

수직방향으로 연성된 구조물의 진동 특성: 마이크로 자이로센서에 응용

°김택현*, 이승엽**

Dynamic Characteristics of Vertically Coupled Structures: Application to Micro Gyroscopes

Taekhyun Kim and Seung-Yop Lee

ABSTRACT

Dynamic characteristics of a vertically coupled structure used for micro gyroscopes, is studied. The coupled motion between the reference and sensing vibrations causes the zero-point output which means non-zero sensing vibration without angular velocity. This structural coupling deteriorates sensing performance and dynamic stability. We theoretically analyze dynamic characteristics associated the coupling phenomenon. Effects of reference frequency and coupling factor on the rotational direction and amplitude of elliptic oscillation are studied. A method to predict the existence of curve veering or crossing in frequency trajectories is introduced for the application to the design of micro gyroscopes with a vertically decoupled structure.

1. 서론

자이로 센서는 관성체의 각속도를 측정하는 장치로 유도미사일, 항공기의 관성 항법 장치 등에 광범위하게 적용되어 왔으며 최근들 어서는 캠코더의 손떨림 방지 장치, 자동차의 에어백, 능동 현가 장치, 자세 제어 장치 및 항법 장치 등으로 그 쓰임이 확대되고 있다. 그러나 기존의 자이로 센서는 초정밀 가공과 복잡한 조립과정과 큰 부피 때문에 고성능 부품으로 사용되는데는 많은 제한을 받는다. 반면 반도체 제조 공정을 이용하는 마이크로 자이로 센서는 소형화할 수 있으며 저렴하게 대량 생산이 가능하므로 최근 활

발히 연구되고 있다.[1, 2]

마이크로 자이로센서는 일반적으로 기준(reference) 방향과 감지(sense) 방향이 수직인 수직형이 주류를 이루고 있는데 재료의 구조와 제조 공정상의 오차로 의한 기준 방향과 감지 방향의 구조적인 연성이 센서의 성능을 저하시키게 된다. 수직방향의 연성은 각속도가 없을 때도 기준 진동만으로 감지 진동이 일어나는 영점 출력(zero-point output)이 발생하며 이때 자이로 센서는 타원 형상의 진동이 일어난다. [3-5]

본 연구에서는 수직방향으로의 구조연성에 의해서 타원모양의 영점 출력이 발생하는 과정을 규명하며 기준 진동의 가진주파수 및 다양한 설계변수들이 연성에 의한 진동 및 센서 성능에 미치는 영향을 고찰한다.

* 서강대학교 기계공학과 대학원

** 서강대학교 기계공학과, 정회원

2. 자이로 센서의 동작원리

2.1 자이로 센서의 간단한 모델링

수직형 자이로 센서를 기초적인 1자유도 진동계로 모델링하면 Fig. 1과 같이 나타낼 수 있다.

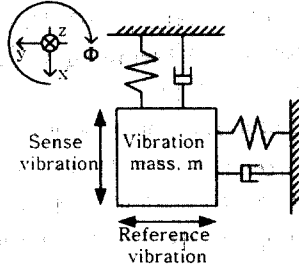


Fig. 2 Modeling of Micro Gyrosensor

여기서 자이로 센서의 질량 m 은 y 축 방향으로 조화 운동을 하도록 가진 되는데 이를 기준 진동(reference vibration)이라 한다. 이때 z 축 방향의 각속도 ϕ 가 발생하면 코리올리 가속도에 의해서 x 축 방향으로 진동이 발생한다. 감지 진동(sense vibration)이라 불리는 x 축 방향 진동을 측정함으로써 각속도를 크기를 구하게 된다.

