

## 최대 토크 해석 방정식에 의한 SRM의 구동

차현록\*, 서종윤\*, 김광현\*, 임영철\*, 장도현\*\*

\*전남대학교 전기공학과 및 HECS, \*\*호서대학교 전기공학과

### The Operation of SRM through mathematical equations from the maximum torque

\*Hyun-Rok Cha, \*Jong-Yun Seo, \*Gwang-Heon Kim, \*Young-Cheol Lim, \*\*Do-Hyun Jang

\*Chonnam national university, Dept. of electrical engineering and RRC/HECS

\*\*Hoseo university, Dept. of electrical engineering

#### ABSTRACT

This paper presents the switching angle and voltage for maximizing torque of 4-phase 6-poles SRM. The switching angle and voltage was determined through the approximated analysis and computer simulation by using SIMULINK<sup>®</sup> according to the speed and torque required by load. but we use new analytic equation from maximum torque characteristic. And then one-chip micro-controller controls the switching angle and voltage of an asymmetrical inverter in the SRM driver. Also, we expects that this method reduce micro-controller load and realize approximated real time control

#### 1.서론

SRM은 인버터 구동 유도전동기에 필적하는 전동기로서 구조가 간단하고 효율, 단위체적 당 토크 및 인버터 용량들에서 보다 개선된 특성을 나타내고 있다. 그러나 기존의 SRM은 인덕턴스의 포화로 전류와 위치에 따른 인덕턴스의 비선형성 때문에 제어에 큰 어려움을 가지고 있었다.<sup>[1]</sup> 더구나 구조적 특징 때문에 큰 소음을 발생하는 단점을 지니고 있다.<sup>[2]</sup> 따라서 SRM의 특성을 해석적인 부분 뿐만 아니라 수학적 모델링을 통한 특성예측이 필요로 되어 지고 있다. 본 논문에서는 SRM을 시뮬링크를 통한 수학적 해석을 통해서 최대토크를 내는 스위칭각과 전압과의 상 관계에 대해서 해석하고 그 결과를 이용하여 최대토크 운전을 구현하고자 하였다. 기존의 시뮬레이션을 이용한 최대토크는 시뮬레이션 데이터를 ROM Table 방식을 이용하여 위치신호와, 전류 신호를 입력으로 받아서 원하는 토크와, 속도에 맞는 전압과; 스위칭각을 출

력하는 방식 이였으나, 본 논문에서는 시뮬레이션 결과를 속도와 토크 그리고 전압과 스위칭각의 관계를 수식화 하여 각각의 운전제어에 적용함으로써 마이크로 프로세서의 처리 부담을 줄이고 고속의 실 시간적인 제어를 가능하게 하였다.

#### 2. SRM의 모델링 및 시뮬레이션

##### 2.1 SRM의 수학적 모델링

SRM의 전압방정식과 쇄교 자속의 미분식은 각각 식(1)과 (2)와 같다.

$$V = r \cdot i + \frac{d\lambda(\theta, i)}{dt} \quad (1)$$

여기서, V : DC 링크 전압

$\lambda$  : 쇄교 자속

r : 상의 권선 저항

i : 상전류

식 1의 두 번째 항인 자속 쇄교에 관한 미분항을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{d\lambda(\theta, i)}{dt} = i \frac{d\theta}{dt} \frac{dL(i)}{d\theta} + L(\theta) \frac{di}{dt} \quad (2)$$

여기서,  $L(\theta, i)$  : 자기 인덕턴스

전동기 속도가 일정하다고 가정하여 식2의  $\frac{d\theta}{dt}$

를 상수인  $w$  로 들 때 식 2는

$$V = r i + w \frac{dL(\theta, i)}{d\theta} i + L(\theta) i \frac{di}{dt} \quad (3)$$

와 같이 된다. 식(3)을 전기적 순시 입력으로 나타내면 다음과 같이 쓸수있다. <sup>[3][4]</sup>

$$Vi = r i^2 + w \frac{dL(\theta, i)}{d\theta} i^2 + L(\theta) i^2 \frac{di}{dt} \quad (4)$$

식(4)의 각항은 저항에서 발생하는 손실과 자계에 저장된 에너지의 미분값과 기계적 출력의 항으로 구분될 수 있다.

