

등간격으로 배열된 마이크로폰을 이용한 관내 유량측정 방법

A Method for the Measurement of Flow Rate in Pipe using a Microphone Array

김용범* · 김양한**

Yong-Beum Kim, Yang-Hann Kim

Key Words : Pipe(관), Flow rate(유량), Microphone(마이크로폰), Plane Wave(평면파), Wavenumber(파수),

ABSTRACT

A new method is proposed to measure the flow rate in a pipe by multiple measurements of acoustic pressure using a microphone array. It is based on the realization that variation in flow velocity affects the change in wave number. The method minimizes measurement random errors and sensor mismatch errors thereby providing practically realizable flow rate measurement. One of the advantages of the method is that it does not obstruct the flow field and can provide the time-spatial mean flow rate. Numerical simulations and experiments were conducted to verify the utility of this method.

1. 서론

관내 유량을 측정할 때는 일반적으로 관 내부에 피토투관(Pitot tube)이나 오리피스 미터(Orifice meter) 등을 이용하여 유량을 측정하는 방법이 주로 사용된다. 이 방법들은 유량측정 장치들을 관 내부에 직접 삽입하여 측정을 해야 하므로, 유량측정 장치들로 인해 유체의 흐름이 변형되거나 방해받을 수 있는 한계가 있다⁽¹⁾. 또한 이와 다른 방법으로서 유체와 비접촉 방식인 초음파를 이용한 유량측정 장치가 있으나, 이 장치 또한 초음파의 특성상 관의 불균일한 두께, 초음파 발신부 및 수신부에서 검출기와 관과의 접촉상태, 유체의 탁도 및 온도 등에 따라 초음파의 굴절각 및 전달경로가 달라지기 때문에 주변환경 조건의 변화에 매우 민감한 한계가 있다^(2,3). 이러한 기존의 측정방법은 공통적으로 측정장치가 놓여있는 한 위치에서의 유량만을 측정하기 때문에 관 내부의 공간상의 평균적인 유량을 측정할 수 없는 한계가 있다.

본 논문에서는 기존의 측정방법과는 다른 방법으로서 파동전파 특성을 이용하여 유체의 흐름을 방해하지 않으면서 공간상의 평균유량을 측정할 수 있는 방법을 제시하고자 한다. 관내에서 파동의 전파특성은 관내 유체의 속도크기에 따라 파수가 변하는 특성이 있다.

전영두⁽⁴⁾가 제시한 파동의 전파특성을 이용한 관내 평균 유속측정 방법은 파수 계산시 자기 스펙트럼(auto spectrum) 항을 이용하기 때문에 측정값을 오차가 내포된 결과를 얻을 수 밖에 없다. 또한 Kim⁽⁵⁾이 제시한 3개의 센서를 이용한 유량측정 방법은 3개의 센서 중 가운데 위치한 센서를 중심으로 대칭되는 파동장 신호가 측정될 경우에 특이값이 발생하는 것을 피할 수 없다.

본 논문에서는 이러한 측정 방법과 다른 방법으로서 유량이 존재하는 상황에서 관 내부에 형성되는 음장에 대한 일반적인 관계식을 이용하여 유량을 측정하는 방법과 측정오차의 보정방법, 측정방법의 적용조건, 그리고 모의해석 및 실험을 통한 검증내용을 제시한다.

2. 파수를 이용한 유량측정식

Fig. 1 과 같이 균일한 단면적을 갖는 관에서 유체가 흐를 때 관의 임피던스가 관내 유체의 임피던스에 비해 상대적으로 매우 커서 관을 강체 덕트로 간주할 수 있는 경우에, 관내에서 길이 방향으로 1차원적인 음파 전파만을 고려한다면 관내 음장은 식 (1)과 같이 표현된다.

$$(c^2 - U^2) \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - 2U \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial t} - \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

여기서, p 와 c 는 각각 유체 내에서의 음압과 음파의 전파속도를 나타내며 U 는 관 내부 유체의 평균 유속이다.

식 (1)을 만족하는 음파는 1차원 파동인 평면파이므로 식 (1)의 일반해는 식 (2)과 같이 표현할 수 있다.

