

웨이브렛 해석을 이용한 승용차의 충격 하쉬니스 개선

⁰이 상권*

A Study on Estimation of Damping Coefficient Using Wavelet Transform and Its Application to the Evaluation of Harshness in Passenger Car

Sang-Kwon Lee

ABSTRACT

Estimation of damping ratio for vibration signals measured on the passenger car's seat is useful for the objective evaluation of impact harshness in car. The vibration signal is a transient signal represented by many coupled modes of suspension system. Wavelet transform automatically decouples these modes in the time-frequency domain. Damping ratios for decoupled modes are obtained by logarithmic treatment for the Wavelet transformed signal. The objective evaluation using Wavelet transform has been well corresponded with subjective evaluation done by skilled engineers.

1. 서론

자동차에 있어서 승차감(Ride Comfort)은 핸들링(Handling) 및 안전도(Stability)와 더불어 자동차의 성능 개선을 위해서 오랜 동안 연구가 수행되어져 왔다. 특히 하쉬니스(Harshness)의 개선은 차량의 승차감을 개선하는데 있어서 중요한 부분이다^(1,2). 충격 하쉬니스(Impact Harshness)는 자동차가 도로 주행중 돌기 부분을 통과할때 발생하는 충격 진동의 감지로 인식되는데, 주관적인 평가와 객관적인 평가가 있다. 주관적인 평가는 시험자의 감성에 의지하는 반면, 객관적인 평가는 충격 진동 신호의 초기진폭과 진동의 감쇠량(Damping Ratio)에 의해서 일반적으로 평가 되고 있다⁽³⁾. 1 자유도(Single Degree of Freedom)를 가진 시스템의 진동 감쇠량 측정은 신호의 엔벨로프(Envelope)⁽⁴⁾를 통하여 예측 할수있다. 또한 주파수 응답함수를 이용하여 공진 주파수에서 진폭이 3dB 적은곳의 주파수밴드(Bandwidth)를 측정하여 예측하는

방법도 있다⁽⁵⁾. 그러나 도로의 돌기 부분을 통과 시 발생하는 승객 좌석에서의 충격 진동은 자동차의 현가시스템의 각종 진동 모드(Mode)가 연성(Couple)된 상태의 진동을 운전자에게 짧은 시간 동안 전달하여 감쇠되는 비정상신호(Non-Stationary Signal)이므로 신호의 감쇠과정(Damping Process)이 복잡하다. 이 경우 각종 모드가 연성된 신호의 엔벨로프를 측정하여 충격 신호의 감쇠량을 예측하기는 어렵다. 또한 감쇠량이 적은 신호의 경우 주파수 응답함수를 이용할 경우 오차가 크다⁽⁵⁾. 본 논문에서는 감쇠과정이 복잡한 충격신호의 감쇠량을 정확히 예측하기 위해서 WT⁽⁶⁾(Wavelet Transform)을 하고자 한다. 특히 WT는 저주파에서 주파수 분해능을 증가 시키고, 고주파에서는 시간 분해능을 증가 시킴으로서 충격 신호의 시간-주파수해석에 많이 이용되고 있다. 최근에는 WT를 이용하여 다 자유도계를 가진 시스템의 감쇠량의 평가에 관한 연구가 진행 응용

* 인하대학교 기계공학과

되고 있다⁶⁾. 본 논문에서는 승차감의 개선을 위해서 충격 하쉬니스에 영향을 주는 현가 시스템 (Suspension System)의 변경에 따른 충격 신호의 변화를 WT 를 이용하여 시간-주파수 영역에서 분해 (Decomposition)하여, 변경된 시스템의 감쇠량 초기진폭을 예측하여 하쉬니스에 대한 객관적인 평가를 하였고, 이것을 숙련된 시험자들의 주관적인 평가와의 관계를 확인하였다.