2.2 각속도의 감지 원리

조화 운동하는 자이로 센서의 y 축 방향으로 기준 진동을 $y(t) = Y \sin \omega t$ 로 나타내자. 각속도 ϕ 가 작용될 때 코리올리 가속도는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$2\phi \times v_{rel} = 2\phi y(t) = 2\phi Y \omega \cos \omega t \quad (1)$$

ω_0 를 x 축방향으로의 비감쇠 고유진동수라 하면 다음의 운동 방정식이 성립한다.

$$\ddot{x} + 2\xi\omega_0\dot{x} + \omega_0^2x = 2\phi Y \omega \cos \omega t \quad (2)$$

식 (2)의 강제진동해를 구하면 다음과 같다.

$$x_p(t) = S\phi \sin(\omega t - \phi) \quad (3)$$

여기서 센서의 진폭을 나타내는 민감도 S 는

$$S = 2Y \frac{\omega}{\omega_0^2} \frac{1}{\sqrt{\left\{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right\}^2 + \left\{\frac{1}{Q} \frac{\omega}{\omega_0}\right\}^2}} \quad (4)$$

이고 진동안정성과 관련된 계수이다. 여기에서 기

적인 Q 값(quality factor)은 $Q = 1/\xi$ 로 정의된다. 또한 식 (3)에서 위상은

$$\phi = \tan^{-1} \left(Q \left\{ \frac{\omega_0}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_0} \right\}^{-1} \right) \quad (5)$$

이다. 또한 초기조건 $x(0) = \dot{x}(0) = 0$ 에 대한 일반해를 구하면 다음과 같으며,

$$x_h(t) = S\phi \exp\left(-\frac{\omega_0 t}{2Q}\right) \cos(\omega_0 t - \phi_0) \quad (7)$$

여기서, 위상 ϕ_0 는 다음과 같다.

$$\phi_0 = \tan^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{(2Q)^2 - 1}} \frac{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \right) \quad (8)$$

최종적인 강제 진동해는 식 (3)과 (7)의 합이 된다.

$$x(t) = S\phi \left[\exp\left(-\frac{\omega_0 t}{2Q}\right) \cos(\omega_0 t - \phi_0) + \sin(\omega t - \phi) \right] \quad (9)$$

여기서 x 축 방향의 변위는 z 축 방향으로 발생한 각속도 ϕ 에 비례한다. 따라서 변위 $x(t)$ 를 측정함으로써 가해진 각속도의 크기를 구할 수 있다.

3. 수직으로 연성된 구조물의 진동

마이크로 자이로 센서의 제작시 가공 오차와 잔류 응력 그리고 재료의 특성에 의해서 기준 방향과 감지 방향으로 구조물이 연성되어 진동이 발생한다. 구조적인 연성 진동은 자이로 센서의 성능을 악화시키는 주요한 요인이다. 특히 민감도를 높이기 위해서 기준 진동은 공진 주파수와 거의 일치하도록 가진 되는데 이 경우의 구조 연성에 의한 영점 출력은 더욱 증가한다.

3.1 연성된 구조물의 모델링과 진동해석

수직으로 연성된 기준 진동과 감지 진동의 관계를 연구하기 위해서 Fig. 2와 같은 간단한 연성모델을 제시하였다. $x_1(t)$ 는 기준방향 진동이고 $x_2(t)$ 는 감지진동이다. k 는 두 방향이 서로 연성된 정도를 나타내는 강성 계수이다. k 가 영이면 두 방향은 완전

히 분리된 비연성(decoupled) 진동을 나타낸다.

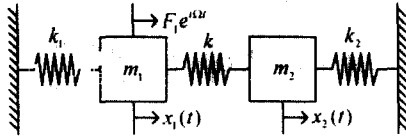


Fig. 2 Modeling of the coupled Structure

Fig. 2의 연성된 진동계의 운동 방정식은 다음과 같이 나타낸다.