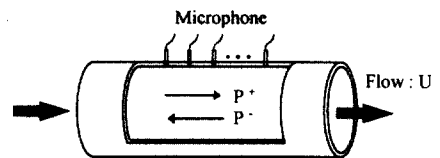


Fig. 1 Configuration of pipe system in which plane waves propagate through moving fluid with flow velocity U

* 정희원, 한국원자력안전기술원 기계재료실

** 정희원, 한국과학기술원 기계공학과

$$p(x, t) = P \exp[j(\omega t - kx)] \quad (2)$$

여기서, P 는 복소상수를 나타내며, ω 와 k 는 각각 음파의 주파수와 파수를 나타낸다. 파동의 전파특성을 구하기 위해 식 (2)를 식 (1)에 대입하여 정리하면 파동의 주파수와 파수와의 관계인 분산관계식(dispersion relation)을 식 (3)과 같이 얻을 수 있다.

$$(1 - M^2)k^2 + 2Mk \frac{\omega}{c} - \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 = 0 \quad (3)$$

여기서, M 은 유체의 속도를 음파의 속도로 나누어 무차원화한 값, 즉, $M = U/c$ 인 마하수(Mach number)를 나타낸다.

식 (3)으로부터 k 에 대한 해를 구할 수 있으며 그 결과를 식 (2)에 적용하여 정리하면 식 (4)와 같은 관내부의 음장을 나타내는 식을 얻을 수 있다.

$$p(x, t) = (P^+ \exp(-jk^+ x) + P^- \exp(jk^- x)) \exp(j\omega t) \quad (4)$$

여기서,

$$k^+ = \frac{1}{1+M} \left(\frac{\omega}{c}\right) \quad (5a)$$

$$k^- = \frac{1}{1-M} \left(\frac{\omega}{c}\right) \quad (5b)$$

식 (5)에서 상첨자 (+)는 유체의 이동방향과 음파의 전파방향이 같은 경우를, 상첨자 (-)는 유체의 이동 방향과 음파의 전파방향이 서로 반대인 경우를 나타낸다.

식 (5)을 살펴보면 유체가 정지해 있는 경우, 즉, $M=0$ 인 경우에는 동일한 크기의 파수를 갖는 두 개의 음파가 서로 반대 방향으로 전파하게 됨을 알 수 있다. 그리고 유체의 유동속도가 증가함에 따라 유체의 유동방향과 같은 방향인 양의 방향으로 전파하는 음파는 그 파수의 크기가 감소하고, 반면에 음의 방향으로 전파하는 음파는 반대로 파수가 증가하는 현상인 도플러 효과(Doppler effect)가 나타남을 알 수 있다.

유속과 파수 변화량과의 정량적인 관계식을 얻기 위해 파수 변화량과 유속과의 정량적인 관계식은 식 (7)과 같이 얻을 수 있다.

$$\Delta k = \frac{k^- - k^+}{2} \quad (6)$$

$$\Delta k = \frac{M}{1-M^2} \left(\frac{\omega}{c}\right) \quad (7)$$

따라서 유량을 구하는 식은 식 (7)을 이용하여 식 (8)과 같이 구할 수 있다.

$$Q = UA$$

$$= \frac{-(\omega/c) + \sqrt{(\omega/c)^2 + 4(\Delta k)^2}}{2\Delta k} \cdot cnd,^2 \quad (8)$$

여기서, d 는 관의 내경을 나타낸다. 식 (8)로부터 관내 유량은 파수변화량, 음파의 주파수 및 속도, 그리고 관의 내경 등을 알면 구할 수 있는 것을 알 수 있다.

3. 인접한 마이크로폰 측정신호간의 상관식

관내 유량과 관련되는 파수변화량을 구하기 위해서는 관내 실제 음장 특성을 알아야 한다. 관내에서 정재파가 형성되어 있는 경우 임의의 위치에서 음장은 식 (4)와 같이 양의 방향 및 음의 방향으로 진행되는 파동의 합으로 표현할 수 있으므로 이러한 경우 관내 음장 특성은 4개의 미지수 즉, 두 방향으로 진행되는 파동의 크기와 파수를 알아야 구할 수 있다. 따라서 음장 특성을 구하기 위해서는 최소 4개 지점 이상의 음압 정보가 필요한 것을 알 수 있다.