일반적으로 발생토크는 co-energy개념에서 유도

할 수 있다. co-energy는 자기포화를 무시하는 경우에 식(5)와 같다.

$$W_c(\theta, i) = \int_0^i L(\theta) idt = \frac{1}{2} L(\theta) i^2 \quad (5)$$

발생토크는 co-energy를 위치각  $\theta$ 로 미분한 값으로 식(6)과 같다.

$$T = \frac{\partial W_c(i, \theta)}{\partial \theta} \quad (6)$$

식(5)를 식(6)에 대입하여 계산하면 SRM의 발생토크는 식(7)와 같다.

$$T_{out} = \frac{1}{2} i_a^2 \frac{dL(\theta)}{d\theta} + \frac{1}{2} i_b^2 \frac{dL(\theta-15^\circ)}{d\theta} + \frac{1}{2} i_c^2 \frac{dL(\theta-30^\circ)}{d\theta} + \frac{1}{2} i_d^2 \frac{dL(\theta-45^\circ)}{d\theta} \quad (7)$$

여기서,  $i_a, i_b, i_c, i_d$ ; 각상의 전류

SRM의 운동 방정식은 식 8와 같다.<sup>[5]</sup>

$$T_M = \frac{dw(t)}{dt} J_m + B_m \omega_m(t) + T_l + T_f \quad (8)$$

여기서,  $J_m$ : 전동기 관성 모멘트,

$B_m$ : 전동기 점성 마찰계수,

$T_l$ : 부하토크

식(3)~(8)를 이용하여 MATLAB SIMULINK<sup>®</sup>을 통하여 8/6 SRM을 시뮬레이션 한다. 최대토크는 주어진 운동방정식과 토크식에서 구할 수 있었다. 초기 전압, 스위칭각을 초기 상수 값으로 주면 운동방정식에서 회전자의 위치와 속도를 구할 수 있고, 이에 따라서 출력되는 인덕턴스 값을 참조하여 토크값을 구할 수 있었다. 토크값으로 부터 최대토크 및 최소토크리플이 발생하는 전압 및 스위칭각을 구할수 있었다.

## 2.2 인덕턴스 프로파일

SRM의 비선형적인 특성을 고려하기 위해 실험용으로 사용한 Prototype의 S전자의 SRM 설계치수를 이용하여 FLUX2D로 구한 인덕턴스 프로파일은 그림 1과 같다. 최소 인덕턴스의 값이 거의 같지만 최대인덕턴스 구간에서는 정격전류 5A의 범위내에서 전류의 크기에 따라 12.1~22.6mH로 포화영역이 나타난다.

실험에 사용한 전동기 정수를 표1에 나타내었다.

표 1. 실험용 전동기 정수

Table 1 Tested SRM parameter

고정자극수	8 [개]	고정자 극호각	14 [deg]
회전자극수	6 [개]	회전자 극호각	15 [deg]
전압	180 [V]	최대인덕턴스	25 [mH]
전류	5 [A]	최소인덕턴스	4 [mH]
출력	1/3 [HP]	정격 속도	3500 [rpm]

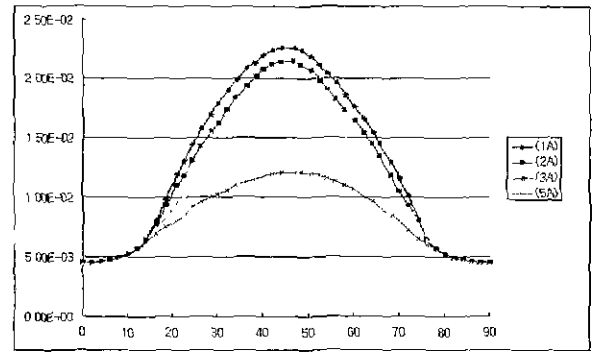


그림 1 FEM으로 구한 8/6 SRM의 인덕턴스 프로파일  
Fig. 1 Inductance profile calculated by FEM of 8/6 SRM.

## 3. 시뮬레이션 결과 및 검토

### 3.1 최대토크 곡선

그림 3은 스위칭각 대 최대토크의 값을 도식한 그림이다. 이 값들은 다음과 같은 방법에 의해서 구하여 질 수 있었다. 어떤 일정속도와 전압에서 턴온각과 턴오프각을 변화시키며 반복적인 방법으로 최대토크값을 갖는 스위칭각을 찾는다. 다음으로 전압을 가변하고 위의 방법을 반복한다. 마지막으로 속도를 가변하고 위의 두 과정을 다시 반복한다. 그 결과 이들 점들이 만드는 곡선이 그림 4이다. 그림3에서 각각의 값들이 발생시키는 턴온/오프각은 전압에 거의 관계없이 일정하며, 다만 최대토크의 크기는 자체 전압에 크게 관계함을 알 수 있다. 즉 식(5)와 그림3에서 부하토크가 일정할 때 속도제어는 스위칭각에 의해서 그리고 속도가 일정할 때 부하토크에 대응하는 발생토크는 전압의 크기에 의해서 독립적으로 제어할 수 있으므로 일정 속도값에 따라서 최대토크를 발생하는 턴온/오프각이 결정되도록 하고 부하토크 즉 전류의 변화에 따라 전압의 크기가 결정될 수 있도록 하면 최대토크로 제어 될 수 있다.

