

# 지능재료가 부착된 외팔보의 진동모형에 관한 연구 Studies on the vibration mode of the cantilevered beam with Piezoelectric Element

차진훈<sup>1</sup> · 윤신일<sup>1</sup> · 한상보<sup>2</sup>

1 경남대학교 대학원(TEL: 0551-241-1833; FAX:0551-249-2617)

2 경남대학교 기계자동화공학부(TEL: 0551-249-2623; FAX:0551-249-2617)

### Abstract

It is the first step to establish the exact vibration model of the structure when constructing the smart structure with desired vibration scheme. In this paper, vibration model of beam with piezoelectric element bonded on the surface is presented by considering the thickness effect of the bond layer. In contrast to the previous papers which neglect the effect of bond layer, the presented vibration model considers the effect of bond layer assuming the perfect bond condition. The perfect bond condition is tested by comparing the controllability of beams with three types of bond layer. An optimal vibration control of the beam can be performed when there exists perfect-bond condition between the piezoelectric element and the main structure.

### 기호설명

- |                       |                      |
|-----------------------|----------------------|
| $C$ : 일반화 감쇠계수        | $E$ : Young 윌        |
| $K$ : 일반화 강성          | $M$ : 일반화 질량         |
| $T$ : 계의 운동에너지        | $V$ : 계의 위치에너지       |
| $d_{31}$ : PZT의 전하 상수 | $l$ : 보의 길이          |
| $q$ : 일반화 변위 좌표       | $u$ : 인가 전압          |
| $\epsilon$ : 변형도      | $\varphi$ : 진동 모드 함수 |

### 1. 서론

기계 및 구조물의 소음 및 진동 수준을 절감하기 위한 방법 중 기계 구조물이 외부 환경 변화를 감지하고 이에 적절히 반응하도록 하여 구조물의 안정성 및 신뢰성을 확보하고자 하는 능동 제어로 대표되는 진동제어 관한 연구가 활발히 진행되고 있다. 이러한 기능을 갖는 구조물을 지능 구조물이라고 하는데, 이러한 지능 구조물이

능동진동을 수행하기 위해서는 실제로 적용할 수 감지기 및 작동기의 개발이 필수적이다. 최근 공학 분야에서의 재료기술의 발달에 힘입어 능동제어에 효과적으로 이용될 수 있는 기능성 재료들이 많이 등장하고 있으며 그 중 PZT계열의 압전 재료들은 높은 구조 강도, 뛰어난 선형성, 상온에서의 불변성, 적용의 용이함과 같은 장점으로 진동제어에 사용되는 감지기 및 작동기로서 널리 이용되어 지고 있다.

지능 구조물에 대한 최적의 진동 제어를 위해서는 제어대상 구조물의 거동과 일치하는 신호를 감지하는 감지기, 제어신호를 구조물에 정확히 전달할 수 있는 작동기의 채택이 중요하다 할 수 있다.

일반적으로 이러한 감지기 및 작동기를 구조물과 결합시키는 방법은 고분자 복합재료와 같이 감지기와 작동기를 하나의 적층판으로 이식시키든지, 제어 대상 구조물에 감지기 및 작동기를 접착제를 이용하여 구조물의 표면에 부착하는 방법<sup>(1)(2)(4)</sup>이 있다. 이 방법은 구조물의 재질에 구애받지 않기 때문에 적용 범위가 훨씬 넓다.

제어 대상 구조물의 표면에 기능성 소재들을 부착하기 위해 접착제가 사용되어지는데, 이러한 구조물에 대한 진동 모형 설정에 있어서는 접착제의 특성이 적절하게 고려되어야 한다. 이렇게 접착제 층의 효과를 적용하여 진동 모형을 설정한 연구들에는 접착제 층에서는 1차원 전단 변형만이 가능하다고 가정하고, 구조물/접착제층/기능성소재로 구성되는 적층판의 응력-변형도 관계식을 고려한 Crawley<sup>(2)</sup>등의 연구와 기능성 소재들의 두께가 제어 대상 구조물의 두께에 비해 상

대적으로 작은 경우 접착제 층은 완전 결합을 제공해 주며 기능성 소재들의 내부 응력분포는 두께방향으로 균일 하다고 가정한 Kwak<sup>(3)</sup>등의 연구들이 있다.

