

파워트레인 마운트계 설계를 위한 진동 이론

0 원광민*, 윤희욱*, 방정환*, 강구태*

Vibration Theory to Design Engine Mount System of Powertrain

K. M. Won, H. W. Yoon, J. H. Bang, and K. T. Kang

ABSTRACT

In this paper, classical vibration theories are summarized to design engine mount system of passenger vehicles. The vibrational characteristics of powertrain system and its equation of motion are introduced. Based upon the equation, the concept of the center of gravity, the principle inertia axis, the elastic center, and the elastic axis are defined and some new concepts are suggested. The theory of mode decoupling and the relationship between TRA (Torque Roll Axis) and roll mode are also reexamined to support the design concept of engine mount systems.

1. 서론

엔진마운트의 설계시 가장 많이 고려되고 있는 항목 중의 하나가 파워트레인에 의한 차량 NVH (Noise Vibration and Harshness) 이다. 즉, 엔진 폭발에 의한 파워트레인의 진동이 차체로 전달되는 것을 최소화 하거나 또는 차체의 다른 부분에서의 진동이 파워트레인 진동에 영향을 주지않게 하기 위한 설계 방법들이 많이 사용되어져 왔다. 특히 공회전시의 진동 특성이 주요 관점이다. 이러한 관점에서 과거부터 많이 사용되는 개념들은 TRA (Torque Roll Axis), 탄성축, 탄성중심, 충격중심, 강체모드 분리, 롤(Roll) 모드 분리 등이다. 이러한 개념들은 여러 논문 [1,2,3,4] 에

서 많이 거론되었으나 체계적으로 설명한 것은 쉽게 찾아보기 힘들다.

본 논문에서는 기존에 엔진마운트 개발시 사용된 진동이론들을 정리보완하여 일관성 있는 이론을 정립하는 것을 주된 목적으로 하였다. 먼저 파워트레인의 운동방정식을 유도하고, 이 계의 정적 변위 및 자유경계 진동에 대한 이론들을 소개한 후, 강체모드들의 분리 및 파워트레인 롤 모드의 분리에 의한 1 자유도화 이론들을 설명한다.

이 논문의 결과들은 파워트레인 마운트 계뿐만 아니라 다른 회전체를 갖는 계의 마운트 설계시에도 도움이 될 것으로 보인다.

* 현대자동차, 파워트레인연구소

2. 공회전 운동 특성 및 강제 운동 방정식

파워트레인의 공회전시 운동은 엔진폭발에 의한 크랭크 샤프트 회전 2차 진동이 가장 크다 (Fig.1).

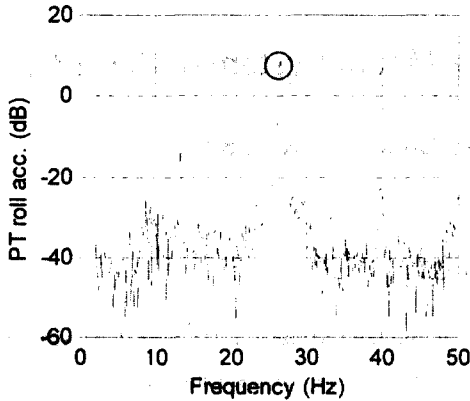


Fig. 1 Roll Angular Acceleration at Idle
(○: 2nd order component)

2차 진동 성분은 주로 20~30Hz 영역에 걸쳐져 있으며 이 때의 파워트레인은 강체로 가정할 수 있다. 또한 파워트레인의 강체의 모드 주파수는 5~15Hz에 존재한다. 따라서 위 그림에서 3Hz 이하의 영역은 엔진마운트 강성에 의하여 운동이 지배되면, 5~15Hz 영역은 강체 모드에 의해 그리고 20Hz 이상의 영역에서는 파워트레인의 관성 특성에 의해 운동이 지배된다. 또한 엔진의 폭발에 의한 힘은 크랭크샤프트를 중심으로 하는 롤(Roll) 방향으로 발생한다.