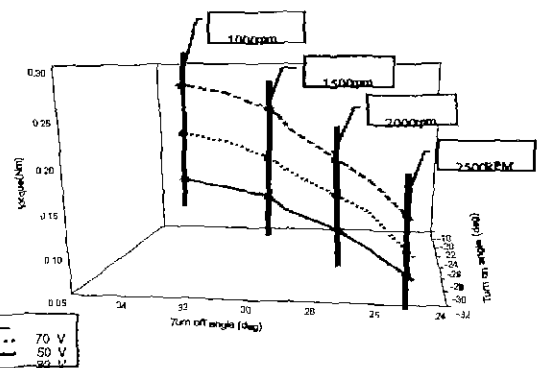


그림 2 최대토크 곡선  
Fig. 2 Maximum torque curve

### 3.2 최대토크 곡선의 수식화

시뮬레이션의 결과를 최대토크를 중심으로 놓고 함수로 표현 한다면 다음과 같이 쓸 수가 있다.

$$\theta_{SA} = f(\omega) \quad (9)$$

$$T_{max} = \theta_{SA}(V) \quad (10)$$

$$T_{max} = G(\theta_{on}, \theta_{off}, V, \omega) \quad (11)$$

여기서,  $\theta_{SA}$ : 스위칭각(턴온/오프각)

$T_{max}$ : 최대토크값 함수

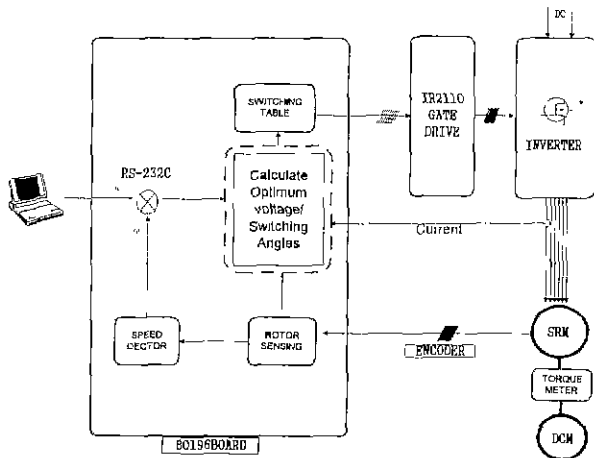
$V$ : 전압,  $\omega$ : 속도

위의 함수는 시뮬레이션 결과를 통해서 찾아진 데이터 값을 회귀분석법을 이용하여 값들이 이루는 가장 근접한 함수를 찾아서 표현한 것이다. 수식화할 경우 data 형태의 look up table 방식으로 제어 할 경우 보다 프로세서에 부담을 덜주게 되고 data로 갖고 있지 않는 미지의 부분까지도 포함할수 있게 되므로 제어의 실시간 근접화나 진보된 제어에 보다 깊게 응용될 수 있을 것이다.