2. 웨이브렛 변환을 이용한 감쇠율의 측정

2.1 웨이브렛변환의 이론

신호의 주파수 해석을 위해서 오래동안 사용되어지고 있는 FT(Fourier Transform)은 신호를 푸리에 계수(Fourier Coefficient)에 의해서 주어지는 삼각함수의 선형적인 합성으로 분해한다. 이 방법은 해석시 삼각함수가 시간에 대해서 무한한 성질 때문에 신호에 대한 지역정보(Local Information)을 얻지 못할수가 있다. 이 문제를 해결하기 위해서 Gabor⁷⁾는 신호 $x(t)$ 를 시간-주파수 영역의 정사각형에 할당하여, 시간-주파수영역으로 분해 하였다. 이 정사각형들은 불확실성 원리를 만족하는 기본요소 신호가 차지하는 최소 영역이다. 따라서, Gabor의 신호 $x(t)$ 에 대한 시간-주파수 해석기법의 수학적인 표현은 식(1) 과 같으며, 이때 사용되는 기본 요소 신호는 식(2)와 같이 가우시안 (Gaussian) 형태의 창문(Window)을 가진 삼각함수 신호이다.

$$x(t) = \sum_{n,k} a_{n,k} f(t - kT) e^{jn\omega t} \quad (1)$$

$$f(t) = e^{-2\pi^2 t^2 / \sigma} \quad (2)$$

여기서 $T = 2\pi/\omega = \sigma^{1/2}$ 이다. Gabor의 시간-주파수 해석기법을 이용하여 불확실성 원리를 만족하면서 직사각형 형태의 시간-주파수 영역을 차지하는 기본요소신호를 구성하여 신호에 대한 시간-주파수

해석을 하는것이 STSF⁶⁾이다. 이 경우, 시간분해능과 주파수 분해능은 직각사각형의 모양에 따라서 시간분해능 및 주파수분해능이 서로 다르지만 시간축과 주파수축을 따라서는 일정하다. 반면에 WT는 기본요소 신호를 시간축을 따라서 이동 (Shift) 하고, 주파수축을 따라서는 스케일링 (Scaling) 하면서, 지역 정보를 얻을수 있도록 신호를 시간-주파수 영역에서 분해 한다⁸⁾. 이 경우 각 기본요소가 차지하는 영역은 시간-주파수축을 따라 Fig.2 (b)와 같이 이동, 팽창(Dilation)하며 조정이 가능하다. 이때 사용되는 기본요소 신호를 Mother Wavelet 이라 부른다. WT에서 많이 사용되고 있는 Mother Wavelet 는 Morlet Wavelet⁹⁾ 이고 다음과 같이 정의 된다.

$$g(t) = e^{j\omega_s t} e^{-t^2/2} \quad (4)$$

Morlet Wavelet 의 FT 는 다음과 같다.

$$G(\omega) = \sqrt{2\pi} e^{-\frac{1}{2}(\omega - \omega_s)^2} \quad (5)$$

$G(\omega)$ 는 $\omega \leq 0$ 에서 식(3)의 허용성을 만족하지 않으므로 실제 사용시에는 $\omega_s > 5$ 을 사용한다. Morlet Wavelet 을 이용하여, 함수 $x(t)$ 의 WT는 다음과 같이 정의¹⁰⁾ 된다.

$$W_g(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) g^* \left(\frac{t-b}{a} \right) dt \quad (6)$$

여기서,

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt < \infty \quad (7)$$

이며, $x(t)$ 는 $\pm \infty$ 에서 영으로 수렴함을 뜻한다. 또한 팽창값 $a > 0$ 이고, 이동값 $b \geq 0$ 이며 지역성 (locality)을 나타낸다. $g^*(\cdot)$ 는 $g(\cdot)$ 의 공액 복소수이다. $1/\sqrt{a}$ 에 의해서 WT의 값은 노우멀라이징 (Normalizing) 되며, 이것은 각 Mother Wavelet $g(t)$ 에 의해서 주어지는 합성 에너지는 팽창값 a 에 독립적임을 의미한다. 여기서 주파수 ω 대신 팽창값 a 를 사용함으로 WT는 시간-주파수 해석

