성과 균등질의 매질에서도 램파는 사실상 분산하게 되는데 이러한 파형를 해석하기 위해서는 위상속도와 군속도의 개념을 도입해야만 한다. 램파를 이용하기 위해서는 ω와 h의 함수인 위상속도를 결정해야만 하는데 이것은 다음의 식과 같이 차수가 없는 형태로 간단히 쓸 수 있다.

$$\frac{\tan\beta h}{\tan\alpha h} = \frac{4\alpha\beta k^2}{(k^2-\beta^2)^2} \quad (\text{대칭}) \tag{5}$$

$$\frac{\tan\beta h}{\tan\alpha h} = \frac{(k^2-\beta^2)^2}{4\alpha\beta k^2} \quad (\text{비대칭}) \tag{6}$$

여기서,

$$\alpha^2 = \frac{\omega^2}{c_l^2} - k^2 \tag{7}$$

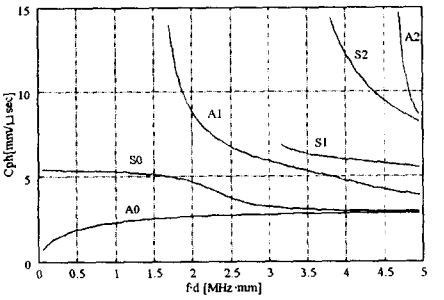


Fig. 1 Dispersion curve for aluminum(phase velocity)

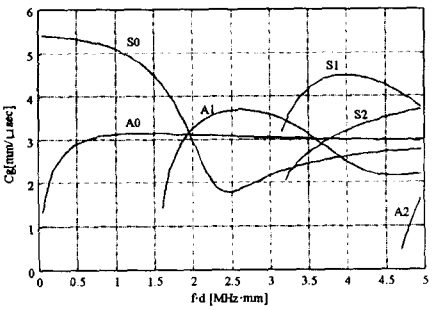


Fig. 2 Dispersion curve for aluminum(group velocity)

$$\beta^2 = \frac{\omega^2}{c_t^2} - k^2 \tag{8}$$

Fig. 1과 Fig. 2는 알루미늄의 분산 곡선을 보여주고 있다. 여기에서 종속도와 횡속도는 각각 c_l =6320 m/s, c_t =3130 m/s로 측정된다. 대칭모드는 S_0, S_1, S_2이고 비대칭모드는 A_0, A_1, A_2이며, f·d가 증가함에 따라 모드의 발생이 증가하며, 동일한 위상속도로 접근하려는 경향이 있다. Fig.1과 Fig.2에서 모든 f·d에 대해서 적어도 두 모드가 존재하는 것을 알 수 있다. 모드의 수는 f·d값이 증가함에 따라 증가한다.

2.2 위상속도와 군속도

시험체의 각 형상에 따라서 램파의 모드는 위상속도(phase velocity)로부터 정의된다. 얇은 판등에 있어서 램파의 위상속도는 무차원형태로 특

성방정식의 수치해로 계산할 수 있다.

초음파의 펄스가 파의 발생을 위해 사용되었을 때 군속도(group velocity)가 위상속도 대신에 측정된다. 군속도는 아래의 식을 이용함으로서 위상속도로부터 계산된다.

$$c_g = c_{ph}\left[1 - \frac{1}{1-(f\cdot d)\frac{dc_{ph}}{d(f\cdot d)}}\right] \qquad (9)$$

웨지(wedge)의 입사각은 플라스틱 웨지의 종파속도, 시험편 두께 및 탐촉자 주파수에 대한 위상속도로부터 스넬의 법칙(Snell's law)에 의해 계산된다.

2.3 웨이브렛 변환의 적용

웨이브렛 변환(wavelet transform)은 시간-주파수 분석외에도 잡음제거, 자료요약, 특징추출과 같은 분야에 적용되어 큰 공헌을 해 왔다.[6~7]

본 연구에서는 Gabor 웨이브렛 변환으로 시뮬레이션한 다중신호들의 광대역으로부터 램파 분산곡선을 추출하고 군속도를 측정하여 재구성하였다. 군속도는 입력신호를 알지 못하더라도 결정된 매질의 분산특성에 의해 전개된다.