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1+k & -k \\ -k & k_2+k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ 0 \end{bmatrix} e^{i\omega t} \quad (10)$$

먼저 연성시스템의 고유진동수와 고유벡터를 구하기 위해 $\mathbf{x}(t) = [x_1 \ x_2]^T = \mathbf{u} e^{i\omega t}$ 로 놓고 자유진동해를 구한다. 다음의 변수들을 도입하여

$$r^2 = \frac{k}{k_1}, \quad k_{12} = \frac{k_2}{k_1}, \quad \lambda = \frac{\omega_n^2 m}{k_1}$$

정리하면 다음의 정규화된 고유치 문제를 얻게된다.

$$\begin{bmatrix} 1+r^2 & -r^2 \\ -r^2 & k_{12}+r^2 \end{bmatrix} \mathbf{u} = \lambda \mathbf{u} \quad (11)$$

여기서 r^2 은 시스템의 연성된 정도를 나타내며 k_{12} 는 k_1 과 k_2 의 비, 그리고 λ 는 정규화된 고유주파수와 관계된다.

비연성인 경우: $r^2=0$

먼저 $r^2=0$ 일 때의 고유치와 고유벡터를 구하면 각각 다음과 같다.

$$\lambda_1 = 1, \quad \mathbf{u}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\lambda_2 = k_{12}, \quad \mathbf{u}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

연성인 있는 경우: $r^2 \neq 0$

수직방향으로 연성이 있는 경우는 계산의 편의를 위해서 $k_{12}=1$ 이라 놓고 식 (11)에 대입한 후 정리하면 고유치와 고유벡터를 구한다.

$$\lambda_1 = 1, \quad \mathbf{u}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\lambda_2 = 1 + 2r^2, \quad \mathbf{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

3.2 주파수의 Crossing과 Veering

임의의 설계 변수에 대해서 다자유도 진동계의 고유진동수의 궤적을 그려보면 고유진동수가 어떤 점에서 두 궤적이 서로 교차(crossing)하기도 하고 두 궤적이 서로 접근하다가 교차하지 않고 비껴남(veering)이 일어나기도 한다. 특별히 주파수 궤적의 crossing과 veering은 연성진동계의 동적 특성과 매우 밀접하게 관련하기 때문에 이에 대한 해석이 매우 중요하다. 마이크로 자이로에서도 기준방향과 감지방향의 고유진동수를 일치하여야 감지 성능을 높일 수 있다. 여기서는 본 연성시스템의 주파수 crossing과 veering을 이론적으로 예측하고자 한다 [6]. 다음과 같은 질량행렬과 강성행렬로 이루어진 일반적인 고유치 문제를 고려하자.

$$\mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{S} \mathbf{M} \mathbf{u}$$

여기에서

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1+k_2 & -k \\ -k & k_2+k \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \quad (17)$$

위에서 구한 고유치 s_1, s_2 와 식 (16) (17)로부터

$$x_{mn} = (\mathbf{K}_{mn} - s_m \mathbf{M}_{mn})(\mathbf{K}_{nm} - s_m \mathbf{M}_{nm}) \quad (18)$$

라 하고

$$D^2 = \frac{d^2}{dk_{12}^2} \quad (19)$$

라 했을 때,

$D^2 x_{mn} = D^2 x_{nm} = 0$ 이면 공진 주파수들의 crossing이 일어나고 $D^2 x_{mn} > 0, D^2 x_{nm} > 0$ 이면 veering이 일어난다.

이러한 판별식을 Fig. 2에 나타난 시스템에 적용하

자. $s = \lambda \frac{k}{m}$ 이므로 연성이 없는 경우에, 공진 주파수의 교차와 veering을 예측해 보면,

$$x_{12} = (\mathbf{K}_{12} - s_1 \mathbf{M}_{12})(\mathbf{K}_{21} - s_1 \mathbf{M}_{21}) = 0 \quad (20)$$

$$x_{21} = (\mathbf{K}_{21} - s_2 \mathbf{M}_{21})(\mathbf{K}_{12} - s_2 \mathbf{M}_{12}) = 0 \quad (21)$$

