

진동모드를 이용한 링 구조물의 결함 탐지

김석현*, 장호식*

Fault detections in ring structures using vibration modes

Seock Hyun Kim, Ho Sik Jang

Abstract

Damage detection methods using vibration modes are investigated on ring structures and modal behavior of the slightly asymmetric rings is examined. Mode shapes changes, MSER(modal strain energy ratio) and MCR(modal curvature ratio) are applied to identify the locations of faults or damages. Parameters are calculated and compared by finite element analysis on rings with designed local damages. Damages are modeled as reduced stiffness in the analysis. The results show MSER and MCR can be proper factors to detect local damages in ring structures.

1. 서론

구조물내의 결함이나 손상을 탐지하는 여러 방법중에서 진동모드변수를 이용하는 방법은 기존의 모드시험 장비와 모드추출 S/W를 활용할 수 있는 경제적인 이점으로 최근 많은 관심을 모으면서 이에 대한 이론적 실험적 연구가 수행되어왔다. 현재까지의 연구에 의하면, 진동수나 감쇠치 또는 변위모드의 변화로는 탐지하기 어려운 정도의 작은 초기 결함이나 손상을 탐지하거나 안전성을 평가하는데, 곡률모드나 모드별 변형률 에너지변화를 이용하여 결함의 위치와 크기를 탐지하는 것이 가능하다고 보고되고 있다. Pandey 등⁽¹⁾은 곡률모드를 이용하여 직선보 구조에

서 결함 유무시의 곡률모드의 차이를 결함 탐지에 효과적으로 적용될 수 있음을 보였으며, Wahab와 Roeck⁽²⁾는 교량구조를 대상으로 결함탐지에 곡률모드를 적용한 바 있다. Luo와 Hanagud⁽³⁾는 구조물의 국부적 손상 부위를 찾는 데 곡률모드의 유용성을 이론적으로 체계화시키고 국부적인 절삭부(saw cut)를 갖는 보 구조의 손상탐지 방법을 제시한 바 있다. Shi와 Law등⁽⁴⁾은 결함 유무에 따른 변형률에너지의 차이를 결함탐지의 척도로 사용하여 트러스 구조물의 결함탐지에 적용하였다. Cornwell과 Doebing등⁽⁵⁾은 변형률에너지 비를 결함탐지 인자로 사용하여 모드의 정규화 방식에 무관하게 무차원화시켜 평판구조물에 적용한바 있다. 현재까지는 보나 트러스 및 평판과 같이 비교적 단순한 구조물에 적용시켜 이론을 검증하고 실험상의 문제점을 제시하는 단계이다. 본 연구

* 강원대학교 정밀기계공학과

에서는 변형률에너지와 곡률모드에 근거한 결합탐지 방법을 링구조물에 적용하여 그 문제점을 고찰해 보고, 탐지방법상의 개선점을 제시하고자 한다. 대부분의 연구에서, 결함이 없는 정상 구조물로부터 구한 초기치와 손상된 구조치 사이의 차이를 결합탐지의 인자로 사용하고 있다. 그러나, 많은 경우, 초기정상 구조물의 모드데이터를 알기 어려우므로, 본 연구에서는 손상된 구조의 변형률에너지와 곡률만을 가지고 결합탐지를 시도해 보았다. 링 구조는 토목 건축에서 다양하게 사용되는 원통형 셸구조, 종, 자이로링등의 기본 구조로 널리 이용된다. 제작과정에서 불가피하게 미세한 비대칭성을 갖는 것이 보통이고, 결합의 존재도 미소 비대칭의 요인이 된다. 이 경우, 원주모드에서 미세한 주파수 차이를 갖고 위상이 상이한 모드쌍이 발생하며⁽⁶⁾, 그 결과 종의 맥놀이와 같은 재미있는 현상을 발생시키기도 한다⁽⁷⁾. 본 연구에서는 링 구조에 진동모드를 이용한 결합탐지 방법을 적용시킴과 동시에 변형률과 곡률 측면에서 결합으로 인한 미소 비대칭이 가져오는 진동모드의 변화를 규명하는 부수적인 효과도 기대한다.