(1) 시간-주파수 해석

단시간푸리에변환(Short time Fourier Transform; STFT)과 비교하여 웨이브렛변환은 영역크기가 자동적으로 주파수와 함께 변화하는 특성이 있다. 연속적인 웨이브렛 변환(continuous wavelet transform) 은 Mother-Wavelet Ψ의 팽창(a)과 이동(b)으로 신호의 방사가 이루어진다. 신호 $f(t)$의 연속 웨이브렛 변환은 다음 식과 같다.

$$F(a,b) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\ \overline{\Psi}_{a,b}(t)dt \qquad (10)$$

$$\Psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}}\Psi\left(\frac{t-b}{a}\right), \quad a>0 \qquad (11)$$

여기서, $\overline{\Psi}_{a,b}$는 $\Psi_{a,b}$의 공액복소수를 나타낸다. 저주파수에서는 시간대의 영역이 넓어지고, 고주파수에서는 영역이 좁아짐에 따라 보다 정확한 정보를 얻는다.

이 연구에서는 Gabor 웨이브렛을 사용하였으며, 다음 식으로 정의된다.

$$\Psi(t) = \frac{1}{\sqrt[4]{\pi}}\frac{\sqrt{\omega_0}}{\gamma}\ e^{-\frac{(\omega_0/\gamma)^2}{2}t^2}\ e^{i\omega_0 t} \qquad (12)$$

여기서, ω_0와 γ는 양의 상수이며, 웨이브렛 함수는 발산하지 않고 일정 영역의 값을 가져야 하므로 다음의 허용조건을 만족하여야 한다.

$$\int_{-\infty}^{\infty}\frac{|\hat{\Psi}(\omega)|^2}{|\omega|}dw < \infty \qquad (13)$$

Gabor 함수는 이 조건을 정확하게 만족하지는 않지만 $\gamma = \pi\sqrt{2/\ln 2} = 5.336$일 때 근사적으로 만족한다. Gabor 함수의 퓨리에변환은 중심주파수가 $\omega = \omega_0$가 되고 본 연구에서는 $\omega_0 = 2\pi$로 두어 a 값을 파동의 주기와 같게 설정하였다. 창함수(window function) 식(12)는 가우시안(gaussian) 창함수를 씌운 복소수 사인 형태의 함수이다. Gabor 웨이브렛은 시간-주파수영역 면적이 Heisenberg Uncertainty의 원칙[8]에 의해 허용된 최소값이라는 최적분해능을 제공한다. 또한 선형위상을 가지므로, 신호의 분산특성이 변하지 않는다. 분산파 분석에 있어서 웨이브렛 변환을 사용할 수 있기 위해서는 분산성과 웨이브렛 상수와의 관계가 체계화되어야 한다. 중심주파수 ω와 군속도 c_g를 갖는 좁은 영역의 분산파를 고려한다. 거리 x를 이동하는 파가 주어졌을 때 식(11)과 (12)를 이용하여 계산된 Gabor 웨이브렛 변환의 최고진폭치는 다음과 같다.

$$a = \frac{w_0}{w}, \qquad b = \frac{x}{c_g} \qquad (14)$$

바꿔 말하면, 웨이브렛 변환의 최고치는 중심주파수 ω와 군속도 c_g를 가지는 파의 전달에 따른다.

(2) 웨이브렛 변환의 방법론

횡파속도 c_t=3.13 km/sec, 푸아송비 ν=0.34인 알루미늄판의 램파 분산곡선을 고려하여 판두

께가 0.5 mm이고 램파에 의해 이동된 거리가 10 cm라 할 때 군 지연시간(group delay)은 쉽게 계산되어진다. 간단히 말해서, 0~2 MHz의 주파수 영역에서의 첫 대칭모드(S_0)와 비대칭모드(A_0)에서만 고려한다. 더 나아가서 신호 $f(t)$에 대한 주파수응답 $F(\omega)$는 다음과 같이 주어진다.

$$F(w) = |F(w)|\, e^{i\phi(w)} \tag{15}$$

여기서, ϕ는 위상을 나타낸다. 신호의 군 지연시간(group delay) τ는 다음과 같이 정의된다.

$$\tau(w) = -\frac{d\phi(w)}{dw} \tag{16}$$

3. 실험장치 및 방법

3.1 실험 장치

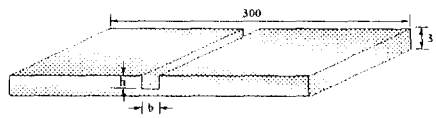
실험에 사용한 시험편은 200×300 mm, 두께가 3 mm인 알루미늄 박판이다. 인공결함은 Fig. 3과 같이 박판의 중앙부 외면에 폭 1 mm, 2 mm, 3 mm의 각각에 1 mm, 1.5 mm, 2 mm의 깊이로 슬릿홈을 가공하였다.