이므로 $D^2 x_{12} = D^2 x_{21} = 0$ 이 되어 공진 주파수 한 점에서 교차하게 된다. 한편 연성이 있을 경우

($r^2 > 0$)에 대하여 알아보면,

$$x_{12} = (K_{12} - s_1 M_{12})(K_{21} - s_1 M_{21}) = \left(\frac{k}{k_1}\right)^2 \quad (22)$$

$$x_{21} = (K_{21} - s_2 M_{21})(K_{12} - s_2 M_{12}) = \left(\frac{k}{k_1}\right)^2 \quad (23)$$

이고

$$D^2 x_{12} = D^2 x_{21} = \frac{2k^2}{k_2^2} > 0 \quad (24)$$

이므로 veering이 일어난다. 이를 그림으로 그려보면 아래 Fig. 3과 같다. 여기서 실선이 $r^2=0$ 로 연성되지 않았을 때로서 $k_1/k_2=1$ 일 때 고유 진동수가 교차함을 알 수 있다. 그러나 점선은 $r^2=0.05$ 로서 연성되었을 때는 Curve veering이 일어남을 볼 수 있다.

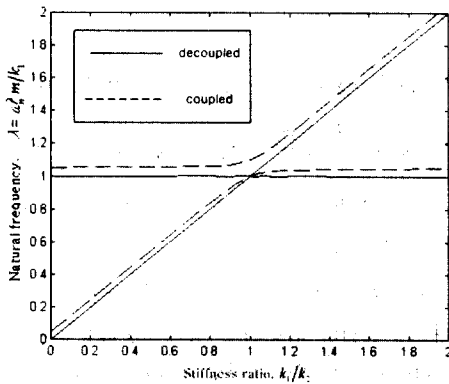


Fig. 4 Curve crossing ($r^2=0$) and veering ($r^2=0.05$) in frequency trajectories

3.3 강제 진동

마이크로 자이로 센서가 기준 방향과 감지 방향으로 연성을 가질 때, 영점 출력의 특성을 알아보기 위해서 모델링한 2자유도 진동시스템 (10)의 강제 진동해를 구한다. 식 (10)에 $\mathbf{x}(t) = \mathbf{X}e^{i\Omega t}$ 을 대입하여 기준방향과 감지방향으로 진폭 $\mathbf{X} = [x_1 \ x_2]^T$ 를 구하면 다음과 같다.

$$\frac{x_1}{F_1} = \frac{k_2 + k - \Omega^2 m}{(k_1 + k - \Omega^2 m)(k_2 + k - \Omega^2 m) - k^2} \quad (25)$$

$$\frac{x_2}{F_1} = \frac{k}{(k_1 + k - \Omega^2 m)(k_2 + k - \Omega^2 m) - k^2} \quad (26)$$

계산의 편의를 위해 $F_1 = 1$ 이라 가정하며 다음의 변수들을 이용하여 수직방향으로 운동을 정규화한다.

$$r^2 = \frac{k}{k_1}, \quad \omega^2 = \frac{\Omega^2 m}{k_1}, \quad k_{12} = \frac{k_2}{k_1}$$

여기서 r^2 은 연성된 정도를, k_{12} 는 k_1 과 k_2 의 비율, ω^2 은 가진 주파수를 나타내는 계수가 된다. $x_1(t)$ 와 $x_2(t)$ 는 기준 방향과 감지 방향 변위로서 실제 시스템에서는 서로 수직이므로 $x_1 + ix_2$ 의 복소수 형태로 표시하면 다음과 같은 타원모양의 관계식을 얻을 수 있다.

$$\frac{x_1^2}{|x_1|^2} + \frac{x_2^2}{|x_2|^2} = 1 \quad (27)$$

따라서 수직으로 연성된 자이로 센서의 영점 출력은 타원 모양이 됨을 알 수 있다.