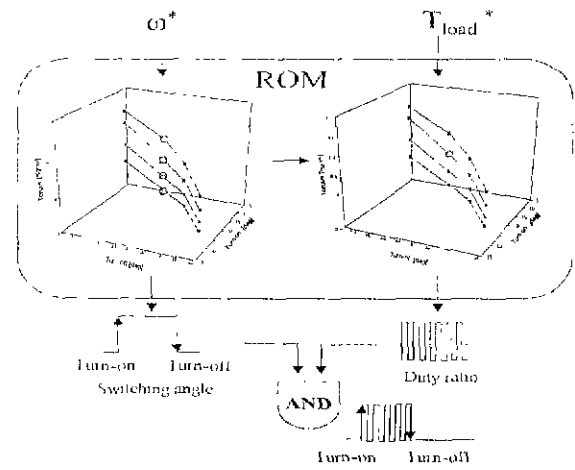
## 4. 실험장치의 구성 및 실험결과의 검토

### 4.1 시스템의 구성

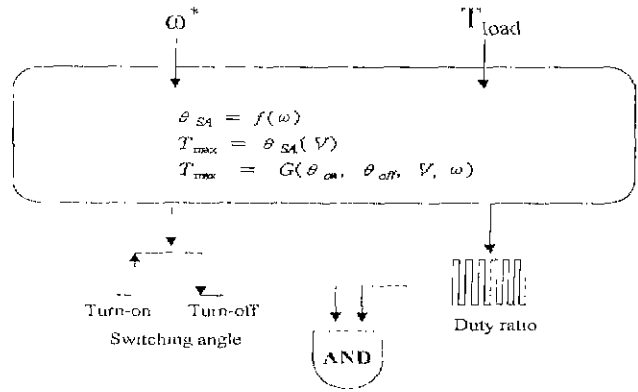
SRM의 최대토크에 대한 시뮬레이션을 통해 얻은 SRM 운전특성을 검증하기 위해 그림 4(a)와 같이 하드웨어를 구성하였다. 부하토크를 계산하기 위해서 SRM입력전류를 검출하였다. 그림 4(b)는 최대토크 운전시 앞서 말한바와 같이 속도가 스위칭각에 의존되고, 토크는 전압에 의존되므로 명령 속도에 해당되는 턴온/오프각과 부하토크에 적합한 전압을 찾는 기존의 방법이다.<sup>[6]</sup> 그림 4(c) 본 논문에서 새롭게 사용한 방법으로 기존의 data를 분석하여 최대토크 함수로 작성하여 입력 변수인 전압, 스위칭각을 예상 출력 변수인 속도와 토크로부터 찾아 낼 수 있도록 구성한 것이다.



(a)



(b)



(c)

그림3 실험시스템 : (a) 전체 시스템 구성, (b)기존의 스위칭각, 전압 출력부 (c) 제안된 스위칭각, 전압 출력부

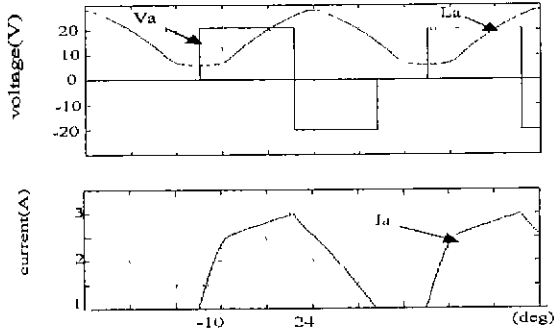
Fig.3 Configuration of experimental system (a) Overall system, (b) conventional method, (c)proposed method

### 4.2 실험 결과 및 검토

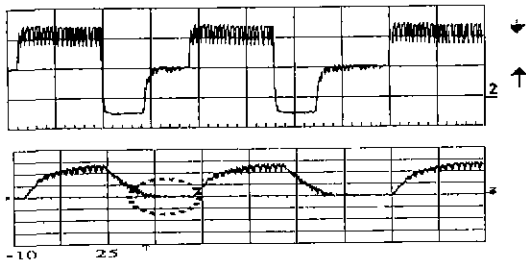
그림 4는 최대토크 운전시 전압,전류와 토크에 대한 시뮬레이션과 실험 결과 이다. 그림 4(a)는 최대토크 운전제어의 경우 속도 1000rpm, 전압 20V으로 시뮬레이션했을 때 결과이다. 최대토크는 선행각을 인가함으로써 인덕턴스가 작은 구간에서 충분히 높은 전류를 형성하고 높이 형성된 전류에 인덕턴스 변화율이 시작되는 부분부터 큰 토크가 발생하게 한다. 그림 4(b)에서 알 수 있듯이 동일조건 실험 결과와 시뮬레이션 결과가 매우 유사함을 알 수 있다. 그림 4(c)는 시뮬레이션된 최적각이 아닌 각에서 운전하였을 경우로 전류 지연이 크게 되고 이 지연된 전류는 부토크로 작용될 것이다. 이부토크는 전체발생토크의 평균치를 감소시킨다. 이와 같은 경우 최적으로 운전된 그림 9(b) 보다 약 100rpm 정도 낮아짐을 알 수 있었다.