본 연구에서는 접착제층을 고려하여 진동 모형을 설정함에 있어서 제어대상 구조물과 기능성 소재와의 완전 결합을 가정하였으며, 이러한 완전 결합을 보장해 줄 수 있는 접착제를 개발하고 개발된 접착제를 사용한 지능형 보의 진동제어에 대한 검증 실험을 수행하여 제시된 진동 모형의 타당성을 입증하였다.

## 2. 진동 모형 설정

### 2.1 PZT와 접착제층을 고려한 진동 모형

제어대상 구조물/접착제층/PZT로 이루어진 복합구조물의 진동 모형 설정에 있어서 접착제층이 1차원 변형만을 한다는 기존의 진동 모형 설정에 반하여, 본 연구에서는 접착제층의 물성이 적극적으로 고려되는 복합구조물의 진동 모형의 설정을 위해 제어 대상 구조물과 PZT가 변위 적합성을 유지하는 완전 결합의 상태로 변형한다고 보고 제어대상 구조물/접착제층/PZT가 굽힘 곡률이 일치하도록 변형한다고 가정하였다. 이러한 가정하에서는 제어대상 구조물/접착제층/PZT로 이루어진 복합적층 내의 임의점의 변형도는 식(1)과 같이 주어진다.

$$\varepsilon = y \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \quad (1)$$

여기서,

$y$ 는 N.A으로 부터의 거리

$v$ 는 구조물의 진동 변위

$x$ 는 길이방향 좌표를 나타낸다.

PZT가 부착된 보의 운동방정식을 도출하기 위하여 식(2)로 표현되는 Hamilton의 원리와 복합보의 횡방향 진동변위에 대하여 단일 모드  $v = \varphi q$  만을 고려한 Assumed mode method를 적용하였다.

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (T - V) dt + \int_{t_1}^{t_2} \delta W_{nc} dt = 0 \quad (2)$$

보/접착제층/PZT로 단면이 구성된 복합구조물의 운동에너지는 식(3), (4), (5)와 같이 나타난다.

$$T_s = \frac{1}{2} \int_0^l m_s \dot{v}^2 dx \quad (3)$$

$$T_b = \frac{1}{2} \int_{\xi_1}^{\xi_2} m_b \dot{v}^2 dx \quad (4)$$

$$T_p = \frac{1}{2} \int_{\xi_1}^{\xi_2} m_p \dot{v}^2 dx \quad (5)$$

또한, 변형에 의한 보와 접착제층의 위치 에너지는 식(6), (7)과 같이 나타난다.

$$V_s = \frac{1}{2} E_s I_s \int_0^l \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (6)$$

$$V_b = \frac{1}{2} E_b I_b \int_{\xi_1}^{\xi_2} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (7)$$

여기서,

$I_p$ 는 중립축에 대한 접착제층만의 단면2차모멘트를 나타낸다.

한편, PZT층에서의 변형도와 곡률 사이의 관계식이 보와는 달리 표현되어지며, PZT층의 탄성에너지는 식(8)과 같이 주어진다.

$$V_p = \frac{1}{2} E_p \int_V (\varepsilon_p)^2 dV = \frac{1}{2} E_p \int_{h_1}^{h_2} \int_{\xi_1}^{\xi_2} \varepsilon_p^2 dA dx \quad (8)$$

식(8)에서,  $\varepsilon_p = (y \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \frac{d_{31}}{t_p} u_i)$ 이며,  $d_{31}$ 은 PZT의 전하 상수,  $u_i$ 는 PZT에 인가된 전압을 나타낸다.