3.4 가진 주파수에 따른 영점 출력의 모양

먼저, 실제 마이크로 자이로 센서에서 많은 경우 k_1 과 k_2 가 거의 일치하므로 k_{12} 의 값을 1로 놓으면 $x_1(t)$ 과 $x_2(t)$ 의 진폭의 크기는 각각 다음과 같다.

$$x_1 = \frac{1 + r^2 - \omega^2}{(1 + 2r^2 - \omega^2)(1 - \omega^2)} \quad (28)$$

$$x_2 = \frac{r^2}{(1 + 2r^2 - \omega^2)(1 - \omega^2)} \quad (29)$$

이 때 연성된 정도를 $r^2=0.05$ 라 하고 가진 주파수 ω^2 를 변화 시켜 가면서 발생하는 영점 출력을 Fig. 4에 나타내었다. 그림을 보면 ω^2 이 두 공진 주파수의 중간 값, 즉 $1 + r^2$ 일 때 타원은 x_2 방향으로 발산하며, 각각의 공진 주파수 부근인 1이나 $1 + 2r^2$ 근처에서는 거의 원에 가까운 모습을 보인다.

Fig. 5는 일정 가진 주파수에서 k_1 과 k_2 의 비, k_{12} 값을 변화시키면서 수평 및 수직방향의 진폭 비의 변화를 그래프로 나타내었다. 가진 주파수가 1차 모드

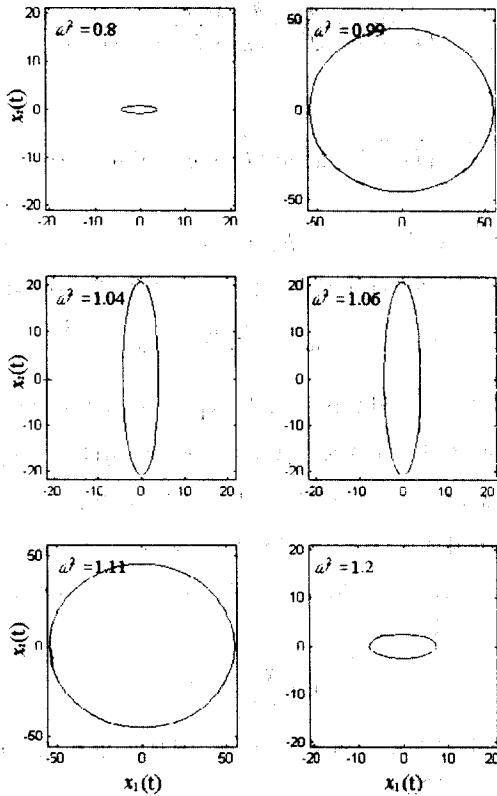


Fig. 4 Simulation of zero-point output depending on reference frequency

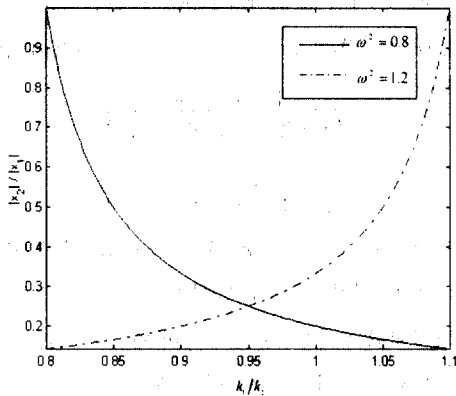


Fig. 5 Amplitude ratio vs. Stiffness ratio

의 고유주파수 보다 작을 경우 ($\omega^2 = 0.8$)에는 k_{12} 값이 클수록 연성 효과가 줄어들음을 알 수 있다. 반면에 가진 주파수가 2차 모드의 공진주파수 보다 클 때

($\omega^2 = 1.2 > 1 + 2r^2$)는 k_{12} 값이 작아질수록 연성의 효과가 작아진다. 이렇게 k_1 과 k_2 의 비를 조정하여 연성의 효과를 감소시킬 수 있으나 자이로 센서의 민감도가 상대적으로 감소함으로 두가지 효과를 모두 고려하여야 한다.

