

## 후륜구동차량의 동력전달장치의 고유진동형 분석

### Vibration Mode Analysis of Power Train on a Rear Wheel Drive Car

발데마르 슈틸러\*, 유충준\*\*

Waldemar Stuehler and Chungjun You

Key Words : Power Train(동력 전달장치), Coupling influence(커플링 효과)

#### ABSTRACT

The Roadway caused through Power Train engine vibration and bad ride comfort. It is very important to analyze the vibratory characteristics. The mathematical models on the Power Train, which is composed of engine-/transmission block, universal joint shaft, differential, rear axle arm and wheels, are developed and is verified by the experiments. This Paper describes the coupling influence occurred through a complete drive system for the power train. Dies study is carried out computationally with a calculation program and experimentally with the aid of the mode analysis.

#### 1. 서 론

오늘날 많이 사용되고 있는 앞엔진·후륜구동차량에서는 앞과 뒷 차축을 연결하는 구동축이 유니버설 조인트를 통하여 결합되어 있으며, 이때 밸진과 아이들링 그리고 주행관계 및 소음과 진동은 승차감에 영향을 준다.

승용차에서는 파워 트레인에서 발생하는 서로 다른 가진원에 의하여 진동이 발생하며 그 진동은 프레임 또는 차체에 전달되어진다. 예를 들어 엔진이나 변속기에서 나는 진동은 구동축과 종감속 장치를 거쳐 차체로 전달되어진다. 전륜 또는 표준구동 차량의 소음과 진동문제를 푸는 방법으로서 차체로 전달되는 진동을 제한하기 위하여 회전체를 프

레임 혹은 차체에 고무·금속·탄성체로 지지해 줌으로서 전후 바퀴구동모멘트 또는 유니버설 조인트의 회전모멘트가 차단되고 있다. 몇 가지 진동 문제들은 직접 엔진마운트와 관련되어 있다. 이것들은 공회전시의 엔진떨림, 엔진마운트를 통한 구동장치의 공진현상의 전달, 엔진과 차체 진동의 상호작용 등이다. 또한 엔진마운트에서의 엔진 진동은 진동안락감에 특히 커다란 영향을 준다.

환경에 미치는 이러한 차동차의 스프링초화의 영향은 다양하다. 승차감 또는 운전자의 상태안전성 뿐만 아니라 바퀴의 노면 접촉, 그로 인한 주행안전성이 이러한 것에 종속되어 있다. 그밖에 스프링초화는 진동하중과 적하물의 손상과 이에 종속되어 있는 수명과 수리비용 등에 영향을 준다. 이러한 것들은 최적화시에 고려해야 할 문제들이다. 본 논문에서는 엔진과 변속기를 포함한 파워 트레인이 프로펠러 샤프트를 거쳐 종 감속기와 연결된

\* 베를린 공과대학교 차량공학부 진동역학 연구소

\*\* 경기대학교 전자기계공학부 기계공학과

표준 구동시스템을 다루었다. 구동시스템의 사항은 서로 다른에서도 불구하고 거의 모든 경우에 있어서 굽힘과 비틀림 진동 발생문제는 유사하다. 리어 드라이브 샤프트와 서스펜션에 작용하여 차체에 전달되는 하중에 미치는 엔진 마운트의 영향은 확실히 경험되고 있다. 따라서 본 논문에서는 이러한 관계가 연구되어지며 차체로 유도되는 진동이 감소될 수 있는 가능성을 개발하기 위하여 진동발생에 대한 관계를 정확히 연구하는데 그 목적이 있다.

## 2. 구동 시스템의 수학적 모델과 해법

본 연구를 수행하기 위하여 적절한 모델이 설정되어져야 한다. 이러한 모델로 엔진과 변속기블록, 프로펠러 샤프트, 종감속 기어와 리어 드라이브 샤프트 그리고 리어 액슬 암의 진동이 계산되어진다. 이를 위하여 Fig. 1과 같은 수학적 모델로 MBS(multi body system)을 선정하였다. 변속기와 종감속기어의 변속비는 한편으로는 탄성에, 다른 한편으로는 회전 모멘트값에 직접적인 영향을 준다. 본 연구에서는 엔진과 변속기블록, 종감속기어 그리고 리어 액슬 암을 강체로 취급하였으며, 여기서 변속기의 변속비는 1로 가정하였다.