2. 변형률에너지 및 곡률

본 연구에서 곡률모드 및 변형률에너지 모드는 유한요소해석(ANSYS)으로, 모드변위 및 요소별 변형률을 계산하고, 요소별 곡률변화치를 다음의 변형률에너지와의 관계로부터 역산하여 해석에 사용하였다.

Euler-Bernoulli 보에서, 순수한 굽힘변형의 경우, 변형률 에너지(strain energy)와 곡률(curvature)의 관계는 다음과 같다⁽⁸⁾.

$$U = \frac{1}{2} \int_0^l EI \left(\frac{\partial^2 w}{\partial s^2} \right)^2 ds \quad (1)$$

모드별 변형률에너지는 다음과 같이 변위모드로 표시된다.

$$U_i = \frac{1}{2} \int_0^l EI \left(\frac{\partial^2 \psi_i}{\partial s^2} \right)^2 ds \quad (2)$$

j번째 요소내에서의 변형률에너지는 다음과 같다.

$$U_{ij} = \frac{1}{2} \int_{a_i}^{a_{i+1}} (EI)_j \left(\frac{\partial^2 \psi_i}{\partial s^2} \right)_j^2 ds \quad (3)$$

전술한 변형률에너지는 변위모드의 정규화방식에 따라 그 수치가 다르다. Shi등⁽³⁾은 손상되지 않은 구조의 해당요소의 변형률에너지로 나누어 무차원화 시키는 것을 제안하였으나, 절점부근에서는 손상유무에 무관하게 매우 큰 값을 발생시키는 문제가 발생한다. 본 연구에서는 Cornwell의⁽⁴⁾ 방식과 같이, 요소별 변형률에너지를 요소 전체의 에너지 합인 총변형률에너지로 나누어, 다음의 무차원화된 변형률에너지비(Modal Strain Energy Ratio)를 사용함으로써, 모드 추출시의 정규화방식에 영향을 받지 않도록 하였다.

$$MSER_{ij} = \frac{U_{ij}}{U_i} \quad \text{and} \quad \sum_{j=1}^{N_i} MSER_{ij} = 1 \quad (4.5)$$

유한요소내에서 강성이 일정하다고 보고 평균곡률을 적용하면, 다음과 같이 변형률에너지와 모드 곡률 사이의 관계가 표시된다.

$$U_{ij} = \frac{1}{2} (EI)_j \int_{a_i}^{a_{i+1}} \left(\frac{\partial^2 \psi_i}{\partial s^2} \right)_j^2 ds \quad (6)$$

링 구조물의 경우, 모든 요소에서 평균곡률은 양의 값을 가지므로, 다음과 같이 근사적으로 결정된다.

$$\left(\frac{\partial^2 \psi_i}{\partial s^2} \right)_j \approx \sqrt{\frac{2U_{ij}}{a(EI)_j}} \quad (7)$$

곡률모드에서도 정규화방법에 무관하도록, 다음과 같이 요소별 곡률을 모드별 평균곡률로 나누어 모드별 곡률비(Modal Curvature Ratio)로 정의하여 곡률분포를 평가하는 척도로 사용한다.

$$\left(\frac{\partial^2 \psi_i}{\partial s^2} \right) = \sum_j \left(\frac{\partial^2 \psi_i}{\partial s^2} \right)_j \quad (8)$$

$$MCR_{ij} = \frac{\left(\frac{\partial^2 \psi_i}{\partial s^2} \right)_j}{\left(\frac{\partial^2 \psi_i}{\partial s^2} \right)} \quad (9)$$

측정시에는 변형률 모드시험을 통하거나, 다음의 중심차분모델로 곡률을 근사화시켜 구

한다.

$$\psi'' = \frac{\psi_{j+1} - 2\psi_j + \psi_{j-1}}{a^2} \quad (10)$$

전술한 모드별 에너지비와 곡률비는 결합의 위치에 따라, 모드별로 큰 차이를 보이므로 특정 모드만의 평가치로 결합의 위치 및 크기를 판단하는 것은 위험하다. 따라서, 다수 모드에 대한 평균치를 다음과 같이 정의하여 사용한다.