3.5 가진 주파수에 따른 타원의 회전 방향

앞에서 마이크로 자이로 센서의 구조적인 연성에 의해서 타원 모양의 영점 출력이 발생함을 알아보았는데 여기에서는 기준 방향의 가진 주파수에 따른 타원의 회전 방향을 알아본다. 먼저 식 (10)에서 $x_1(t)$ 와 $x_2(t)$ 는 수평과 수직방향 변위임으로 다음의 복소수 변위를 도입한다.

$$z(t) = x_1(t) + i x_2(t) \quad (30)$$

이를 이용하여 식 (10)을 다시 표현하면 다음과 같다.

$$m\ddot{z} + k^*z + \Delta k^*\bar{z} - k\dot{z} = \frac{F_1}{2} (e^{i\Omega t} + e^{-i\Omega t}) \quad (31)$$

여기서 $\bar{z}(t) = x_1(t) - i x_2(t)$ 은 $z(t)$ 의 켈레 복소수이며

$$k^* = \frac{k_1 + k_2}{2} + k, \quad \Delta k^* = \frac{k_1 - k_2}{2} - ki$$

이다. 그런데 일반적으로 자이로 센서는 $k_1 = k_2$ 이기 때문에 이 경우에는

$$k^* = k_1 + k, \quad \Delta k^* = -ki$$

가 된다. 식 (31)의 최종적인 강제진동해를 반시계방향(forward)과 반대인 후진방향(backward) 성분으로 나누면 다음과 같다.

$$z(t) = z_f e^{i\Omega t} + z_b e^{-i\Omega t} \quad (32)$$

이 식을 식 (31)에 대입하여 정리하며 각 방향 성분의 진폭 \bar{z}_b 와 z_f 를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \bar{z}_b &= -\frac{1}{2} \frac{1}{\Delta k^* - m\Omega^2 + k^*} \\ &= \frac{1}{2k_1(-r^2 - 1 + \omega^2 - r^2 i)} \end{aligned} \quad (33)$$

$$z_f = \frac{1}{2} \frac{(r^2 + 1 - \omega^2 + 2r^2 i)}{(r^2 + 1 - \omega^2 + r^2 i)(-m\Omega^2 + k_1 + k)} \quad (34)$$

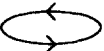
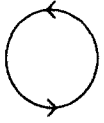



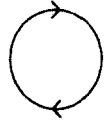
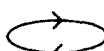
이로부터 전진방향과 후진방향의 진폭비를 아래가 같

이 나타낸다.

$$\left| \frac{z_f}{z_b} \right| = \frac{\sqrt{(r^2+1-\omega^2)^2+4r^4}}{|\omega^2-1+r^2|} \quad (35)$$

이 진폭비가 1보다 크면 시스템은 반시계 방향으로 회전하게 되며 1보다 작을 때는 시계방향으로 회전하게 된다. 식 (35)이 1이 되는 가진 주파수 값을 계산하면 $\omega^2=1+r^2$ 이 된다. 그러므로 타원의 회전 방향은 진동계의 2개의 고유 진동수인 1과 $1+2r^2$ 의 중간인의 중간인 $1+r^2$ 에서 진동 방향이 반시계 방향에서 시계 방향으로 변함을 알 수 있다. 수직 방향으로의 연성에 의한 영점 출력이 만드는 타원의 모양과 회전 방향을 기준 방향으로의 가진 주파수에 대하여 Table 1에서 정리하였다.