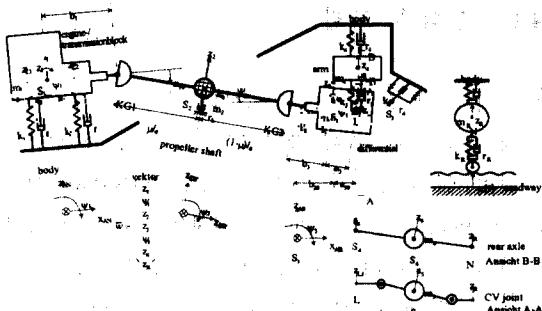


Fig. 1 Drive system an rear wheel drive

고유치문제에 대한 해는 선형화 된 모델을 바탕으로 하여 만들어 진 운동방정식에 QR-방식을 이

용하여 구한다. 자동차진동의 고유 성질을 구하거나 최적화하기 위해서는 구조상 모든 영향요소와 작동에 관하여 가능한 한 정확한 지식이 요구된다. 그때 진동관계를 실험에 의하여 규명할 수 있다. 자동차의 실제 진동관계는 실험에 의한 모드분석에 의하여 규명하며, 그 결과를 질적인 면에서 평가한다.

## 3. 진동 모드 분석을 위한 이론적 배경

안전성, 속도감, 소음에 대한 요구가 높아짐에 따라 자동차 전체의 진동특성에 대하여 광범위하고 정확한 분석이 필요하다. 모든 진동시스템은 공진과 진동절연범위가 있으며, 이것은 자동차측면에서 볼 때 임의의 조정이 요구된다. 따라서 자동차분야에서는 원하지 않는 공진과 진동형을 피하기 위하여 모드분석의 중요성이 강화되고 있다. 시스템으로서는 시스템 상호간에 종속적이고 특징적인 현상을 나타내기 위해서 항상 전 구동열을 우선적으로 취급한다.

다음에서는 계산에 의한 첫단계로서 모델에 대하여 모드분석을 수행한다. 그 다음에는 선형시스템에 대한 전달 함수를 구한다. 이를 위한 풀이과정을 다음과 같다.

### 3.1 고유치와 고유진동형

진동 시스템의 특징을 규명하기 위해서는 선형 진동의 모드 값으로서 고유 진동수와 감쇠계수를 구할 수 있다. MBS의 자유진동에 관한 일반적인 선형운동미분방정식은 다음과 같다.

$$\underline{M} \cdot \ddot{\underline{w}}(t) + \underline{D} \cdot \dot{\underline{w}}(t) + \underline{C}_0 \cdot \underline{w}(t) = 0 \quad (1)$$

일반적인 지수함수형 보조해

$$\underline{w}(t) = \hat{\underline{w}} \cdot e^{\lambda t} \quad (2)$$

를 이용하면 대수 방정식

$$(\lambda^2 \cdot \underline{\mathbf{M}} + \lambda \cdot \underline{\mathbf{D}} + \underline{\mathbf{C}}_0) \cdot \hat{\mathbf{w}} = 0 \quad (3)$$

과 이로부터 고유치  $\lambda$ 를 구하기 위한 소위 특성 방정식

$$\det(\lambda^2 \cdot \underline{\mathbf{M}} + \lambda \cdot \underline{\mathbf{D}} + \underline{\mathbf{C}}_0) = 0 \quad (4)$$

이 얻어진다.

표준형 알고리즘을 적용하기 위하여 우선  $\hat{\mathbf{w}}(t) = \mathbf{v}(t)$ 로 치환하면 정방형 정규 질량 매트릭스  $\underline{\mathbf{M}}$  즉,  $\underline{\mathbf{M}} \cdot \underline{\mathbf{M}}^{-1} = \underline{\mathbf{M}}^{-1} \cdot \underline{\mathbf{M}} = \mathbf{I}$ , 단위 매트릭스  $\mathbf{I}$  그리고  $\det(\underline{\mathbf{M}}) \neq 0$ 의 가정하에 2차 미분방정식이

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\mathbf{w}} &= \mathbf{v} \\ \dot{\mathbf{v}} &= -\underline{\mathbf{M}}^{-1} \cdot \underline{\mathbf{D}} \cdot \mathbf{v} - \underline{\mathbf{M}}^{-1} \cdot \underline{\mathbf{C}}_0 \cdot \mathbf{w} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

와 같이 1차 미분 방정식으로 전환된다.  
다음과 같은 보조해

$$\mathbf{w} = \hat{\mathbf{w}} \cdot e^{\lambda t}, \quad \mathbf{v} = \dot{\hat{\mathbf{w}}} \cdot e^{\lambda t}$$