Fig. 1과 같이 등간격으로 N 개 지점에서 음압을 측정하는 경우, 식 (4)를 이용하여 연속된 3개 지점 ($n, n+1, n+2$)에서의 음압을 푸리에 변환(Fourier transform)한 식으로 나타내면 식 (9)와 같다.

$$\begin{bmatrix} P_n \\ P_{n+1} \\ P_{n+2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E^+_{n+1} & E^-_{n+1} \\ E^+_{n+2} & E^-_{n+2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P^+ \\ P^- \end{bmatrix} \quad (9)$$

여기서, $E^+_{n+1} = \exp(-ik^+ x_{n+1})$, $E^-_{n+1} = \exp(-ik^- x_{n+1})$, $x_n = x_1 + (n-1)\Delta x$, ($n=1, 2, 3, \dots, N$) 이고, Δx 는 센서사이의 간격이다. 식 (9)에서 좌변의 P_n 등은 측정을 통해 알 수 있는 변수이고 P^+, P^-, k^+, k^- 는 미지의 복소상수(unknown complex)에 해당된다.

식 (9)를 살펴보면 미지의 복소상수 개수는 4개이고 수식의 개수는 3개이므로, 식 (9)로부터 복소상수의 해는 구할 수 없지만 복소상수간의 상관관계식은 구할 수 있는 것을 알 수 있다. 복소상수 중에서 유량과 관련된 항은 파수 k^+ 와 k^- 이므로 이들을 남겨 놓고 음압의 크기를 나타내는 P^+ 와 P^- 를 소거하기로 한다. 식 (9)에서 P^+ 와 P^- 를 소거하기 위해서는 식 (9)에서 임의의 두 개의 행으로 이루어진 식을 구성하여 P^+ 와 P^- 를 구하고 이 P^+ 와 P^- 를 나머지 행으로 이루어진 식에 대입하면 P^+ 와 P^- 를 소거할 수 있다. 한 예로써, 식 (9)의 첫째 행과 둘째 행으로 이루어진 식을 이용하여 P^+ 와 P^- 를 구하면 식 (10)과 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} P^+ \\ P^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E^+ & E^- \\ E^+_{n+1} & E^-_{n+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_n \\ P_{n+1} \end{bmatrix} \quad (10)$$

식 (10)을 식 (9)의 셋째 행으로 이루어진 식에 대입하면 식 (11)과같이 k^+ 와 k^- 로 표현되는 3개 지점 음압간의 회귀적인(recursive) 관계식을 얻을 수 있다. 그리고 식 (9)에서 임의의 다른 두 행을 택하여 상기와 같은 방법으로 수식을 정리해도 결과는 식 (11)과 동일한 결과를 얻게 된다.

$$\begin{aligned} P_n \exp\{j(k^- - k^+) \Delta x\} + P_{n+2} \\ = P_{n+1} (\exp(jk^- \Delta x) + \exp(-jk^+ \Delta x)) \end{aligned} \quad (11)$$

식 (11)은 균일한 단면적을 갖는 관 내부에 평면파가 전파하는 경우에 등간격으로 인접한 세 지점의 음압간에 특별한 제한조건을 갖지 않는 일반적인 관계식이 된다. 식 (11)을 살펴보면 등간격으로 인접한 3개 지점의 음압인 P_n, P_{n+1}, P_{n+2} 는 측정을 통해 구할 수 있는 값이고 파수인 k^+ 와 k^- 는 미지수이므로 두 쌍의 인접한 세 지점 즉, 최소 4개 지점의 음압정보만 있으면 이론적으로 k^+ 와 k^- 를 구할 수 있는 것을 알 수 있다.

4. 파수 측정방법

등간격으로 인접한 4개 지점의 측정신호 정보를 ($n, n+1, n+2, n+3$) 위치에서 얻은 경우에 측정신호간의 관계식은 식 (11)을 이용하여 식 (12)와 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} P_n & -P_{n+1} \\ P_{n+1} & -P_{n+2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -P_{n+2} \\ -P_{n+3} \end{bmatrix} \quad (12)$$

여기서,

$$G_1 = \exp[j(k^- - k^+) \Delta x], \quad (13a)$$

$$G_2 = \exp(jk^- \Delta x) + \exp(-jk^+ \Delta x) \quad (13b)$$

식 (12)로부터 파수인 k^+ 와 k^- 를 구할 수 있지만 측정잡음 오차가 최소화 된 해를 구하기 위해서는 상호 스펙트럼(cross spectrum)을 이용해야 하며, 그 이유는 다음절에서 설명하기로 한다. 상호 스펙트럼을 이용하기 위해 식 (12)의 첫째 행에는 P^*_{n+3} 을 곱하고 둘째 행에는 P^*_n 을 곱하여 정리하면 식 (14)와 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} S_{n+3,n} & -S_{n+3,n+1} \\ S_{n,n+1} & -S_{n,n+2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -S_{n+3,n+2} \\ -S_{n,n+3} \end{bmatrix} \quad (14)$$