$$AMSER_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n MSER_{ij} \quad (11)$$

$$AMCR_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n MCR_{ij} \quad (12)$$

3. 링구조물의 모드특성

3.1 진동모드

본 연구에서 링모델의 사양으로는 대형 한국 범종(보신각새종)의 하대치수로 외경 2.224m, 폭 0.45m 두께 0.17m를 적용하였다. 자유상태의 완전 축대칭 링 구조물은 다음과 같이 쌍으로 존재하는 원주모드를 갖는다⁽⁹⁾.

$$w(\theta) = W \sin n(\theta - \alpha), \quad \alpha = 0, \pi/2 \quad (13)$$

미세 비대칭에 의하여, 모드쌍은 미세한 진동수의 차이를 가지며, 원주상에서 서로 위상차를 갖는다. 각 모드쌍에서 저차 모드를 L모드, 고차를 H모드로 표기한다. Fig.1은 링모델의 진동모드 유한요소해석 결과이다. 결합 위치는 8번 요소로, 각 모드쌍은 결합 위치가 배가되는 L모드와 결합요소에 절점이 위치하는 H모드로 구분된다.

3.2 모드별 변형률 에너지의 분포

유한요소해석(ANSYS5.5)을 통하여 얻은 모드별 변형률에너지의 분포를 Fig.2에 보인다. 예상대로 각 모드의 배에서 최대치를, 절점 부근에서 영의 변형률 에너지를 보인다. 이는 배에서 최대의 곡률변화를, 절점에서 영의 곡률변화를 가짐을 의미한다.

4. 결합을 갖는 링구조물

4.1 진동수 및 변위모드의 변화

결합은 모델링상의 편리함을 감안하여, 원주상에서 32등분된 선형 보 요소중 8번 요소의 탄성계수를 10%, 30%, 50%, 70% 및 90% 감소시켜 부여하였다. 각각의 경우, 6차 변위 모드까지를 해석하였다. Fig. 3은 고유진동수의 변화(%)를 보이는데, n=2 모드에서 90% 결합까지 뚜렷한 변화가 관찰되지 않으며 고차로 가면서 진동수의 감소가 탐지된다. 결합에 의한 변위모드의 변화를 확인하기 위하여, 결합 유무에 따른 MAC (Modal Assurance Criteria) 값을 계산해 보았다. Fig.4는 70% 결합 링과 정상 링 사이의 MAC을 보이는데, 변위모드의 변화는 거의 없는 것을 확인할 수 있다.

4.2 변형률에너지의 변화

Fig.5는 8번 요소에 결합을 주었을 때, 모드별 변형률에너지의 분포를 보인다. 변위모드와는 달리, 결합부근에서 L모드의 변형률 에너지가 크게 증가하는 것을 확인할 수 있다. 결합이 없는 경우, 모든 모드에서 에너지비는 배에서 최대, 절점에서 최소인 주기적 분포를 보인다. 결합에 의한 모드별 변형률에너지비의 증가는 결합 위치가 배가 되는 L모드에서는 뚜렷하게 나타나나, 결합요소가 절점상에 오는 H모드에서는 거의 차이가 보이지 않는다. 이러한 결과는 모드 선택에 따라 결합이 탐지될 수도 있고 안될 수도 있음을 의미한다. 에너지비 값의 변화는 결합의 크기에 부응하여 증가하며, 그 경향은 고차 모드보다는 저차 모드에서 더욱 뚜렷한 것이 흥미롭다. 요소 분할상의 문제일 가능성을 감안하여 요소를 2배 및 4배로 증가시켜 자유도를 높여 모델링하여도 이러한 경향은 동일하게 나왔다. 추후 이론 및 실험적 연구를 통하여 보다 상세한 검토가 필요하다.