대신, 시간-스케일링 해석(Time-Scale Analysis)이라고도 불린다. 식(6)으로부터, 함수 $x(t)$ 에 대한 WT는, 기본 요소함수 $g(t)$ 를 이용하여, $x(t)$ 를 시간-주파수 영역으로 분해함을 의미한다. 여기서 함수 $x(t)$ 가 여러 모우드가 연성된 충격 응답(Impulse Response) 신호인 경우에는 WT를 통하여 각 모우드를 시간-주파수 영역에서 자동적으로 비연성(Decoupling)화 된다. 신호 $x(t)$ 의 스펙트럼 $X(\omega)$ 과 Morlet Wavelet의 스펙트럼 $G(\omega)$ 를 이용한 WT을 구하면, Parseval Theorem⁽⁸⁾과 FT의 이동성질을 이용하여 식(6)은 다음과 같이 표현된다.

$$W_g(a, b) = \sqrt{a} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) G_{ab}^*(a\omega) e^{i\omega b} d\omega \quad (8)$$

여기서, $\sqrt{a} G_{ab}(a\omega)$ 과 $X(\omega)$ 은 각각 Mother Wavelet 함수 $\frac{1}{\sqrt{a}} g\left(\frac{t}{a}\right)$ 와 신호 $x(t)$ 의 FT이다. 주파수(ω)와 팽창값 (a)의 관계는 다음과 같이 표현⁽¹¹⁾ 된다.

$$a = \frac{\omega_g}{\omega} \quad (9)$$

2.2 시스템의 감쇠율 평가

자동차의 현가시스템 같은 선형 다자유도계(Linear Multi Degree of Freedom) 구조물의 한 점에서 측정된 자유 진동의 응답은 구조물의 여러가지 모우드가 연성된 결과로 나타난다. 이신호를 N 개의 주요한 비연성된 모우드로 분해하기 위하여 WT를 이용할 수 있다. 따라서, WT에 의해서 비연성된 신호 $x(t)$ 는 N 개의 1 자유도계의 충격 응답(Impulse Response)의 선형적인 합으로 표현된다.

$$x(t) = \sum_{i=1}^N A_{0i} e^{-\zeta_i \omega_{ni} t} \cos(\omega_{di} t + \phi_{0i}) \quad (10)$$

여기서 $A_{0i}, \zeta_i, \omega_{ni}, \omega_{di}, \phi_{0i}$ 는 i 번째 모우드의 진폭(Amplitude), 감쇠율(Damping Ratio), 비감쇠 각

진동수(Undamped Angular Frequency), 감쇠 각진동수(Damped Angular Frequency)이며 ϕ_{0i} 는 각 지연(Phase Lag)이다. 여기서 감쇠에 의한 항 $(\zeta_i/2m_i)^2$ 이 강성에 의한 항 k_i/m_i 보다 적을 경우 $x(t)$ 는 해석적 신호⁽⁴⁾(Analytic Signal)로 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} x(t) &= x_a(t) \\ &= \sum_{i=1}^N A_{0i} e^{-\zeta_i \omega_{ni} t} e^{j(\omega_{di} t + \phi_{0i})} \\ &= A_i(t) e^{j\theta_i(t)} \end{aligned} \quad (11)$$

일반적용 해석적 신호 $x_a(t)$ 는 신호 $x(t)$ 를 HT⁽⁴⁾(Hilbert Transform)하여 얻어진다. 여기서, $A_i(t)$ 는 i 번째 모우드의 엔벨로프이고, 이것은 $x_i(t)$ 에 대한 로그(Log)를 취하여 얻을 수 있다⁽⁴⁾. 엔벨로프 $A_i(t)$ 가 기본요소함수 $g(t)$ 의 창문(Window)안에서 시간에 대한 변화량이 $e^{j\theta_i(t)}$ 에 비해 적으므로⁽¹¹⁾, 식(8)과 식(10)을 이용하여 $x(t)$ 에 대한 WT을 구하면 다음 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \left(W_g \sum_{i=1}^N x_i \right) (a, b) &\approx \sqrt{2a\pi} \int \sum_{i=1}^N A_i(t) \delta(\omega - \omega_{di}) \\ &\quad \cdot e^{-\frac{1}{2}(a\omega - \omega_g)^2} e^{j\omega b + \phi_{0i}} d\omega \end{aligned} \quad (12)$$

여기서 $A_i(t) = A_{0i} e^{-\zeta_i \omega_{ni} t} \delta$ 함수의 이동성질을 이용하여, 식(12)은 다음과 같이 요약된다.