식 (14)에서 $S_{i,j}$ 는 식 (15)로 정의되는 파워 스펙트럼을 나타낸다.

$$S_{i,j} = E[P_i^*(f) P_j(f)] \quad (15)$$

여기서, $E[\]$ 는 기대값을 그리고 *는 공액복소수를 나타낸다. Cramer의 정리를 이용하여 식 (14)를 정리하면 G_1 과 G_2 는 식 (16)과 같이 표현할 수 있다.

$$G_1 = \frac{S_{n+3,n+2} S_{n,n+2} - S_{n+3,n+1} S_{n,n+3}}{S_{n+3,n+1} S_{n,n+1} - S_{n+3,n} S_{n,n+2}} \quad (16a)$$

$$G_2 = \frac{S_{n+3,n+2} S_{n,n+1} - S_{n+3,n} S_{n,n+3}}{S_{n+3,n+1} S_{n,n+1} - S_{n+3,n} S_{n,n+2}} \quad (16b)$$

만약 등간격으로 N개의 지점에서 음압신호를 측정한다면 G_1 과 G_2 는 식 (17)과 같이 4개 지점마다 구한 G_1 과 G_2 값들의 공간상의 평균값으로 나타낼 수 있다.

$$G_1 = \frac{1}{N-3} \sum_{n=1}^{N-3} \frac{S_{n+3,n+2} S_{n,n+2} - S_{n+3,n+1} S_{n,n+3}}{S_{n+3,n+1} S_{n,n+1} - S_{n+3,n} S_{n,n+2}} \quad (17a)$$

$$G_2 = \frac{1}{N-3} \sum_{n=1}^{N-3} \frac{S_{n+3,n+2} S_{n,n+1} - S_{n+3,n} S_{n,n+3}}{S_{n+3,n+1} S_{n,n+1} - S_{n+3,n} S_{n,n+2}} \quad (17b)$$

파수 k^+ 와 k^- 및 파수변화량 Δk 는 식 (13)과 (17)으로부터 식 (18)과 식 (19)와 같이 표현할 수 있다.

$$k^+ = \frac{-1}{j\Delta x} \ln \left\{ \frac{1}{2} (G_2 \pm \sqrt{G_2^2 - 4G_1}) \right\} \quad (18a)$$

$$k^- = \frac{1}{j\Delta x} \ln \left\{ \frac{G_1}{\frac{1}{2} (G_2 \pm \sqrt{G_2^2 - 4G_1})} \right\} \quad (18b)$$

$$\Delta k = \frac{k^- - k^+}{2} = \frac{\angle G_1}{2\Delta x} \quad (19)$$

여기서, $\angle G_1$ 은 G_1 의 위상각을 나타낸다. 식 (18)과 (19)로부터 등간격으로 배열된 위치에서 음압신호를 얻게 되면 파수 및 파수변화량을 구할 수 있으며, 이로부터 식 (8)을 이용하면 관내 유량을 구할 수 있는 것을 알 수 있다.

5. 측정오차의 보정방법

등간격으로 배열된 마이크로폰 신호를 이용하여 유량측정을 하는 경우 신호취득 과정에서 백색잡음 형태의 측정잡음과 센서간 특성차이에 의한 오차가 존재할 수 있으므로 보다 정확한 유량측정을 위해서는 이러한 오차를 보정해야 한다.