결론적으로, 특정 모드에 대한 에너지분포만을 고려하는 경우, 절점 부근에서는 결합이 있어도 그 모드의 에너지비의 변화는 탐지되기 어렵다. 따라서, 식(11)의 평균화된 모드 변형률 에너지비로 결합위치를 평가하는 것이 현실적이다. Fig. 6은 6개의 모드에 대하여 평균 모드변형률 에너지비(Averaged Modal Strain Energy Ratio)를 구한 결과이다. 결합이 없는 위치에서는 평균화되어 일

정한 에너지분포를 보이고 결합위치에서는 결합의 크기에 부응하는 에너지 피크를 보인다. 이러한 결과는 평균화에 사용되는 모드의 수가 어느 정도 이상될 때 얻을 수 있다. 링 구조물에서 흥미로운 점은 모드쌍을 이루는 2개의 모드를 반드시 포함시켜야 이러한 결과를 얻을 수 있다는 점이다. 모드쌍은 배와 절점의 위치가 서로 반대이므로, 결합이 없는 위치에서의 에너지는 평균화 과정에서 효과적으로 감소하여 편평하게 표시되고, 그 결과 결합부근에서만 뚜렷한 에너지 피크를 보이게 된다. 이러한 특성은 Fig.7에서 평균화에 사용되는 모드수를 증가시키면서 구한 AMSER에서 확인된다. 따라서, 측정시 고차 모드까지 고려할 필요없이 $n=2$ 모드의 L,H 모드쌍만을 대상으로 평균치를 구해도 충분할 것으로 판단된다. 그러나 L,H모드중 어느 하나만으로는 탐지가 불가능할 수도 있다. 이러한 평균화 방법을 이용하면 고차모드의 측정에 드는 비용과 시간을 상당부분 절약할 수 있다. 결합이 2개 이상 존재하는 경우에도 이러한 특성은 그대로 나타난다. Fig.8은 8번과 18번 요소에 각각 70% 및 50%의 결합을 주었을 때의 $n=2$, L,H모드쌍의 AMSER값을 보인다. 이 경우는 결합이 특정 모드와 배나 절점상에 오지 않는 보편적인 상황을 반영한다. 해당요소에서 뚜렷한 피크를 보이는 것로부터 AMSER은 결합탐지의 평가인자로 적용이 가능하다고 판단된다.

4.3 곡률의 변화

곡률의 변화는 식(7)에서와 같이 변형률에너지의 제곱근에 비례하는 관계를 가진다. 따라서 변형률에너지 변화특성과 같이 결합부근에서 큰 변화를 보인다. Fig.9는 모드별 곡률비의 변화를 보인다. 예상대로 배에서 곡률이 크고, 절점부근에서는 영의 곡률을 갖는다. 결합이 배부근에 있을 때는 곡률의 변화가 크나 절점부근에 오는 모드에서는 곡률의 변화는 탐지하기 어렵다. 결합위치와 절점사이의 관계에 무관하게 결합을 탐지하는데 사용되는 6개모드에 대한 평균모드곡률비 AMSER를 구한 결과를 Fig.10에 보인다. 결합부근에서 뚜렷한 피크가 발생하며, AMSER에서처럼 저차의 L,H 모드쌍만을 고려하여도 6개의 모드를 모두 고려하는 것과 별 차이가 없음을 확인하였다. 따라서, $n=2$ 의 L,H 곡률모드가 결합탐지를 위한 측정대상이 된다. Fig.11은 8번과 18번 요소에 70% 및

50%의 결합을 주었을 때의 AMCR을 보인다. $n=2$ 모드쌍만의 AMCR로 결합의 위치를 파악할 수가 있다.

5. 결론

모드별 변형률 에너지와 곡률모드를 근거로 구조물내의 결합 위치와 크기를 탐지하는 방법을 링형 구조물에 적용시켜 보았다. 연구 결과는 다음으로 요약된다.