변형의 항을 정리하여 PZT판의 위치에너지를 나타내어 보면 식(9)와 같이 되어진다.

$$\begin{aligned} V_p = & \frac{1}{2} E_p \left[ \int_{h_1}^{h_2} y^2 dA \int_{\xi_1}^{\xi_2} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right)^2 dx \right. \\ & - 2 \frac{d_{31}}{t_p} u_i \int_{h_1}^{h_2} y dA \int_{\xi_1}^{\xi_2} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) dx \\ & \left. + \left( \frac{d_{31}}{t_p} u_i \right)^2 t_p l_p w_p \right] \quad (9) \end{aligned}$$

식(9)에서 Bimorph형으로 부착된 PZT의 영향을 고려하기 위해서 단면 1차 모멘트를 고려해 주어야 하는데, 이것은 유한한 두께를 가진 접착제층이 고려된다면 부착된 PZT의 강성 효과가 보의 진동 특성에 많은 영향이 기여된다는 것을 알 수

있다. 그러므로, PZT의 탄성에너지는 식(10)과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned}
 V_p &= \frac{1}{2} E_p I_p \int_{\xi_1}^{\xi_2} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right)^2 dx \\
 &\quad - \frac{E_p}{2} 2 d_{31} u_i w_p \overline{y_p} \int_{\xi_1}^{\xi_2} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) dx \\
 &\quad + \frac{1}{2} E_p \left( \frac{d_{31}}{t_p} u_i \right)^2 t_p l_p w_p \\
 &= \left\{ \frac{1}{2} E_p I_p \int_{\xi_1}^{\xi_2} \left( \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \right)^2 dx \right\} q^2 \\
 &\quad - \left\{ \frac{E_p}{2} 2 d_{31} u_i w_p \overline{y_p} \int_{\xi_1}^{\xi_2} \left( \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \right) dx \right\} q \\
 &\quad + \frac{1}{2} E_p \left( \frac{d_{31}}{t_p} u_i \right)^2 t_p l_p w_p
 \end{aligned} \tag{10}$$

식(10)에서,  $\overline{y_p}$ 는 중립축으로부터의 PZT 단면의 도심까지의 거리,  $l_p$ 는 PZT판의 길이,  $w_p$ 는 PZT판의 폭을 나타낸다.

여기서, PZT 자체의 감쇠성분은 무시할 수 있다고 가정하면, 보와 접착제층의 감쇠성분에 의한 가상일은 식(11)과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned}
 \delta W_{nc} &= - \int_0^l C_s \delta v dx - \int_{\xi_1}^{\xi_2} C_b \delta v dx \\
 &= \left\{ - \overline{C} \int_0^l \varphi^2 dx \right\} \dot{q} - \left\{ \overline{C}_b \int_{\xi_1}^{\xi_2} \varphi^2 dx \right\} \dot{q}
 \end{aligned} \tag{11}$$

식(11)을 바탕으로 해서 PZT가 부착된 복합구조물인 외팔보의 운동방정식은 식(12)와 같이 표현되어진다.

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + Kq = Au_i \tag{12}$$

여기서,  $M$ 은 일반화 질량,  $C$ 는 일반화 감쇠계수,  $K$ 는 일반화 강성을 나타내며,  $u_i$ 는 인가된 전압을 나타낸다.

### 3. 복합구조물의 제조 및 제어기 설계

#### 3.1 복합구조물 제조

##### 3.1.1 접착제 제조

본 연구에서 PZT를 구조물에 접착시키기 위한 계면 접착제는 국도화학의 YD-128이라는 상품명인 bisphenol-A의 diglycidylether가 기저 물질로 되어 있는 polyoxypropylenediamine인 Jeffamine D400

과 D2000을 경화제로 하여 제조하였다. 에폭시 수지와 경화제의 양을 적절히 조절함으로써 다양한 기계적 특성을 갖는 계면접착제를 만들 수 있는데 그 중 대표적인 3 종류의 계면접착제 즉, 시중에서 구할 수 있는 순간 접착제를 사용한 것 (Type A), D400만 3g사용한 것 (Type B), D400 : D2000이 2.5g : 0.5g의 비율로 사용한 것 (Type C) 등을 대상으로 실험을 하였다.