를 이용하면 아래와 같은 대수 방정식

$$\left. \begin{aligned} \lambda \cdot \hat{\mathbf{w}} &= \dot{\hat{\mathbf{w}}} \\ \lambda \cdot \dot{\hat{\mathbf{w}}} &= -\underline{\mathbf{M}}^{-1} \cdot \underline{\mathbf{D}} \cdot \dot{\hat{\mathbf{w}}} - \underline{\mathbf{M}}^{-1} \cdot \underline{\mathbf{C}}_0 \cdot \hat{\mathbf{w}} \end{aligned} \right\}$$

과 특수 고유치 문제

$$\lambda \cdot \hat{\mathbf{u}} = \underline{\mathbf{A}} \cdot \hat{\mathbf{u}} \text{ 또는}$$

$$(\underline{\mathbf{A}} - \lambda \cdot \mathbf{I}) \cdot \hat{\mathbf{u}} = 0 \quad (7)$$

를 얻을 수 있다. 여기서

$$\hat{\mathbf{u}} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{w}} \\ \dot{\hat{\mathbf{w}}} \end{bmatrix}, \quad \underline{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\underline{\mathbf{M}}^{-1} \cdot \underline{\mathbf{C}}_0 & -\underline{\mathbf{M}}^{-1} \cdot \underline{\mathbf{D}} \end{bmatrix}$$

이다. 무의미한 해를 갖지 않기 위해서는

$$\det(\underline{\mathbf{A}} - \lambda \cdot \mathbf{I}) = 0 \quad (8)$$

인 조건이 성립되어야 한다. 이러한 특성식에 의

하여 고유치  $\lambda_j$ 를 구할 수 있다. 식 (7)은 시스템 매트릭스  $\underline{\mathbf{A}}$ 의 고유치 과제이며, 고유치  $\lambda_j$ 를 대입하므로 고유벡터  $\hat{\mathbf{u}}$ 를 구할 수 있다.

### 3.2 전달 함수

진동을 하는 선형시스템의 전달 매트릭스를 구하기 위해서는 원진동수  $\Omega_e$ 를 가진 다음과 같은 조화 가진력을 고려한다.

$$\mathbf{p}(t) = \hat{\mathbf{p}} \cdot \cos(\Omega_e t)$$

운동 방정식은

$$\underline{\mathbf{M}} \cdot \ddot{\mathbf{w}}(t) + \underline{\mathbf{D}} \cdot \dot{\mathbf{w}}(t) + \underline{\mathbf{C}}_0 \cdot \mathbf{w}(t) = \hat{\mathbf{p}} \cdot \cos(\Omega_e t)$$

이 되며, 지수함수의 보조해

$$\mathbf{w}(t) = \hat{\mathbf{w}} \cdot e^{i\Omega_e t}$$

를 고려하면

$$\hat{\mathbf{w}} = (-\Omega_e^2 \cdot \underline{\mathbf{M}} + i\Omega_e \cdot \underline{\mathbf{D}} + \underline{\mathbf{C}}_0)^{-1} \cdot \hat{\mathbf{p}} = \underline{\mathbf{H}}(i\Omega_e) \cdot \hat{\mathbf{p}}$$

를 얻을 수 있다. 여기서  $\underline{\mathbf{H}}(i\Omega_e)$ 는 구하고자 하는 전달함수의 매트릭스다.

## 4. 진동 모드 분석

### 4.1 실험적 고찰

실험에 의한 모드 분석으로부터 수동시스템 요소들의 고유 진동수와 감쇠계수 및 고유 진동형을 측정할 수 있다. 이를 위하여 승용차 BMW 316ki (1995/1996)로 진동실험을 수행하였으며, 측정위치는 Fig.2에 나타낸 바와 같다. 과제의 해를 위하여 주어진 계산모델 범위 내에서는 수직방향의 진동측정으로 충분하다.

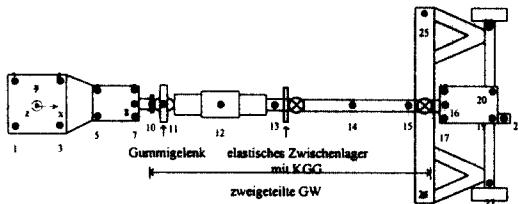


Fig. 2 Schematic tables of representation of the entire drive system and of the measurement places

프로펠러 샤프트의 유무에 따른 구동 시스템의 모드 분석의 결과로서 50Hz 내에서 측정 비교한 전달함수를 Fig. 3에 표현하였다.