파워트레인은 6 자유도의 강체로 가정하고 엔진마운트는 3 방향의 선형 스프링으로 구성되어 있다고 가정할 수 있다 (Fig.2)

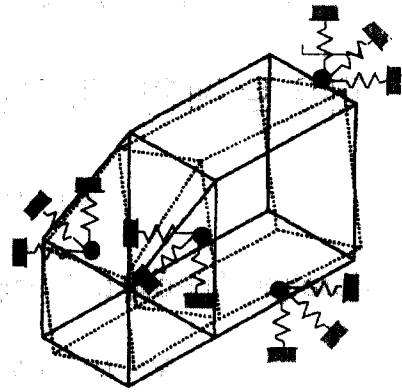


Fig. 2. Powertrain and engine mount system

이때의 선형 운동방정식은 다음과 같다.

$$[K - \lambda M]x = \bar{f}$$

여기서, λ 는 각속도의 제곱이며 x 는 질량중심에서의 직선변위와 회전변위로 이루어진 벡터이다. 또한 \bar{f} 는 외력항이다. 질량행렬과 강성행렬은 다음과 같이 표현된다.

$$K = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix}, \quad M = \begin{bmatrix} mI & 0 \\ 0 & J \end{bmatrix}$$

여기서 I 는 3x3 단위행렬이며, m 과 J 는 각각 파워트레인의 질량 및 관성행렬이다. 강성행렬의 각 요소들은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} K_{11} &= \sum K_i \\ K_{12} &= -\sum K_i \bar{p}_i \\ K_{22} &= \sum \bar{p}_i^T K_i \bar{p}_i \end{aligned}$$

여기서 K_i 는 각 마운트의 요소 강성행렬이며, K_{11} 과 K_{22} 는 직선 및 회전 방향으로의 강성행렬이고, K_{12} 는 직선방향과 회전방향이 연결된 강성행렬이다. 변위 벡터 \bar{p}_i 는 질량중심에서 각 마운트까지의 변위를 나타내며, \bar{p}_i 는 다음과 같이 정의된다.

$$\tilde{p} = \begin{bmatrix} 0 & -p_z & p_y \\ p_z & 0 & -p_x \\ -p_y & p_x & 0 \end{bmatrix}$$

이 운동방정식은 주파수 영역에 따라 다음과 같은 3 개의 영역으로 구분하여 볼 수 있다.

Table 1. 운동 지배 영역

주파수 영역	상태	운동방정식
Small (3Hz)	정적변위	$Kx=f$
Medium	모드 지배	$[K-\lambda M]x=f$
Large (>20Hz)	자유경계진동	$-\lambda Mx=f$

위의 3 영역에 대한 진동 특성을 잘 살펴보면 전통적으로 기술되어지는 엔진마운트의 기본 이론에 대한 이해를 얻을 수 있다. 특히, 자유경계진동 및 정적변위에서의 운동방정식은 기본적으로 동일한 형태이기 때문에 어느 한 방정식에서 정의되는 개념들은 다른 방정식에도 이용 가능하다.

3. 자유경계 진동 이론

공회전시 20Hz 이상의 자유경계진동 상태에서의 운동방정식은 파워트레인의 관성특성에 의해 지배되는 영역이다. 먼저 질량중심과 주관성축에 대한 정의를 다음과 같이 정의하면 다음절에서 설명될 정적 변위이론과 연계하여 이해하기 쉽다.

질량중심(Mass Center): 어느 점으로 외력을 가했을 때 직선운동만 발생하고 회전운동은 발생하지 않을 때 그 점을 지칭 함.

주관성축(Principle Inertia Axis): 어느 축으로 우력이 주었졌을 때 그 축 방향으로만 회전운동이 발생할 때 그 축을 지칭함.

위의 정의들과 더불어 엔진마운트 설계시 중

요한 개념은 TRA (Torque Roll Axis) 이다. TRA 는 자유경계조건 하에서 우력이 가해질 때 강체의 운동을 정의한다.

TRA (Torque Roll Axis): 강체가 자유경계조건 하에서 어느 임의의 방향으로 우력이 가해졌을 때, 이 강체는 어떤 다른 임의의 축을 중심으로 회전운동을 한다. 이때 이 회전운동 축을 지칭한다.

파워트레인의 경우 우력은 크랭크샤프트 축으로 발생하며 TRA 축은 이 축과 유사한 방향으로 형성된다. TRA 가 중요한 이유는 이 축이 공회전시 운동을 대표한다고 볼 수 있기 때문이다. 그 이유는, 위의 설명에서 파워트레인이 20Hz 이상의 영역에서는 자유경계진동 운동과 거의 유사한 운동을 하며, 공회전시 주요 진동 성분인 2 차 성분은 20~30Hz 사이에 존재한다고 하였으므로 공회전시의 주요 진동 형상은 TRA 축을 중심으로 진동하는 형상으로 볼 수 있기 때문이다.