##### 3.1.2 복합구조물의 제조

제시한 진동 모형에 적합한 복합구조물을 구성을 위해 유리 섬유 복합재료 (300×30×1.54mm)로 제작된 3개의 외팔보에 3가지 종류의 접착제를 이용하여 PZT를 부착하였다.

작동기의 구성은 Bimorph 형으로 2개의 작동기를 보의 고정단 쪽에 부착하였으며, 감지기는 작동기와 5mm 떨어진 곳에 1개의 PZT를 부착하였다. 또한 감지기 및 작동기의 신호 검출을 위해 copper tape를 이용하였고, 보다나온 전도성을 부여하기 위해 silver paste를 사용하였다.

Table 1은 감지기 및 작동기로 사용된 PZT의 물성치를 보여주고 있다.

Table. 1 Material properties for Navy Type PZT used as sensors and actuators

Description	Units	Values
Lateral Strain Coefficient	m/V	1.8e-10
Young's Modulus	Pascal	6.30e10
Shear Modulus	Pascal	2.34e10
Poisson's Ratio		0.35

##### 3.1.3 제어기 설계

진동하는 구조물의 진동 저감을 위한 제어기법에는 다양한 제어 기법들이 연구되고 있으며, 지능구조물에 대한 실질적인 제어를 위해서는 제어기가 단순할수록 좋고 설치가 쉬우며 시스템의 변화에 대처할 수 있는 견실성이 보장되어야 한다.

본 연구에 적용한 PPF제어기법은 간단한 전자소자인 Op-Amp를 이용하여 2차 저역 필터로 표현되어지는 Analog제어기를 설계하였다. 3개의 복합구조물의 1차 모드만을 제어하기 위해 각각의 제어기를 독립적으로 설계하여 실험을 행하였다.

이것은 PPF 제어 기법의 적용시 감지기 및 작동기의 이득은 일반적으로 일정한 상수값으로 취급되는데, 실제 실험에서의 적용에 있어서는 상당한 차이가 있을 수 있다. 그러므로, 이득값의 선정이 중요하다. 본 논문에서는 단위 충격 함수 형태의 입력을 이용하여 PPF 제어 기법을 적용하였으며, 선정된 이득값으로 시스템의 진동 특성을 알아보았다. Fig. 1은 PPF 제어 기법을 적용하여 폐회로 제어계의 블록선도를 구성한 것이다.

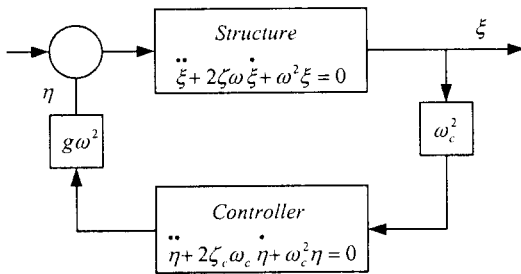


Fig. 1 Block diagram of PPF control system

#### 4. 실험장치 및 방법

##### 4.1 실험 장치

제시된 진동 모형의 타당성 검증을 위해 3개의 외팔보에 대하여 실험을 수행하였는데, 감지기 및 작동기의 신호는 Dual Channel FFT 분석기와 Multi Channel FFT 분석기를 사용하였고, PPF 제어기를 통한 진동 특성 파악을 수행하였다. Fig. 2는 실험의 전체적인 개략도를 보여 주고 있다.

##### 4.2 실험 방법

동일한 형태의 보와 동일한 규격의 PZT를 서로 다른 3가지의 접착제를 사용하여 결합시킨 이 복합구조물인 보를 대상으로하여 동일한 제어기를 적용하여 진동 제어 특성 파악을 살펴보았다. 이것은 접착제층의 특성에 따른 진동 제어 특성을 살펴보기 위함이다.

복합 구조물의 진동 제어 특성 파악을 위해 정하중을 준 상태에서 그 하중을 갑자기 제거시키는 이른바 Sudden Release 방법을 사용하여 단위 충격함수 형태의 입력에 대한 구조물의 진동 제어 결과를 파악하였다.