- 1) 고유진동수나 변위모드의 변화를 거의 발생시키지 않는 작은 결합의 경우에도 변형률 에너지비나 곡률모드로는 탐지가 가능하다.
- 2) 결합이 변위모드의 절점부근에 오는 모드의 경우는 결합 탐지가 어려우며, 다수의 모드에 대한 평균화된 에너지 및 곡률모드를 사용할 필요가 있다.
- 3) 링 구조진동의 특성상, 다수의 모드평균치를 구할 필요없이, $n=2$ 의 L,H모드쌍만을 고려해도 결합탐지에 충분하며, 경제성을 감안할 때, 훨씬 효과적임을 확인하였다.

후기

본 연구는 한국과학기술원 특정기초과제(1999-2-133-003-3) "콘크리트 구조물의 안전진단을 위한 비파괴시험 자료처리 기술개발"의 일부로 수행되었으며, 관계기관의 지원에 감사드린다.

참고문헌

- (1) Pandey,A.K., Biswas,M. and Samman, M.M.,1991, "Damage detection from changes in curvature mode shapes, Journal of Sound and Vibration Vol.145(2),pp321-332.
- (2) Wahab, M.M.A. and Roeck, G.D., 1999, "Damage detection in bridges using modal curvatures: application to real damage scenario", Journal of Sound and Vibration Vol.226(2), pp217-235.
- (3) Luo,H. and Hanagud,S.H., 1997, "An Integral equation for changes in the

structural dynamics characteristics of damaged structures, *International Journal of Solid Structures*, Vol.34,pp4557-4579.

(4) Cornwell,P, Doebling,S.W. and Farrar C.R.,1999,"Application of the strain energy damage detection method to plate-like structures", *Journal of Sound and Vibration* Vol.224(2),pp359-374.

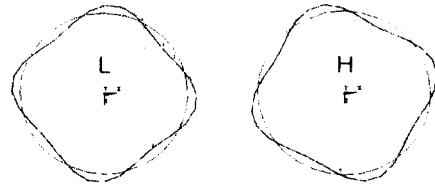
(5) Shi,Z.Y., Law,S.S. and Zhang,L.M., 1998, "Structural damage localization from modal strain energy change", *Journal of Sound and Vibration* Vol.218(5),pp825-844.

(6) Hong, J.S. and Lee, J.M., 1994, "Vibration of circular rings with local deviation", *Journal of Applied Mechanics*, Vol.61,No.2,pp317-322.

(7) Kim,S.H., Soedel,W. and Lee,J.M., 1994, "Analysis of beating response of bell type structures",*Journal of Sound and Vibration* Vol.173(4),pp517-536.

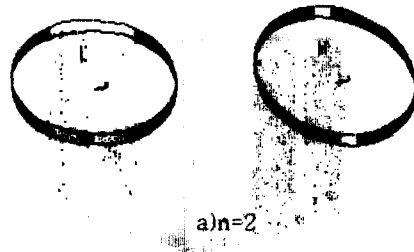
(8) T.J.Lardner and R.R.Archer, 1994, *Mechanics of solids: an introduction*, McGRAW-HILL, Inc.

(9) Soedel,W, 1993, *Vibrations of shells and plates*, 2nd ed. Marcel Dekker, Inc.



c)n=4

Fig.1 Displacement modes by FEM.



a)n=2

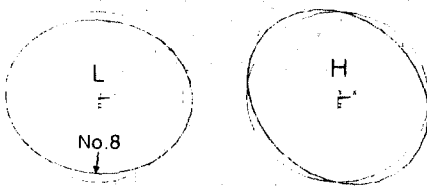


b)n=3



c)n=4

Fig.2 Modal strain energy distribution.



a)n=2



b)n=3

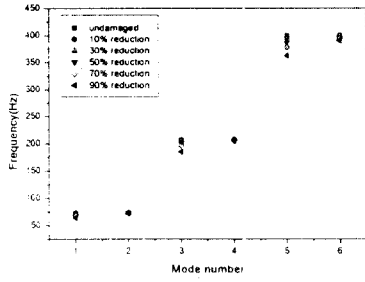


Fig.3 Change in natural frequencies.