$$\left(W_g \sum_{i=1}^N x_i \right) (a, b) \approx \sqrt{2a\pi} \sum_{i=1}^N A_i(b) e^{-\frac{1}{2}(a\omega_{di} - \omega_g)^2} \quad (13)$$

$$\angle \left(W_g \sum_{i=1}^N x_i \right) (a, b) \approx \sum_{i=1}^N (\omega_{di} b + \phi_{0i}) \quad (14)$$

여기서 i 번째 모우드에 대한 감쇠율을 구하기 위해서 식(13)에 대하여 로그를 취하면 다음과 같다

$$\begin{aligned} \text{Log}_e \left(\left(W_g \sum_{i=1}^N x_i \right) (a, b) \right) \\ \approx \sqrt{2a\pi} \sum_{i=1}^N \left(A_{0i} \zeta_i \omega_{ni} b - \frac{1}{2} (a\omega_{di} - \omega_g)^2 \right) \end{aligned} \quad (15)$$

팽창값 $a = a_i$ 에서 감쇠 각고유진동수 ω_{di} 를 식(9)

로 부터 구하면

$$\omega_{d_i} = \frac{\omega_g}{a_i} \quad (16)$$

이므로 식(15)을 식(16)에 대입하면, $a\omega_{d_i} - \omega_g = 0$ 이므로, 감쇠율 ζ_i 는 다음과 같이 구해진다.

$$\zeta_i = \frac{\text{Log}_e |W_g(a_i, b)|_{\text{slope vs. } b}}{\sqrt{2a\pi\omega_{d_i}}} \quad (17)$$

3. 충격 하쉬니스에 대한 웨이브 변환의 응용

자동차가 돌기 부분을 지날때, 발생하는 승객의 좌석에서 측정된 진동신호는 하쉬니스에 대한 객관적인 평가 방법으로 응용되고 있다. 실제 주행 중에 얻어지는 신호는 돌기부분을 지날때 전륜과 후륜이 연쇄적으로 통과하므로 두 개의 충격신호가 발생한다. 이 경우 전 후 현가 시스템에 따라 충격신호의 주파수특성은 다르다. 두 신호의 주파수 특성연기위해서 FT를 이용하고 있으나, 이 충격신호는 비정상신호(Non-Stationary)이므로, 이 방법으로는 두 신호 분리하여 각각의 주파수 특성을 구하기는 어렵다. 이 경우에 시간-주파수 해석기법인 WT를 이용하면 전륜과 후륜이 돌기부분을 통과시 발생하는 충격 신호에 대한, 각각의 시간-주파수 특성을 이해하기가 쉽다. 또한 충격 하쉬니스 개선을 위해서 현가 시스템의 부시류를 변경할 경우 변경된 현가 시스템에 의한 충격신호의 시간-주파수 특성을 쉽게 이해하고 이들 변경에 의한 주관적인 하쉬니스 평가를 객관적인 데이터와 연계하여, 하쉬니스에 영향을 주는 모드드의 주파수, 감쇠율 및 초기 진폭을 쉽게 얻을수 있다. Fig.1(a)~(d)는 충격하쉬니스를 개선하기위해서 변경된 사양들의 현가 시스템에 대한 측정된 충격신호들을 나타낸다. Fig.1(a)가 기본사양에 대한 것이고, Fig.1(b)~(d)를 사양(B), 사양(C), 사양