4. 정적 변위 이론

정적변위 ($\lambda=0$) 에 대한 운동은 강성행렬만으로 변위 특성이 특징지워진다. 이때의 변위 특성을 나타내기 위해서 사용하는 유용한 정의들은 다음과 같은 것이 있다.

가상탄성중심(Pseudo Elastic Center): 어느 한 점으로 힘을 가할 때 직선운동만 발생하고 회전운동은 발생하지 않을 때 그 축을 지칭함.

탄성축(Elastic Axis): 어느 한 축으로 힘 또는 우력을 주었을 때 그 축 방향으로만 직선변위와 회전변위가 발생할 때 그 축을 지칭함.

탄성중심(Elastic Center): 탄성축이 교차하는 점.

가상탄성중심은 문헌에서 적당한 개념을 찾을 수 없어 새롭게 정의한 개념이다. 수학적으로는 다음조건을 만족하는 경우이다.

$$K_{,12} = -\sum K_i \tilde{p}_i = 0$$

가상탄성중심은 질량중심에 대응되는 개념이다. 그러나 질량중심과는 다르게 가상탄성중심은 일반적으로 존재하지 않는다. 탄성축은 주관성축과 대응되는 개념으로 이 축 또한 일반적으로는 존재하지 않는다. 따라서 탄성중심 또한 일반적으로는 존재하지 않는다. 탄성축은 또한 직선변위만으로 정의되는 탄성축과 회전변위만으로 정의되는 탄성축으로 분리하여 생각할 수 있다.

이러한 개념들은 과거부터 주로 파워트레인의 정적 변위 특성을 이해하고 강제 모드들을 분리하기 위하여 연구되고 사용되어 졌다. 3 차원계에 대해서는 탄성축 및 탄성중심이 일반적으로 존재하지 않으나, 2 차원계에서는 이것들이 존재한다. 따라서 파워트레인계를 2 차원으로 단순화하고, 탄성축과 탄성중심을 적절히 조절하여 모드들을 분리시키는 방법을 사용하였다.

TRA와 대응하는 개념을 정적상태에서도 다음과 같이 새롭게 정의할 수 있다.

정적 TRA (Static TRA): 정적상태에서 강체에 어느 임의의 방향으로 우력이 가해지고, 이때 강체의 질량중심의 이동이 직선변위가 없고 어떤 임의의 방향으로 회전변위만 존재할 때 회전이동 축을 정적 TRA라 한다.

정적 TRA 역시 일반적으로는 존재하지 않는다. 이것은 앞으로 정의될 롤 모드 분리에서

중요한 개념이다.

5. 파워트레인 모드 분리 이론

파워트레인 강제모드들을 분리시키려는 노력은 과거에서부터 많이 사용되는 개념이다. 여기서 모드 분리의 의미는 파워트레인의 각 모드들이 직교한다는 의미이며 좁게 사용되는 의미는 3개의 모드가 차량의 전후, 좌우, 상하 방향으로 또 다른 3개의 모드가 차량의 롤(Roll), 피치(Pitch), 요(Yaw) 방향으로 일어나는 것을 의미한다. 이를 통하여 얻을 수 있는 잇점은 한 모드로의 가진에 의한 운동이 다른 모드들을 가진하지 않는다는 것이다. 예를 들어 차량의 주행중 발생하는 진동은 상하진동이며, 이 진동은 파워트레인을 상하로 가진하는 역할을 한다. 따라서 파워트레인의 상하모드가 분리되어 있다면, 이것의 운동은 상하방향만으로 발생하여 운동이 단순해져 이해하기 쉽고 따라서 진동 제어가 용이하게 된다.