5.1 측정 잡음오차의 보정방법

일반적으로 측정잡음은 Fig. 2와 같이 센서의 입력단 및 출력단에서 모두 존재할 수 있으며, 이러한 측정잡음은 백색잡음(white noise)으로 가정할 수 있다. Fig. 2에서 측정잡음이 섞여있는 출력신호 $\hat{x}_i(t)$ 의 푸리에 변환값 $\hat{X}_i(f)$ 는 식 (20)과 같이 표현할 수 있다.

$$\hat{X}_i = V_i + N_i \quad (20a)$$

$$V_i = (X_i + M_i)H_i \quad (20b)$$

여기서, X_i , M_i , N_i , H_i 는 각각 입력신호, 입력신호측의 잡음, 출력신호측의 잡음, 그리고 센서특성에 의한 전달함수를 나타낸다. 각 채널별 측정신호간의 상호스펙트럼(cross spectrum)은 측정잡음을 백색잡음으로 가정할 수 있기 때문에 측정잡음과 측정잡음이 섞이지 않은 신호간의 상호스펙트럼이 식 (21a)와 같이 0이 되는 것을 이용하여 식 (21b)와 같이 표현할 수 있다.

$$S_{x_i, m_j} = 0, \quad S_{x_i, n_j} = 0, \quad S_{m_i, n_j} = 0 \quad (21a)$$

$$S_{i,j} = \frac{\hat{S}_{i,j}}{H_i^* H_j}, \quad (S_{i,j} = S_{x_i, x_j}) \quad (21b)$$

식 (21b)로 표현되는 각 채널별 측정신호간의 상호스펙트럼을 살펴보면 측정잡음과 관련된 항은 배제된 것을 알 수 있으며, 또한 측정 시스템의 전달함수만 알면 원래 신호의 상호스펙트럼을 구할 수 있는 것을 알 수 있다.

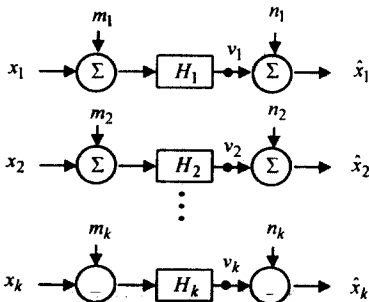


Fig. 2 Measurement random errors and transfer function of a microphone array system

5.2 센서간 특성 차이에 의한 오차 보정방법

센서간 특성차이에 의한 오차는 유체의 정지 여부에 관계없이 구조적으로 존재한다. 따라서 유체가 정지해 있을 때 센서간 특성차이에 의한 오차 보정계수를 구할 수 있으면 이 보정계수 값을 유체가 흐르는 경우에 적용하여 유량을 좀 더 정확하게 보정하여 구할 수 있을 것이다. 이러한 오차 보정계수를 구하기 위해 각 센서의 특성을 나타내는 전달함수를 식 (22)와 같이 정의하기로 한다.

$$H_i = \frac{1}{\alpha_i + j\beta_i} \quad (22)$$

오차가 포함되지 않은 상호스펙트럼 $S_{i,j}$ 의 관계식인 식 (14)는 식 (21)을 이용하여 센서별 특성을 나타내는 전달함수가 포함되어 있는 식 (23)과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \hat{S}_{n+3,n}(1+j\eta_1) - \hat{S}_{n+3,n+1}(\eta_2 + j\eta_3) \\ \hat{S}_{n,n+1}(1+j\zeta_1) - \hat{S}_{n,n+2}(\zeta_2 + j\zeta_3) \\ -\hat{S}_{n+3,n+2}(\eta_4 + j\eta_5) \\ -\hat{S}_{n,n+3}(\zeta_4 + j\zeta_5) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \end{bmatrix} \quad (23)$$

여기서,

$$\eta_1 = \frac{\alpha_{n+3}\beta_n - \alpha_n\beta_{n+3}}{\Delta_1}, \quad \eta_2 = \frac{\alpha_{n+3}\alpha_{n+1} - \beta_{n+3}\beta_{n+1}}{\Delta_1}$$

$$\eta_3 = \frac{\alpha_{n+3}\beta_{n+1} - \alpha_{n+1}\beta_{n+3}}{\Delta_1}, \quad \eta_4 = \frac{\alpha_{n+3}\alpha_{n+2} - \beta_{n+3}\beta_{n+2}}{\Delta_1}$$

$$\eta_5 = \frac{\alpha_{n+3}\beta_{n+2} - \alpha_{n+2}\beta_{n+3}}{\Delta_1}, \quad \Delta_1 = \alpha_{n+3}\alpha_n - \beta_{n+3}\beta_n$$

$$\zeta_1 = \frac{\alpha_n\beta_{n+1} - \alpha_{n+1}\beta_n}{\Delta_2}, \quad \zeta_2 = \frac{\alpha_n\alpha_{n+2} - \beta_n\beta_{n+2}}{\Delta_2}$$

$$\zeta_3 = \frac{\alpha_n\beta_{n+2} - \alpha_{n+2}\beta_n}{\Delta_2}, \quad \zeta_4 = \frac{\alpha_n\alpha_{n+3} - \beta_{n+3}\beta_n}{\Delta_2}$$

$$\zeta_5 = \frac{\alpha_n\beta_{n+3} - \alpha_{n+3}\beta_n}{\Delta_2}, \quad \Delta_2 = \alpha_n\alpha_{n+1} - \beta_n\beta_{n+1}$$