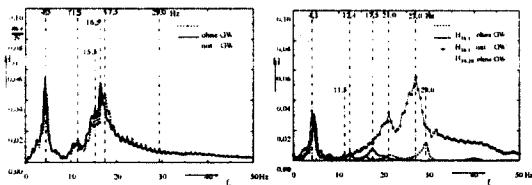


Fig. 3 Transfer functions which were measured by the Engine-/transmission block and/or the differential-/rear axle block

엔진 현가장치의 비선형성으로 인하여 시스템은 공진성 증폭 진동을 수행한다. 따라서 많은 실험을 통하여 공진 진동수를 측정하고 Fig. 3 으로부터 다음과 같이 커플링의 영향에 대하여 조사한다:

- 차체 공진진동수 4.5 Hz에서는 커플링에 의하여 진폭이 증폭됨을 알 수 있다.
- 11.5 Hz에서는 엔진-/변속기 블록의 공진진동수가 놓여 있다.
- 16.0 Hz는 엔진-/변속기 블록의 공진진동수에 해당되는데, 커플링의 영향으로 이 진동수에서의 공진이 종감속기어-/뒤차축의 전달함수에 나타난다.
- 21Hz 와 27Hz 에서의 공진현상은 엔진-/변속기 블록의 전달함수에 나타나기 않으며, 따라서 이는 종감속기어-/뒤차축현가의 탄성과 관련있음을 알 수 있다.

다음 그림 Fig. 4 에서는 구동 시스템이 선형임을 가정하여 위에 보인 공진진동수와 프로펠러 샤프트의 고유진동수에서 고유진동형을 보이고 있다.

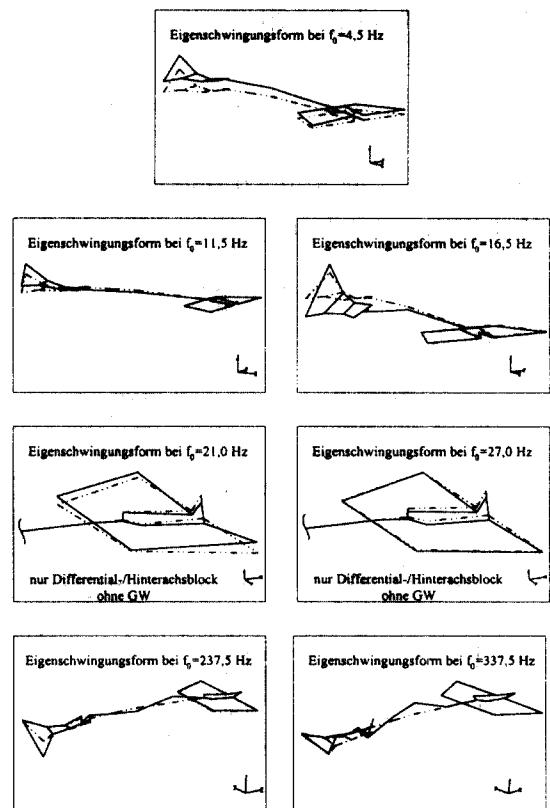


Fig. 4 The measured natural mode

- 4.5Hz 에서는 엔진-/변속기블록과 종감속기어-/뒷차축블록이 동위상 병진운동을 행하고 있다.
- 11.5Hz 에서는 엔진-/변속기블록이 수직 진동을 하며, 이로 인하여 프로펠러 샤프트도 따라 움직인다.
- 16.5Hz 에서는 엔진-/변속기블록이 횡축에 대한 회전 진동을 하며, 뒷바퀴와 리어 액슬 암은 종감 속기어에 대하여 역위상 진동한다.
- 21.5Hz 에서는 종감속기어가 횡축에 대한 회전 진동을 하며, 뒷바퀴와 리어 액슬 암은 종감 속기어에 대하여 역위상 진동한다.
- 27.0Hz 에서는 종감속기어가 병진운동을 한다.

- 237.5Hz 와 337.5Hz 는 프로펠러 샤프트의 고유진동수로서 분할된 프로펠러 샤프트가 굽힘 진동을 함을 알 수 있다.

## 4.2 계산에 의한 고찰

Fig. 5 에서는 전달함수  $H_{ij}(f_n)$ ,  $i=1,\dots,7$  를 엔진 회전수에 따라 표현하였으며, 그 전달함수들은 Maxwell 의 교환법  $H_{ij}(f_n)=H_{ji}(f_n)$ 에 의하면 전달함수  $H_{ji}(f_n)$ ,  $i=1,\dots,7$  와 같다고 볼 수 있다.