본 연구에서는 Krautkramer사의 직경 0.5 inch인 1 MHz 탐촉자 2개와 필요한 램파 모드를 발생시키기 위해 입사각 조절이 자유로운 가변각 웨지를 제작하였다. 반사신호의 증폭을 위하여 Ritec사의 RAM 10000 펄서/리시버를 사용하고, 전파시간(time-of-flight) 측정을 위해 오실로스코프에 연결하여 사용하였다.

3.2 실험방법

(1) 톤버스트 시스템

유도초음파를 발생시키기 위해서는 여러 가지 방법을 사용할 수 있으나, 모드를 선택하여 가진시키기 위해서는 주로 톤버스트 신호(tone burst signal)를 사용한다. 본 실험에서는 고출력 초음파발생기(RAM 10000)를 이용한 톤버스트 시스템(tone burst system)을 사용하였는데 이는 짧은 지속시간을 갖는 사인곡선의 신호를 유도초음파 탐촉자에 보내도록 되어져 있다. 이때 지속시간은 μs 단위로 조절이 가능하고, 진동수도 미세하게 조절이 가능하다. 컴퓨터에 연결된 이 톤버스



h(mm)	b(mm)
1	1, 2, 3
1.5	
2	

Fig. 3 Specimen type and dimension

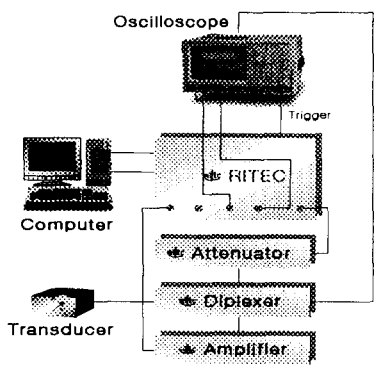


Fig. 4 Schematic diagram of the experimental set-up

트 시스템은 소동 미세조절과 함께 자동적인 주파수 스위핑(sweeping)을 하며 RF 데이터를 획득할 수 있다.

(2) 유도초음파의 분산선도

박판내 결함탐상에 이용된 램형 유도초음파는 주파수, 두께, 입사각도에 따라 그 속도 및 진행형태가 변화한다. 이러한 분산성을 이용하여 각 결함의 형태에 민감한 램파 모드를 가진시킴으로써 결함의 검출 및 형상분류를 가능하게 한다. 즉, 램파는 그 모드에 따라 다양한 방향으로의 입자운동을 가지므로, 결함의 형상, 위치, 놓인 방향에 적합한 입자운동을 가지는 모드를 가진시킴으로써 원하는 결함을 탐상할 수 있다.

정해진 판재의 두께와 특정 주파수의 탐촉자를 사용할 경우 스넬의 법칙(Snell's law)을 이용

하여 웨지의 입사각을 변화시켜줌으로써 원하는

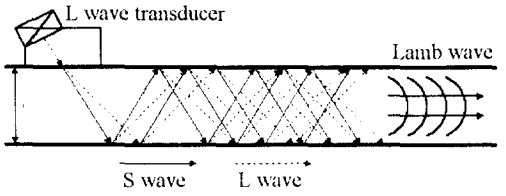


Fig. 5 Oblique incidence method for the generation of guided waves

속도의 램파 모드를 가진시켜줄 수 있다. 굴절각이 90° 인 것은, 박판 내·외벽으로부터 반사된, 여러 종파 및 횡파형 초음파의 상호간섭에 의해 램형 유도초음파가 발생되고, 이는 Fig. 5와 같이 박판의 내·외면에 평행하게 길이방향으로 진행하기 때문이다.

4. 실험결과 및 고찰

4.1 램파 모드의 평가

램파 모드의 평가에 있어서 중요한 문제는 에너지 손실을 최대한으로 줄여 탐촉자로부터 먼 거리에 있는 결함을 검출하는 것이다. 이렇게 초음파가 시험체를 진행하는 동안의 에너지 손실을 알아보기 위하여 먼저 시험체 한쪽 끝단으로부터 290 mm 떨어진 거리에 공칭주파수 1 MHz 탐촉자를 입사각 30° 의 가변각 웨지에 부착하여 A_1 모드를 발생시켜 USD 15 초음파탐상기를 사용하여 측정해 본 결과, 박판 끝단으로부터 인공결함을 포함한 반사신호가 나타났다. 시험체의 한쪽 끝단으로부터 반사된 신호는 강하고 날카롭게 나타났다. 이러한 신호들은 손가락에 접촉매질을 묻혀 박판위에서의 댐핑으로 확인되었다.