모드 분리 이론들은 앞에서 설명한 정적변위 및 자유경계 진동과 밀접한 관계가 있어 이들 이론들을 잘 이용하면 모드 분리 이론들을 이해하기 쉽다. 이론적으로 모드 분리는 다음식의 조건을 만족할 때 이루어진다.

$$M_i // K_i$$

여기서 M_i 및 K_i 는 각각 질량행렬과 강성행렬의 i 번째 세로항으로 이루어진 벡터이다. 이 식의 증명은 고유치 문제로부터 얻을 수 있다. 이를 파워트레인계에 적용하면, 먼저 파워트레인의 직선운동모드와 회전운동모드가 분리되기 위해서는 질량중심과 가상탄성중심이 일치해야 한다. 또한 각 직선운동모드들이 비연성되기 위해서는 탄성축이 차량좌표 축(전후, 좌우, 상하 방향 축)과 일치해

야 한다. 각 회전운동모드들이 비연성되기 위한 조건은 직선운동모드들의 비연성조건에 비하여 좀더 복잡하다. 과거에 탄성축을 차량 좌표축과 일치시키는 것으로 비연성조건을 설명한 경우가 있는데 이는 틀린 설명이다. 이때의 비연성 조건은 위 식에서와 같이 질량관성행렬 및 회전강성행렬(K_{22})의 세로벡터 들간의 평형조건으로부터 얻어진다.

6. 롤 모드 분리

엔진 마운트의 설계시 가장 많이 사용되는 방법 중의 하나가 엔진폭발에 의한 우력이 하나의 모드(롤 모드)만을 가진하게 하여 파워트레인이 마치 1 자유도계처럼 진동하게 하는 것이다. 이 방법을 통하여 얻을 수 있는 가장 큰 장점은 (1) 문제가 단순화되며, (2) 롤 방향의 진동이 다른 모드들을 가진하지 않는다는 것이다.

일반적인 강체에 f 의 힘이 작용할 때, 만약 정적변위 및 자유경계 진동이 서로 평형한다면 ($K^{-1}f // M^{-1}f$) 이 강체는 1 자유도 운동을 하며, 이 때의 변위 및 진동형상이 이 1 자유도 계의 진동 모드이다. 아이 증명은 다음식으로부터 얻을 수 있다.

$$M^{-1}f = \phi \bar{\phi} f \equiv \phi g$$

$$K^{-1}f = \phi \Lambda \bar{\phi} f \equiv \phi \Lambda g$$

여기서, ϕ 및 Λ 는 모드 형상 및 고유진동수로 이루어진 행렬이다. 조건 $K^{-1}f // M^{-1}f$ 을 만족하기 위해서는 Λ 가 cI 로 표현되든지 (모든 고유진동수가 동일) 또는 g 가 한 성분만 값을 갖고 나머지는 0인 경우 (어느 한 모드를 제외한 다른 모드와는 직교)이다. 즉 고유진동수가 모두 동일하지 않은 일반적인 경우, 정적변위와 자유경계진동 운동이 평형하면 강체는 하나의 모드만이 관계되는 1 자유도계로 운동한다.

위의 관계를 파워트레인에 적용하면 파워트레인이 크랭크샤프트에 발생하는 엔진폭발우력에 대해 1 자유도 운동을 하기위한 조건은 TRA와 정적 TRA가 일치하는 경우이다. 이 조건은 고유치 문제를 풀지 않더라도 파워트레인계의 질량행렬 및 강성행렬만으로 조건을 계산할 수 있어 편리하게 사용된다.

7. 결론

본 논문에서는 파워트레인의 엔진마운트 설계를 위한 과거의 진동 이론들을 새롭게 정리하였다. 파워트레인계의 정적변위와 자유경계 진동에 대한 이론들을 상호 연관되어 이해할 수 있게 수립하였으며, 모드 분리 이론과 TRA와 롤 모드와의 관계를 이론적으로 정리하였다.

참고문헌

- (1) P. E. Geck and R. D. Patton, 1984, "Front Wheel Drive Engine Mount Optimization", SAE Paper No. 840736, pp. 123-134
- (2) D. M. Ford, 1985, "An Analysis and Application of a Decoupled Engine Mount System for Idle Isolation", SAE Paper No. 850976, pp. 133-142
- (3) I. Morita, Y. Nozawa, K. Arai, 1983, "On Noise and Vibration from Engines Transersely Installed in Front Wheel Drive Cars", JSAE Review (November 1983), pp. 24-31
- (4) T. Arai, T. Kubozuka, and S. D. Gray, 1993, "Development of an Engine Mount Optimization Method Using Modal Parameters", SAE Paper No. 932898, pp. 2343-2349