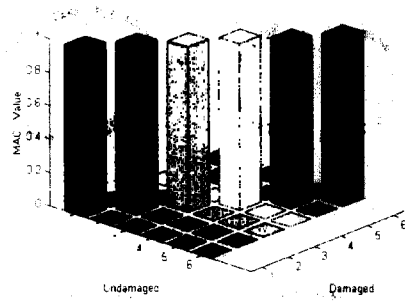
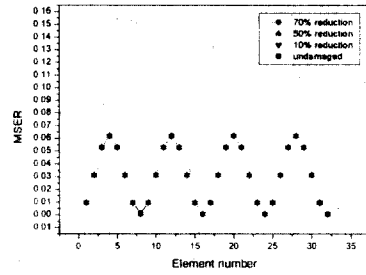
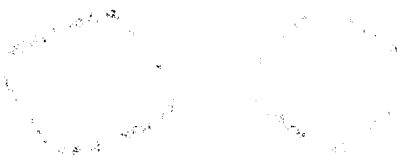
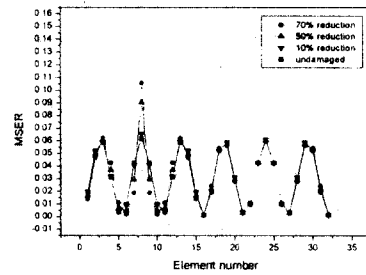


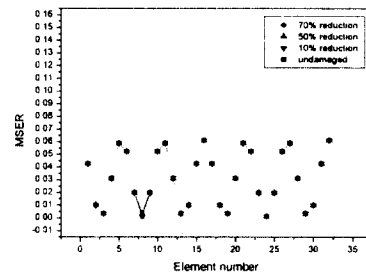
Fig.4 Modal assurance criteria for undamaged and 70% damaged cases.



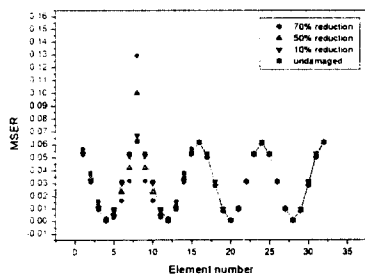
b) mode (n=2,H)



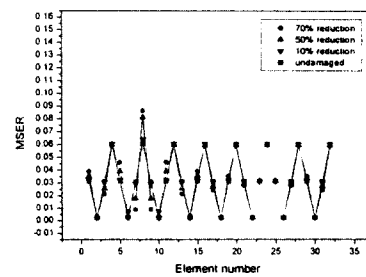
c) mode(n=3,L)



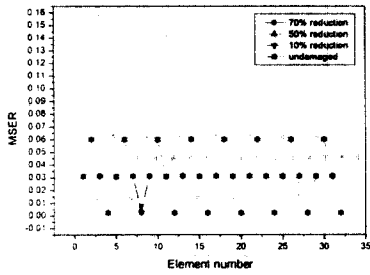
d) mode(n=3,H)



a) mode(n=2,L)

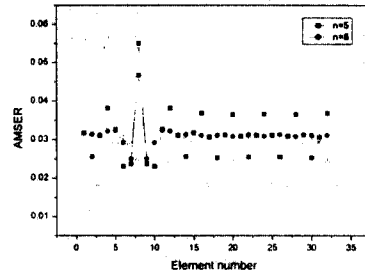


e) mode(n=4,L)



f) mode(n=3,H)

Fig.5 Modal strain energy ratio.



c) N=5,6

Fig.7 AMSER v.s. number of modes.

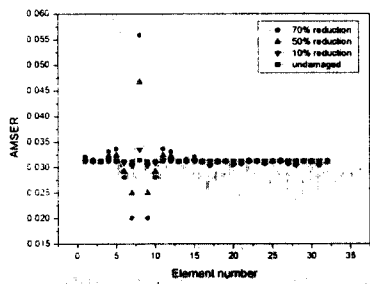


Fig.6 Averaged modal strain energy ratio.