4.2 각 모드의 전달신호

전달측의 판재두께는 3 mm로 일정하고 깊이 변화 1, 1.5, 2 mm에 대하여 각각 반사신호와 전달신호를 오실로스코프로 확인하여 데이터를 획득하였다.

Fig. 6은 각각 슬릿홈을 가공한 시험체의 폭과 깊이 비에 대해서 모드별로 획득한 RF 신호를 나타내고 있다.

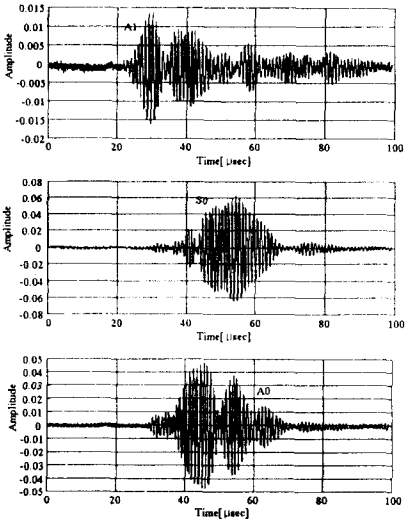


Fig. 6 Typical Lamb wave signal received in Aluminum plate

4.3 각 모드에 대한 전달신호의 웨이브렛 변환

웨이브렛 변환으로부터 펄스의 발생시각이 주파수마다 정해지면 각 모드의 초음파 전파속도를 주파수마다 선정하는 것이 가능하다. Fig. 7은 중심주파수 1 MHz의 탐촉자를 가변각 웨지를 사용하여 램파를 가진시켰을 때 A_1, S_0, A_0에서의 웨이브렛 변환을 나타내고 있다. 각각의 모드는 에코에 상당하는 봉우리로 나타나고 각각의 주파수에 대한 봉우리의 피크 시간이 에코펄스의 발생시각이 된다. 이와같이 하여 웨이브렛 변환 결과가 최대가 되는 (a, b)는 주파수 $f=1/a$일 때 파의 도달시간 $b=x/c_g$의 관계에서 각 주파수에서의 군속도는 두 탐촉자 사이의 거리를 도달시간차로 나누어 산정할 수 있다.

Fig. 7에서 시간축은 초음파의 전파시간, 주파수축은 주파수(log2로 산정)를 나타내고 종축은 웨이브렛 변환의 절대값을 각각 표시하고 있다.

4.4 군속도 측정

Fig. 8~10은 웨이브렛 변환에 의한 시간-주파수해석법의 유용성을 확인하기 위해 재료 내부를 전파하는 유도초음파의 전파거동을 각주파수 성분마다 해석한 결과를 나타내고 있다. 웨이브렛 변환을 이용하여 측정한 유도초음파의 군속도

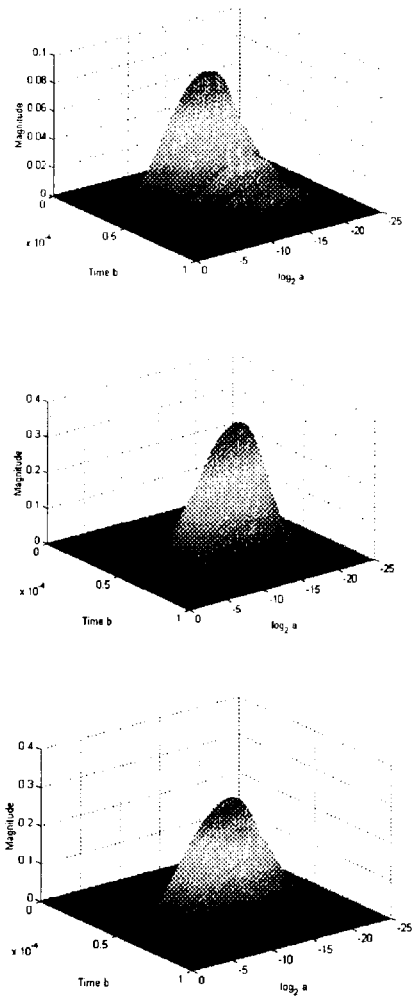


Fig. 7 Wavelet transform of Lamb wave signal

는 분산선도에서 시뮬레이션하여 얻은 군속도와 잘 일치하는 것을 알 수 있다.