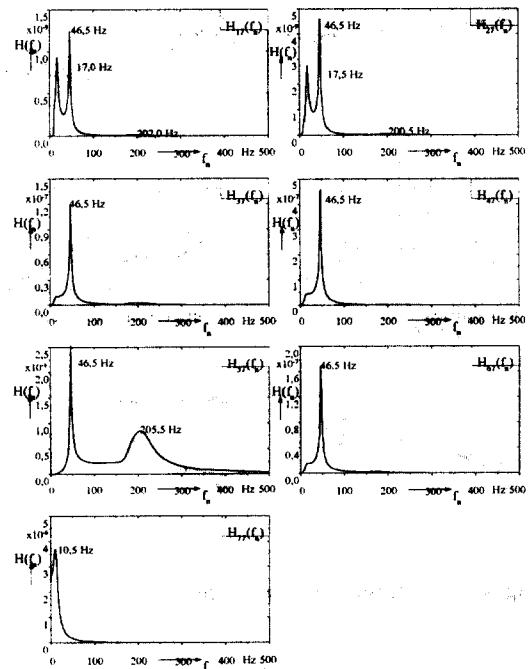


Fig. 5 Transfer functions  $H_{ij}(f_n)$ ,  $i = 1, \dots, 7$

종감속기어와 차륜은 CV joint 의 질량에 의해서 커플링되어 있다. 따라서 뒷차륜의 진동시에는 종감속기어도 같이 운동을 하게 된다. 뒷차륜진동에 의하여 종감속기어의 수직진동에 대한 공진현상이 엔진-/감속기블록에 전달됨을 전달함수  $H_{27}(f_n)$ 와  $H_{27}(f_d)$ 에서 알 수 있다. 그러나 차륜현가장치의 고유 진동수  $f_d$ 에서는 공진현상을 보이지 않고 있다. 따라서 엔진현가장치에 미치는 차륜현가장치

의 영향은 무시할 정도로 작음을 보이고 있는데 그 이유는 종감속기어와 차륜이 서로 CV jointd 의 질량에 의해서 커플링 되어있는 것으로 간주 하였기 때문이다. Fig. 6에서 감쇠를 고려하지 않은 상태에서 수치적 계산에 의하여 구한 전 구동시스템의 고유 진동형을 표현하였다.

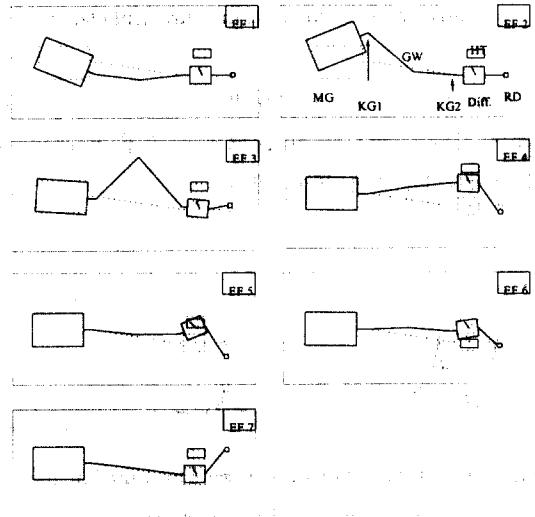


Fig. 6 The numerical natural mode

고유 진동형 EF1 에서는 엔진-/변속기블록이 실질적으로 순수한 회전운동을 하는데, 이는 한편으로는 엔진-/변속기블록이 무게중심에서 수직방향의 병진운동을 하고, 다른 한편으로는 프로펠러 샤프트의 질량의 영향과 그의 역방향 운동에 따라 엔진-/변속기블록이 횡차축에 대하여 회전운동을 하기 때문이다. 따라서 전 자유도 측면에서 보았을 때 고유진동형 EF1 은 우선적으로 엔진-변속기블록의 병진운동형으로 간주할 수 있다. 나머지 구성체들은 거의 정지상태에 있다. 고유 진동형 EF2 에서는 엔진-/변속기블록이 수직방향으로의 병진운동과 동시에 횡차축에 대한 역 회전운동을 행한다. 반면에 프로펠러 샤프트는 S-형으로 굽힘이 일어나며, 그 외 나머지 장치들은 거의 정지상태에 있다. 고유 진동형 EF3 에서는 프로펠러 샤프트의 굽힘진동이 일어나며, 엔진-/변속기블록