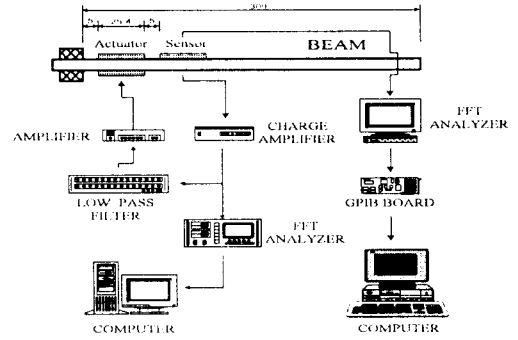


Fig. 2 Dimensions and layout of the test beams and controllers

#### 5. 실험결과 및 고찰

##### 5.1 실험결과

제시한 3가지 종류의 접착제의 특성에 의한 진동 제어 특성파악을 위해 동일한 조건에서 실험을 수행하였다. Sudden Release의 방법에 의해 실험을 수행하여 단위충격함수 입력에 대한 응답을 time 영역에서 비교해보았다.

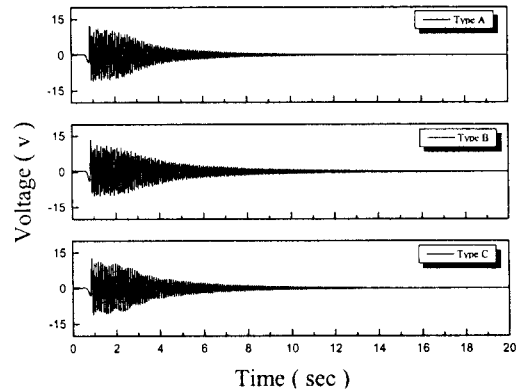


Fig. 3 Time response of beams with different type of bond layer with open loop.

Fig. 3은 open loop에서의 응답을 보여주고 있으며, Fig. 4는 closed loop의 응답을 보여주고 있다. Fig. 3에서 알 수 있듯이 open loop의 그래프에서는 그 효과가 아주 미미한 것을 알 수 있으나, closed loop의 경우에는 응답속도에 어느 정도 기여함을 알 수 있다.

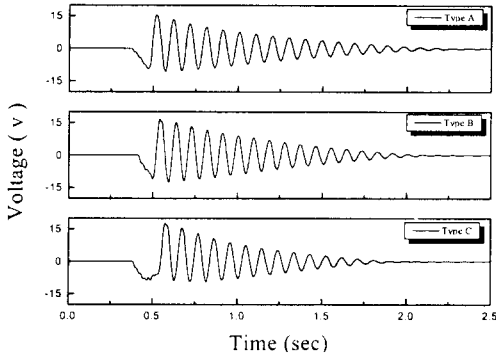


Fig. 4 Time response of beams with different type of bond layer with closed loop.

Closed loop의 경우 각 peak점의 연장곡선의 기울기는 감쇠비( $\zeta$ )에 변화에 의한 것인데 접착제 C가 가장 큰 것을 알 수 있다. 접착제 A, B의 경우에는 구조물과 PZT사이의 결합이 상대적으로 떨어지는 것을 알 수 있는데 이것은 복합구조물의 굽힘이 각 층이 동일한 곡률을 가지고 굽힘운동을 하지 않는다는 것으로 해석 할 수 있다.

실험의 결과에 의하면 접착제 C의 경우가 응답속도가 가장 빠른 것을 알 수 있다. 이것은 접착제 C가 제어대상구조물/접착제층/PZT사이의 완전결합을 상대적으로 보장한다고 할 수 있다.

Fig. 5는 접착제 층의 두께 변화에 지능형 보의 진동 특성치들의 변화량을 나타낸다. Fig. 5에 의하면 접착제층의 두께가 질량에 증대에 기여하는 크기는 예상대로 그 효과가 경미하나 강성의 증대에 미치는 영향은 상당하다는 것을 나타내고 있다.