그림 5는 최대토크 운전제어방법으로 운전하는 속도에 따른 속도 응답파형을 보여준다. 그림에서

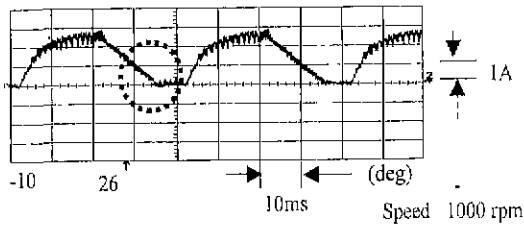
알 수 있듯이 실제 속도 응답이 속도명령값에 잘 추종함을 알 수 있다. 그리고 속도를 내기 위한 전압과 전류도 앞서 설명한 바와 같이 잘 출력됨을 알 수가 있다.



(a) 시뮬레이션 결과



(b) 실험 결과



(c) 최적각이 아닌각에서 실험결과  
그림 4 최대토크 시뮬레이션 결과 및 실험결과,  
Fig. 4 Simulation and experiment results  
for maximum torque;

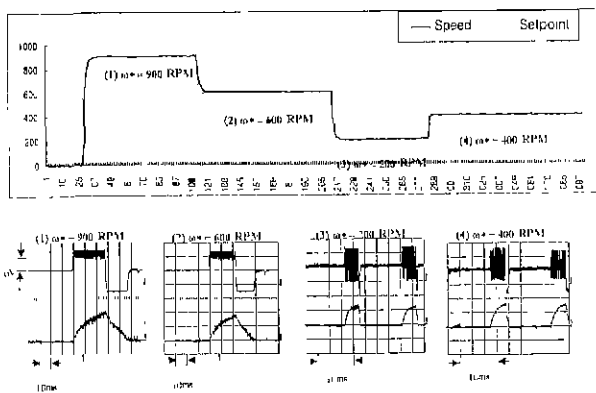


그림 5 최대토크 속도추종  
Fig. 5 Speed traction

## 5. 결 론

이 논문에서는 최대토크를 발생시키는 스위칭각과 전압을 도출하기 위해 SRM을 MATLAB SIMULINK<sup>®</sup> 모델링하였다. 뿐만아니라 유한요소법을 이용하여 인덕턴스 프로파일을 포화 영역까지 고려 하여 시뮬레이션을 하여 주었다. 기존의 시뮬레이션된 최적의 스위칭각과 전압을 ROM 데이터로 저장하여 마이크로 프로세서로 출력제어 하던 방법에서 새롭게 ROM DATA 값을 수식으로 만들어서 일일이 값을 찾는 데서 계산에 의해서 실시간 적으로 계산되게 하는 방법을 새롭게 제안하여 기존의 시스템에 적용하였다.

이 방법에서도 시뮬레이션된 결과와 매우 유사한 전압과 전류파형을 출력하는 것을 확인할 수 있었다. 이는 시스템이 최대토크로 운전함을 말해 주는 것이라 할 수 있다. 뿐만아니라 data 값을 수식화 함으로써 다음과 같은 장점들을 얻을 수 있었다. 1) 마이크로 프로세서의 부담을 덜고 2) 실시간 근접제어가 가능하게 되었고 3) 시뮬레이션으로 구하지 못한 부분까지 수식을 이용하여 구하여 제어할 수 있었다는 장점이 있었다.

이 논문은 한국과학재단 지정 전남대학교 고품질 전기전자부품 및 시스템 연구센터의 연구비 지원에 의하여 연구되었음.

## 참 고 문 헌

- [1] TJE Miller "Switched reluctance motors and their control" Magna physics publishing 1993
- [2] 장도현, 문진영 "SRM 컨버터에서 자기동조 방식에 의한 턴오프 각의 결정" 전력전자 학논문지 vol.3, no.4, Dec 1998, pp. 418-425.
- [3] G.S.Buja and M.I.Valla, "Control Characteristics of the SRM Drives-Part I: Operation in the Linear Region." IEEE Trans on Industrial Electronics, vol. 38, no. 5, Oct. 199, pp. 313-321,
- [4] G.S.Buja and M.I.Valla, "Control Characteristics of the SRM Drives-Part II: Operation in the Saturated Region" IEEE Trans. on Industrial Electronics, vol. 41, no. 3, June.1991, pp 316-325
- [5] 황원문, 공원식, "SRM의 고효율구동을 위한 가변 스위칭각도 조정방식에 관한 연구" 전기학회 논문지 vol. 44 no June, 1995. 1. pp. 25-33
- [6] Hyun-Rok Cha, Min-Ho Heo, Kwang-Heon Kim and Young-cheol Lim Switching Angel and Voltage for Maximizing Torque/Efficiency and Minimizing Torque Ripple in SRM, SMIC pp.151-156, 1999