과 종감속기블록은 프로펠러 샤프트의 병진운동에 대하여 역 회전운동을 행한다. 고유 진동형 EF4에서는 종감속기어의 병진운동이 일어나는데, 리어 액슬 암과 종감속기어는 동위상 운동을 한다. 종감속기어의 병진운동의 고유 진동수가 리어 액슬 암의 전달함수  $H_{6,6}(f_n)$ 에서 증폭범위에 있기 때문에 고유 진동형 EF4가 일어날 때는 차체에 집중적인 진동전달이 일어난다. 고유 진동형 EF5에서는 다음과 같은 진동 현상을 알 수 있다. 엔진-/변속기블록은 정지상태에 있으나, 종감속기어는 회전운동을, 리어 액슬 암은 작은 변위의 움직임을 보이고 있다. 이때 후륜은 비교적 큰 폭의 역방향 병진운동을 행하고 있음을 알 수 있다. 고유 진동형 EF6에서는 리어 액슬 암이 병진운동을 보이고 있는 반면에 종감속기어는 역방향의 회전과 병진운동을 하고 있음을 알 수 있다. 이 경우에도 엔진-/변속기블록은 거의 정지상태와 있다. 고유 진동형 EF7은 차륜의 수직진동을 확실하게 보이고 있는 반면에 이로 인하여 다른 구성체는 작은 변위의 움직임을 보이고 있다. 이는 차륜이 탄성에 의하지 않고 CV joint나 차축의 질량을 매개체로 종감속기어 및 리어 액슬 암에 커플링되어 있기 때문이다.

4.1 절에서와 같이 실험에 의하여 측정한 11.5 Hz 와 16.5Hz에서의 고유 진동형은 계산에 의하여 얻은 진동형 EF1과 EF2와 일치하고 있음을 보이고 있다. 그것은 Fig. 1에 표현한 모델로써 계산에 의해서 구동 시스템의 고유 성질에 대한 옳바른 결과를 얻을 수 있음을 보이고 있다.

## 5. 결론

우선 측정결과에 따라 다음과 같은 결론을 내릴 수 있다.

실험결과에 의하면 Fig. 1에서와 같이 선택된 구동 시스템으로 계산적인 방법에 따라 엔진-/변속기 블록, 프로펠러 샤프트, 디퍼렌티알-/뒷

차축 블록과 차체사이의 진동에 대한 전달 관계를 정확히 구할 수 있다.

엔진/변속기블록 그리고 디퍼렌티알-/뒤차축 블록의 현가장치는 50Hz 이하에서, 유니버설 조인트 축은 200Hz 이상에서 고유진동수는 갖는다. 즉, 자동차의 구조물 고유진동수는 4.5 Hz이며 엔진-/변속기블록의 수직방향 고유 진동수는 11.5 Hz, 회전 고유진동수는 16.5 Hz에 놓여 있다.

프로펠러 샤프트가 엔진 고유 진동수에 미치는 영향은 작다.

프로펠러 샤프트에 의한 연결로서 엔진블록과 디퍼렌티알전동은 상반되게 영향을 받으나 그 상반된 영향은 매우 작다.

뒷바퀴 진동이 엔진에 미치는 영향 그리고 엔진 진동이 뒷바퀴에 미치는 영향은 작다.

## 참고 문헌

- (1) 유 충준 : Karosseriebelastungen aufgrund verschiedener Erregungsquellen, insbesondere aus Motorlagerkräften, bei Antriebssträngen in Personenkraftwagen, 학위논문, TU-Berlin, 1999
- (2) W. Stuehler : Fahrzeugdynamik, Fortschritte der Kraftfahrzeugtechnik 1, Vieweg, Braunschweig/Wiesbaden 1988
- (3) H-P. Willumeit : Modell und Modellierungsverfahren in der Fahrzeugdynamik, B.G. Teubner Stuttgart, Leipzig, 1998
- (4) F. Kuecuejay : Antriebsstrang-Aufhaeungsdynamik im Zusammenhang mit der Reduzierung der Geräuschabstrahlung, Fahrzeugdynamik-Fachtagung 1990 in Essen, Antriebsstrang-Aufhaeungsdynamik
- (5) N. Paul-Gerhard Frank : Untersuchungen ueber das Resonanzverhalten von gekoppelten Biege- und Torsionssystemen mit eingebauten Kreuzgelenken, Diss. TU Berlin 1991