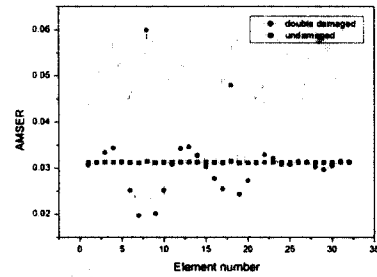
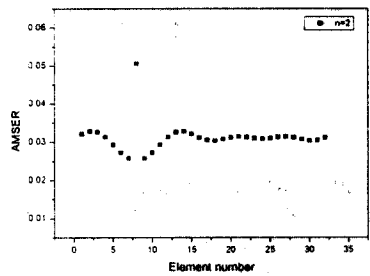
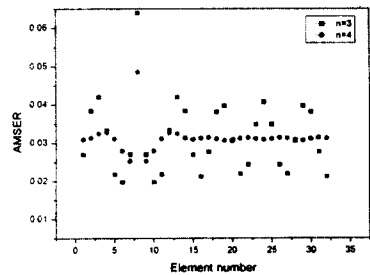


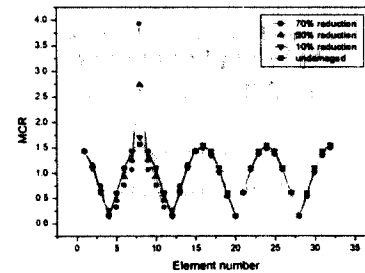
Fig.8 AMSER for double damages
(element 8 : 70%, element 18 : 50%).



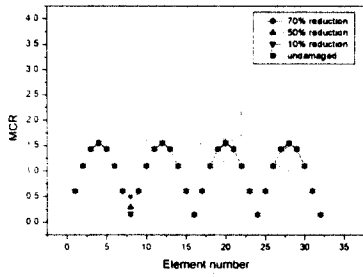
a) N=2



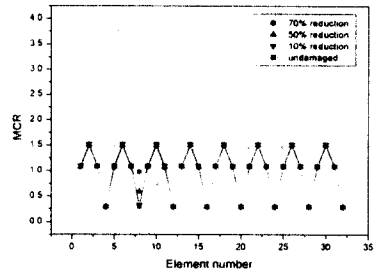
b) N=3,4



a) mode(n=2,L)

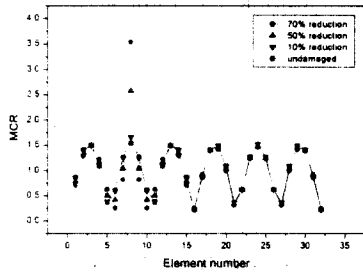


b) mode(n=2,H)



f) mode(n=4,H)

Fig.9 Modal curvature ratio.



c) mode(n=3,L)

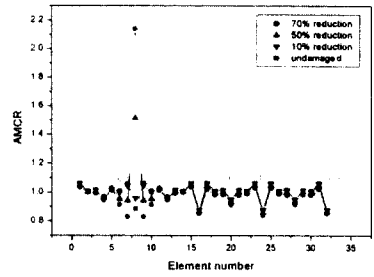
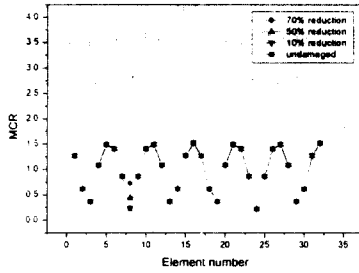


Fig.10 Averaged modal curvature ratio.



d) mode(n=3,H)

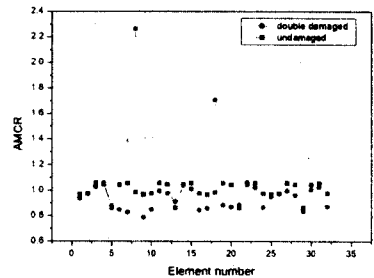
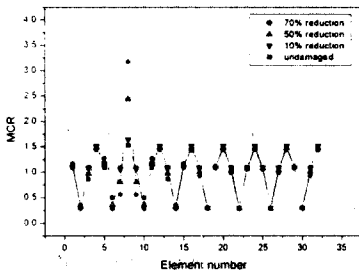


Fig.11 AMCR for double damages.



e) mode(n=4,L)