유체가 정지해 있는 경우에 대해 식 (23)을 살펴보면 $\hat{S}_{i,j}$ 는 센서에 의한 측정값으로부터 알 수 있고 G_1, G_2 는 유체를 따라 전파하는 파동의 주파수와 파수와의 관계로부터 알 수 있는 값이므로 미지수 η_i, ζ_i 값은 식 (23)을 변환하여 구할 수 있다.

미지수 η_i, ζ_i 값을 구하기 위해 $S_{i,j}$ 와 G_n 의 실수부와 허수부를 식 (24)와 같이 정의한 후 이 식을 식 (23)에 대입하여 실수부와 허수부를 각각 구분하여 정리하면 실수부는 식 (25)로, 그리고 허수부는 식

(26)으로 정리할 수 있다.

$$C_{i,j} = \text{Real}(S_{i,j}), \quad Q_{i,j} = -I \text{mag}(S_{i,j}) \quad (24a)$$

$$G_{nr} = \text{Real}(G_n), \quad G_{ni} = I \text{mag}(G_n) \quad (24b)$$

$$\begin{bmatrix} -(\hat{C}_{n+3,n} G_{1r} - \hat{Q}_{n+3,n} G_{1r}) - (\hat{C}_{n+3,n+1} G_{2r} + \hat{Q}_{n+3,n+1} G_{2i}) \\ (\hat{C}_{n+3,n} G_{1r} + \hat{Q}_{n+3,n} G_{1i}) - (\hat{C}_{n+3,n+1} G_{2i} - \hat{Q}_{n+3,n+1} G_{2r}) \\ (\hat{C}_{n+3,n+1} G_{2i} - \hat{Q}_{n+3,n+1} G_{2r}) \quad \hat{C}_{n+3,n+2} \quad \hat{Q}_{n+3,n+2} \\ -(\hat{C}_{n+3,n+1} G_{2r} - \hat{Q}_{n+3,n+1} G_{2i}) \quad -\hat{Q}_{n+3,n+2} \quad \hat{C}_{n+3,n+2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \\ \eta_4 \\ \eta_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(\hat{C}_{n+3,n} G_{1r} + \hat{Q}_{n+3,n} G_{1r}) \\ -(\hat{C}_{n+3,n} G_{1i} - \hat{Q}_{n+3,n} G_{1r}) \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$\begin{bmatrix} -(\hat{C}_{n,n+1} G_{1r} - \hat{Q}_{n,n+1} G_{1r}) - (\hat{C}_{n,n+2} G_{2r} + \hat{Q}_{n,n+2} G_{2i}) \\ (\hat{C}_{n,n+1} G_{1r} + \hat{Q}_{n,n+1} G_{1i}) - (\hat{C}_{n,n+2} G_{2i} - \hat{Q}_{n,n+2} G_{2r}) \\ (\hat{C}_{n,n+2} G_{2i} - \hat{Q}_{n,n+2} G_{2r}) \quad \hat{C}_{n,n+3} \quad \hat{Q}_{n,n+3} \\ -(\hat{C}_{n,n+2} G_{2r} - \hat{Q}_{n,n+2} G_{2i}) \quad -\hat{Q}_{n,n+3} \quad \hat{C}_{n,n+3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \\ \zeta_3 \\ \zeta_4 \\ \zeta_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(\hat{C}_{n,n+1} G_{1r} + \hat{Q}_{n,n+1} G_{1r}) \\ -(\hat{C}_{n,n+1} G_{1i} - \hat{Q}_{n,n+1} G_{1r}) \end{bmatrix} \quad (26)$$

식 (25)와 (26)을 살펴보면 미지수 η_i 와 ζ_i 는 각각 5개인데 식은 각각 2개이며, 또한 미지수 η_i 와 ζ_i 가 모두 주파수의 함수이므로 엄밀히 말하면 식 (25)와 (26)을 이용해서는 미지수를 구할 수 없다. 하지만 η_i 와 ζ_i 가 구하고자 하는 한 주파수를 중심으로 인접한 주파수에 대해서도 일정한 값을 가지는 것으로 가정하면 한 주파수를 중심으로 양쪽으로 각각 1개 이상의 주파수에 대해서 식(25)와 (26)과 같은 식을 얻을 수 있으며 이 식들을 조합하면 6개 이상의 식을 얻을 수 있다.