5. 결론

유도초음파를 이용한 재료평가에 웨이브렛 신호처리 기술을 적용하고 그 유용성 유무를 실험적으로 검증한 결과는 다음과 같다.

1. 유도초음파의 분산선도에서 나타난 각종 모드의 분산특성을 해석한 결과 A_0 모드가 판재 시험체의 표면상태에 민감하지 않고 표면을 따라 진행하면서 에너지 손실이 가장 적은 유용한 모드

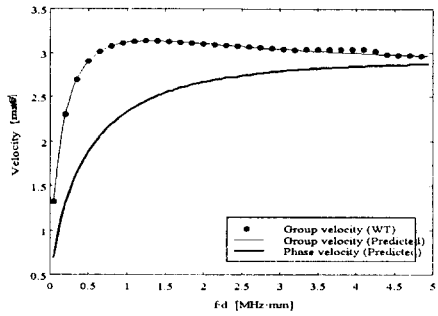


Fig. 8 Measured and predicted group velocity in A_0 mode

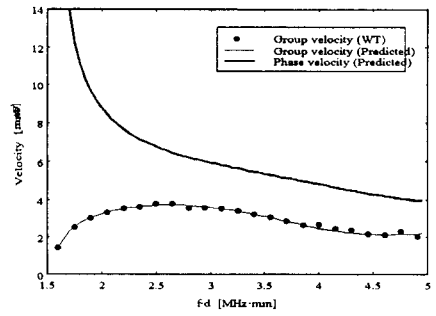


Fig. 9 Measured and predicted group velocity in A_1 mode

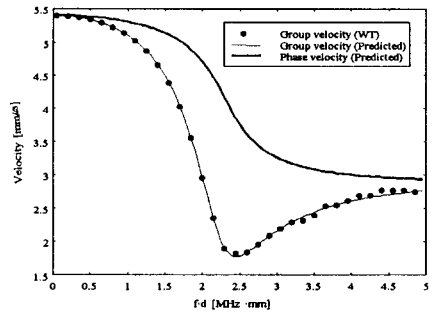


Fig. 10 Measured and predicted group velocity in S_0 mode

임을 실험적으로 검증하였다.

2. 램파를 이용한 알루미늄 박판 탐상의 검출능은 축방향의 탐촉자·결함거리(290 mm) 위치에 가공된 작은 결함(1×2 mm)도 검출이 가능하였다.

3. 웨이브렛 변환에 의한 시간-주파수해석을 이용하면 재료 내부를 전파하는 유도초음파의 전파거

능을 각주파수 성분마다 해석하는 것이 가능하고, 웨이브렛 변환을 이용하여 측정한 유도초음파의 군속도는 분산선도에서 시뮬레이션하여 얻은 군속도와 잘 일치하는 것을 알 수 있었다.

참고문헌

[1] "Numerical Simulation of Lamb Wave Ultrasonic Testing", JSME, Vol. 38, No. 9, pp. 75-82, 1998

[2] D. N. Alleyne, P. Cawley, "A 2-dimensional Fourier transform method for the quantitative measurement of Lamb modes", IEEE 1990 Ultrasonics Symposium Proceedings New York, IEEE, 1990 v.2, pp.1143-1146, 1990

[3] H. Lamb, "The Flexure of an Elastic Plate", Proceedings of London Mathematical Society, pp. 85-90, 1989

[4] D. C. Worlton, "Experimental confirmation of Lamb Waves at Megacycle Frequencies", The American Institute of Physics, Vol. 32, No. 6, pp. 967-971, 1961

[5] D. C. Gazis, "Three-Dimensional Investigation of the Propagation of Waves in Hollow Circular Cylinders 1. Analytical Foundation", The Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 31, No. 5, pp. 568-578, 1959

[6] W. J. Staszewski, S. G. Pierce, K. Worden, W. R. Philp, G. R. Tomlinson, B. Culshaw, "Wavelet signal processing for enhanced Lamb-wave defect detection in composite plates using optical fiber detection", Optical Engineering v. 36, n. 7, pp. 1877-1888, 1997

[7] A. Abbate, J. Frankel. and P. Das., "Wavelet transform signal processing for dispersion analysis of ultrasonic signals". Proc. of IEEE Ultrason. Symp, 1995

[8] M. I. Krichevsky, Parklawn Drive, Rockville, "Heisenberg's uncertainty principle in biodiversity : Is what you see what you understand?", 14th international codata conference, pp. 18-22, 1994.9