(D)이다. Fig.2(a)~(d)는 이 각각의 신호에 대한 WT를 나타낸 것이다. Fig.2의 결과를 보면, 전륜이 돌기부분을 통과할때 나타나는 주요 모우드는 20Hz와 40Hz 이고, 후륜이 통과할때는 60Hz 모우드가 추가 된다. 특히 후륜이 돌기를 통과할때 발생하는 충격신호는은 사양의 변경에 따라서 40Hz와 60Hz에서 진폭 및 감쇠율이 변화함을 알수있다. 먼저 감쇠율의 변화를 예측하기위해서, 40Hz 및 60Hz의 모우드에서 WT의 절대값에 로그를 취하여 각 변경사양에 대해서 비교한 것이 Fig.3(a)와 (b)이다. Fig.3과 식(17)을 이용하여 각 사양에 대한 40Hz 모우드의 감쇠율을 구한 것이 Table.1 이고, 60Hz 모우드에서 감쇠율을 구한 것이 Table.2 이다. 충격 신호의 예측된 초기진폭 X_i 는 Fig.1와 Fig.2에서 40Hz는 0.52sec에서 발생하고, 60Hz의 경우는 0.55sec에서 발생함을 볼수있다. 이때 각 모우드에 대한 초기진폭 X_i 를 Table.1와 Table.2에 나타내었다. 전문 평가자들에 의한 사양변경에 따른 하쉬니스의 주관적인 평가 결과는 사양 C가 가장 좋은데, 이것을 Table.1~2에서 구한 객관적인 평가와 비교해보면, 사양 A와 사양 D는 초기 진폭이 각각 다른 두 사양에 비해 상당히 높다. 따라서 승객에게 돌기를 통과시 충격의 느낌을 강하게한다. 사양 B와 사양 C를 비교하면, 초기 진폭은 사양 C가 다소 높으나 60Hz에서 감쇠율이 사양 B가 약 3배 적다. 따라서 진동의 여운을 승객에게 오랫동안 남긴다. 여기서 사양 C의 경우는 초기 충격이 적고, 충격에대한 진동의 여운도 빨리 사라지므로 전체적인 충격하쉬니스에 대한 주관적인 느낌을 향상 시킴을 알수 있고, 이것은 주관적인 평가와 일치한다.

4. 결론

주행 중 차량의 충격하쉬니스를 정량적및 정성적

인 관계를 정립하기 위한 초기 단계로서 하쉬니스에 영향을 주는 현가시스템의 변경에 따른 충격진동을 측정했다. 이 진동 신호는 차량이 돌기 통과 시 현가시스템의 여러가지 모우드를 가진하므로 승객석에서 측정된 진동신호는 여러가지 모우드가 연성된 상태로 나타난다. 이 진동 신호를 이용하여 객관적인 충격하쉬니스를 평가 하기 위해서 충격시 발생된 각 우드의 감쇠율 및 초기 진폭의 예측이 필요하며, 첫번째 단계로 연성된 신호를 비연성화된 신호로 분해하는 것이 중요하며, 본 논문에서는 WT를 이용하였다. WT를 이용하여 비연성화된 진동 신호는 현가시스템의 수정에 따른 주요모우드의 변화를 시간-주파수 영역에서 분석하여 각 모우드에 대한 감쇠율 및 초기 진폭을 쉽게 구할수 있었다. 여기서 구해진 감쇠율 및 초기 진폭의 변화와 주관적인 평가의 관계에서 초기 진폭이 적고, 충격후 진동의 여운을 빨리 사라지게 하는 감쇠율이 큰 현가시스템이 충격하쉬니스에 유리함을 알수 있었다.

참고문헌

1. Mehta, N. C., 1981, "Subjective and Objective Ride Evaluations of Commercial Vehicles", SAE810046.
2. Norsworthy, T. H. 1985, "The Correlation of Objective Ride Measures to Subjective Jury Evaluations of Class 8 COE vehicles", SAE850985.
3. Ushijima T and Kumakawa, T. U, "Objective Harshness Evaluation", SAE951374.
4. Feldman, M., 1994, "Nonlinear system vibration analysis using Hilbert transform", Mechanical System and Signal Processing, Vol.8, pp.119~127.
5. Thomson, W. T., 1993, "Theory of Vibration with Application. London: Chapman and Hall (Forth edition).
6. Hlawatsch. F. and Boudreaux, G. F., 1992, "Linear

and Quadratic Time-frequency Signal Representations", IEEE SP Magazine, April, pp.21~67.

7. Cohen, L. , L. 1995, "Time-frequency analysis", Prentice Hall.
8. Gabor, D., 1946, "Theory of communication", Journal y of communication", Journal of IEE, Vol.93, p429-457.
9. Kronland. R. and Morlet, J., 1987, "Analysis of Sound Through Wavelet Transforms", International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence, Vol.1, pp.273~302.
10. Cohen, A. and Kovacevic, J., 1996, "Wavelets: The Mathematical Background", Proceeding of the IEEE, Vol.84, No.4, pp.514~522.
11. Park, Y. K. and Kim, Y. H., 1997, "Wigner -Ville Distribution Applying the Rotating Window and Its Characteristics", Journal of KSNVE, Vol.7, No.5, pp.747~756.