특히 접착제층의 두께가 커질수록 접착제층 자체의 강성 기여분은 무시할 수 있으나 PZT 요소들의 강성 기여분은 상당히 커진다는 것을 알 수 있는데, 이는 본 연구에서 제시한 모형대로 접착제층이 제어 대상 구조물과 PZT 사이에 완전 결합상태를 보장할 경우 PZT 요소의 위치가 보의 중립축으로부터 멀어지고, 따라서 단면2차모멘트의 값이 커지게되기 때문이다.

그러나, 현실적으로 접착제층이 일정한 값 이상의 두께를 가질 경우 비록 완전 결합상태는 유지한다고 하더라도 접착제층 자체의 변형 거동이

전단효과를 무시할 수 있을 정도로 적다는 것이 보장되지 않는다. 따라서 이 경우에는 전단변형의 영향을 고려하는 모형을 적용하는 것이 타당하리라 생각된다.

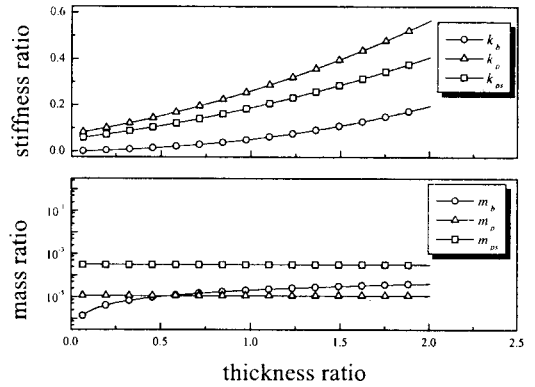


Fig. 5 Mass and stiffness ratios of each element of the sensors and actuators and bond layer to the mass and stiffness of the original beam with different thickness of the bond layer.

## 6. 결론

본 연구의 가장 큰 목적은 주 구조물과 주 구조물에 부착되는 압전재료와의 변형거동이 일치될 수 있도록 완전 접착상태를 보장해 주는 계면 접착제의 개발에 있다. 본 연구에서 사용된 3가지 계면접착제를 이용하여 압전재료를 주 구조물과 결합시킨 후 미소 변위라고 볼 수 없을 정도의 과도한 크기의 곡률로 정적 굽힘을 준 복합구조물의 단면 사진이 Fig. 6에 있다. Fig. 6에 주어진 단면을 제공하는 보들은 모두 곡률이

$$\kappa = \frac{1}{\rho} = \frac{1}{0.2975} = 3.3613 \text{ 이 되도록 하였을}$$

경우의 단면인데 계면접착제 A와 B를 사용한 보의 계면에서 파단이 일어난 것을 알 수 있다. 본 연구에서 개발한 계면접착제 C를 사용한 경우 곡률이 상당히 큰 값을 가짐에도 불구하고 계면 접착층의 변형 상태는 주 구조물 그리고 압전재료의 변형 상태와 동일하다는 것을 보여주고 있다. 이 사진이 보여주는 변형상태는 이상적인 계면접착제를 사용할 경우 구조물-계면접착층-압전

재료로 이루어진 복합층이 동일한 곡률의 굽힘 변형을 한다고 가정한 모형의 타당성을 보장해 주고 있다는 것을 나타낸다.