Table 1 Shapes and turning directions of ellipse depending on Reference vibration frequency

가진 주파수	타원의 모양	회전 방향
$0 < \omega^2 < 1$		반시계 방향
$\omega^2 \approx 1$	 무한원	반시계 방향
$1 < \omega^2 < (1+r^2)$		반시계 방향
$\omega^2 \approx 1+r^2$		
$(1+r^2) < \omega^2 < (1+2r^2)$		시계 방향
$\omega^2 \approx 1+2r^2$	 무한원	시계 방향
$\omega^2 > 1+2r^2$		시계 방향

3.6 연성된 정도의 정량화

식 (29)에서 연성된 정도를 나타내는 r^2 에 대하여 정리하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$r^2 = \frac{-x_2(1-\omega^2+\omega^4)}{2x_2(1-\omega^2)-1} \quad (36)$$

여기서 우리는 영점출력시 감지방향의 변위의 진폭, x_2 를 측정함으로써 구조적으로 연성된 정도를 나타내는 계수 r^2 을 정량적으로 구할 수 있다. 따라서 위의 연성 관계는 구조적인 비연성을 이루도록 다양한 설계 최적화에 응용될 수 있을 것이며 불필요한 실험을 제거하고 기준방향으로의 가진 주파수에 따른 영점 출력을 예측할 수 있게 될 것이다.

4. 결론

본 논문에서는 수직방향의 구조 연성을 갖는 마이크로 자이로 센서의 영점 출력이 발생하는 과정을 규명하였고 기준 진동의 가진주파수 및 다양한 설계변수들이 연성에 의한 진동 및 센서 성능에 미치는 영향을 고찰하였다. 또한 이론적으로 기준방향과 감지방향의 고유진동수를 일치하기 위한 주파수 궤적의 crossing과 veering을 예측하였다. 마지막으로 영점 출력의 진폭 측정을 통하여 구조적으로 연성된 정도를 정량화할 수 있는 방법을 제시하였다.

후 기

이 논문은 1997년 한국학술진흥재단의 대학부설연구소 과제 학술연구비에 의해서 수행되었으며 이에 감사드립니다.

참고문헌

- [1] Jan Soederkvist, "Micromachined gyroscopes" *Sensors and Actuators A*, 43 (1994), pp. 65-71
- [2] 박정호, "미세가공 기술을 이용한 초소형 각속도계의 연구 동향", *Proceeding of KIEE*, Vol. 46. No. 3. 1997, pp. 26-34
- [3] Y. Mochida, M. Tamura, and K. Ohwada, "A Micromachined Vibrating Rate Gyroscope with Independent Beams for the Drive and Detection

Modes" *Proc. MEMS'99*, 1999, pp. 618-623

[4] K. Maenaka, Y. Konishi, T. Fujita and M. Maeda, "Analysis and Design Concept of Highly Sensitive Silicon Gyroscope" *Transducers '95 Eurosensors IX*, pp. 612-615, 1995

[5] K. Maenaka, Y. Konishi, T. Fujita and M. Maeda, " Analysis of a highly sensitive gyroscope with cantilever beam as vibrating mass" *Sensors and Actuators A* 54 (1996), pp. 568-573

[6]N. C. Perkins and C. D. Mote, Jr. " Comments on Curve veering in Eigenvalue Problems" *Journal of Sound and Vibration* (1986) vol. 106 (3), pp. 451-463

[7] James H. Williams, Jr. "Fundamentals of Applied Dynamics" John Wiley & Sons, INC. 1996

[8] Chong-Won Lee, "Vibration Analysis of Rotors" Kluwer Academic Publishers, 1993

[10] Y. S. Oh et. al., "A Surface-Micromachined Tunable Vibratory Gyroscope" *Proc. MEMS'97*, Nagoza Japan, pp. 272-277, 1997.

[11] K. Y. Park, C. W. Lee, Y. S. Oh, and Y. H. Cho, "Laterally Oscillated and Force-Balanced Micro Vibratory Gyroscope Supported by Fish-Hook-Shaped Springs" *Sensors and Actuators A* 64, pp. 66-76, 1998

[12] H. Song et. al., "Wafer level Vacuum Packaged De-coupled Vertical Gyroscope by a New Fabrication Process" *IEEE international MEMS'2000*, 2000