Table.1 Comparison among estimated damping of different suspension systems

	ζ_i Estimated damping ratio at 40 Hz	X_i Estimated Amplitude at 0.52sec (unit: m/s ²)
사양 A	0.1619	3.6256
사양 B	0.1462	2.1825
사양 C	0.1659	2.8540
사양 D	0.1128	2.3187

Table.2 Comparison among estimated damping of different suspension systems

	ζ_i Estimated damping ratio at 60 Hz	X_i Estimated Peak at 0.55sec (unit: m/s ²)
사양 A	0.09548	2.480
사양 B	0.02713	2.4891
사양 C	0.07893	2.6496
사양 D	0.05967	3.5742

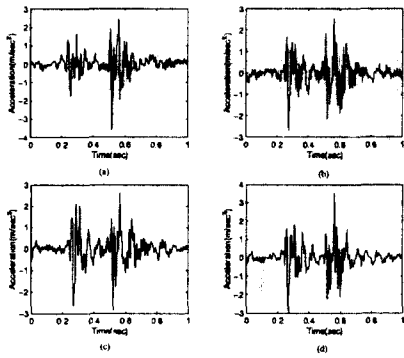


Fig. 1 Vibrational signal measured on the passenger's seat with different suspension system (a) 기본사양 "A" (b) 사양 "B" (c) 사양 "C" (d) 사양 "D"

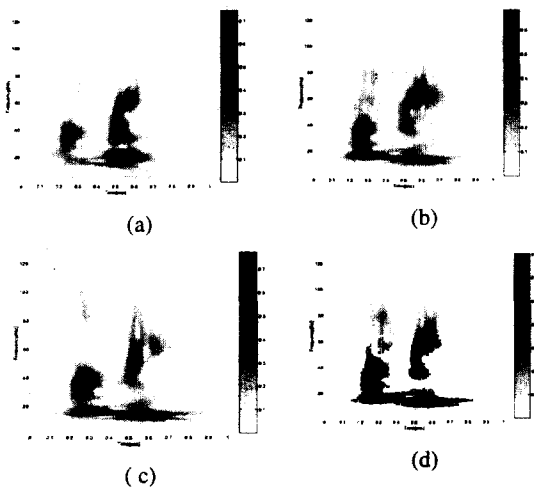
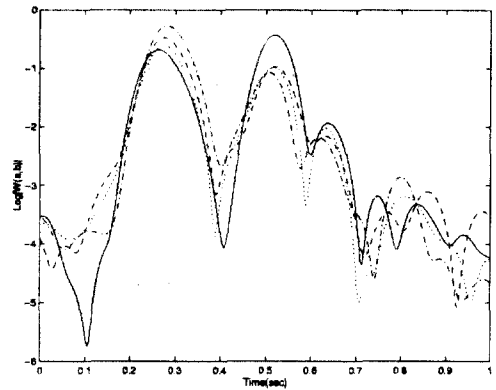
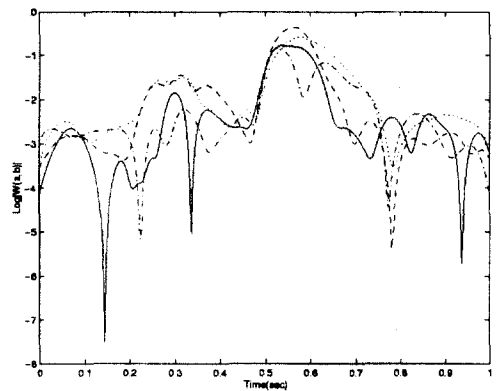


Fig.2 Wavelet Transform for the vibration signal measured on the passenger' seat

(a) 기본사양 "A" (b) 사양 "B" (c) 사양 "C" (d) 사양 "D"



(a)



(b)

Fig. 3 $\text{Log}_e |W(a,b)|$ for the vibration signal measured on the passenger' seat (a) 40Hz Mode (b) 60Hz Mode ; 기본사양 "A" : ———, 사양 "B" : ———, 사양 "C" : ———, 사양 "D" : ———