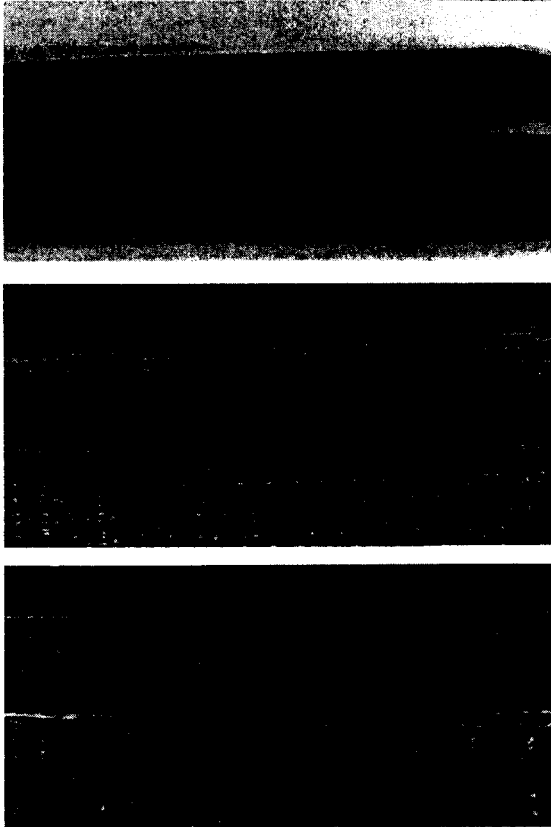


Fig. 6 Microscopic pictures of the section of the beam-bond layer-PZT structure in bending with excessive curvature. ( $\kappa = \frac{1}{\rho} = 3.3613$ )

또한 지능 구조물의 제작에 있어서 다양한 기능성 소재들이 감지기 및 작동기로 사용 되었는데, 이러한 기능성 소재들과 제어 대상 구조물 간의 완전 결합 상태 보장하는 것은 중요한 문제 중의 하나이다.

접착제층을 고려한 진동 모형을 제시하고 이에 대한 진동 제어 특성 파악을 실험으로 검증해 보았다. 지능 구조물의 제작에 있어서 기능성 소재의 부착은 일반적으로 최대 변형률이 발생하는 곳에 부착을 하는데, 이것은 기능성 소재가 제어 대상 구조물의 강성을 증대시키는 효과를 주게

된다.

그러나, 접착제 층이 제어대상 구조물에 비해 상대적으로 두께가 작은 경우에는 그 영향이 미미하다고 볼 수 있다. 하지만 두께가 상대적으로 커지면 제시된 진동 모형에서 알 수 있듯이, 제어 대상 구조물의 진동 특성에 큰 변화를 초래하므로 진동 특성 파악에서 주의를 해야 한다. 복합 구조물에서의 완전 결합 상태를 보장하기 위해서 본 연구에서 제조된 접착제 C가 제어 대상 구조물과 기능성 소재간의 접착력을 최대로 보장하며, 또한 지능 구조물의 제작 시 진동 특성을 정확하게 할 수 있다는 것을 알 수 있었다.

#### 참 고 문 헌

- [1] Huang, S. C., Inman, D. J., and Austin, E. M., 1996, "Smart Viscoelastic Damping Treatment," Proceeding of IMAC 14, pp.39~43.
- [2] Crawly E. F. and Luis de Javier, 1987, "Use of Piezoelectric Actuators as Element of Intelligent Structures," AIAA Journal, Vol. 25 pp.1373~1385.
- [3] Kwak, M. K., and Sciulli, D., 1996, "Puzzy-Logic Based Vibration Suppression Control Experiments on Active Structures," Journal of Sound and Vibration, Vol. 191, pp.15~28.
- [4] Akella, P., Chen, X., Cheng, W., Hughes, D., and Wen, J. T., 1994, "Modeling and Control of Smart Structures with Bonded Piezoelectric Sensors and Actuators," Smart Mater. Struct., Vol. 3, pp.344~353.
- [5] Crawly E. F. and Anderson E. H., "Detailed Models of Piezoceramic Actuation of Beams, 1990, J. Intell. Mater. Syst. Struct. Vol. 1, pp.5~25.
- [6] 강영규, 박현철, 황운봉, 한경섭, 1995, "압전 세라믹 감지기/작동기가 부착된 복합적층보의 모드감쇠 해석," 대한기계학회 95년도 추계학술대회논문집, pp.407~411
- [7] Nakra.B.C., 1998, "Vibration Control in Machines and Structures Using Viscoelastic Damping," Journal of Sound and Vibration, Vol. 211, pp.449~465.
- [8] Baz, A., 1998, "Robust Control of Active Constrained Layer Damping," Journal of Sound and Vibration, Vol. 211 pp.467~480.