이렇게 구한 식은 미지수의 개수보다 방정식의 개수가 많게 되므로 이러한 경우에는 최소자승법을 이용하여 근사적으로 미지수를 구할 수 있다.

유체가 정지해 있는 경우에 대해 구한 η_i 와 ζ_i 값은 센서의 특성차이에 의해 나타나는 값이므로 이 값은 유체가 흐르는 경우에도 동일한 값을 가진다고 볼 수 있다.

따라서 식 (23)에서 각 채널별로 유체가 흐르는 경우엔 얻게 되는 $\hat{S}_{i,j}$ 에 η_i 와 ζ_i 값을 적용하여 연립방정식을 풀면 센서간 특성차이를 배제한 파수 값을 알 수 있으며 이로부터 오차가 보정된 유량값을 구할 수 있게 된다.

6. 측정방법의 적용조건

6.1 1차원 파동의 전파조건

관내의 유량을 측정하는 경우, 유량측정식이 1차원 파동만을 고려한 식으로부터 유도되었기 때문에, 본 연구에서 제안하는 유량측정 방법은 관내에서 1차원 파동만이 전파되는 조건에서 유효하다. 관내에서 1차원 파동만 전파되는 주파수 범위의 상한값은 식 (27)과 같이 표현할 수 있다⁶⁾.

$$f_{\text{upper limit}} = \frac{1.84}{\pi} \frac{c}{d_i} \quad (27)$$

따라서 관내 파동의 주파수가 식 (27)과 같은 상한 주파수보다 큰 경우에는 본 연구에서 제안한 방법으로 유량측정시 오차가 발생할 수 있다.

6.2 센서간격에 따른 특이(singular) 조건

본 연구에서 유량을 측정하기 위해 기초식으로 사용하고 있는 식 (11)은 공간 회기식으로서 센서가 등간격으로 배치되어 있는 것을 전제로 하여 유도되었기 때문에, 이 식을 이용할 경우 센서 간격의 크기에 따라 발생하는 특이조건을 피할 수 없다. 이 특이조건은 식 (11)의 유도과정을 살펴보면 구할 수 있다.

식 (10)과 같이 p^+ 와 p^- 를 구하는 과정에서 E_m^+ 와 E_m^- 등으로 이루어진 행렬 E 의 역행렬을 이용하게 되는데, 이때 센서 간격에 따라 역행렬을 구할 수 없는 경우, 즉, 행렬 E 가 특이행렬이 되는 경우가 발생할 수 있다. 이렇게 행렬 E 의 역행렬을 구할 수 없는 특이조건(singular condition)이 발생하는 경우에는 식 (11)이 성립하지 않으므로 식 (11)로부터 구한 파수값은 부정확한 결과를 나타내게 된다. 행렬 E 의 역행렬이 존재하지 않는 경우에 행렬 E 의 행렬식은 $\det(E)=0$ 이 되므로 이 행렬식을 이용하여 특이조건이 발생하는 경우의 조건식을 유도할 수 있다. 즉, $\det(E)=0$ 을 정리하면 식 (28)과 같이 된다.

$$\exp\{j(k^- + k^+) \Delta x\} = 1 \quad (28)$$

식 (28)이 성립하기 위해서는 파수는 식 (29)와 같아야 한다.

$$(k^- + k^+) \Delta x = 2n\pi, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (29)$$

$k^- + k^+ = 2k|_{U=0} = 2\omega/c$ 인 관계를 이용하면 식 (29)로부터 특이주파수를 나타내는 조건식은 식 (30)과 같이 얻을 수 있다.

$$f_{singular} = \frac{nc}{2\Delta x} \quad (30)$$

식 (30)의 조건식은 센서가 한 점에 위치한다고 가정한 이상적인 경우의 조건식이며, 실제적인 경우에는 센서의 직경 d_s 까지 고려해 주어야 하므로 이 경우의 특이주파수 범위는 식 (31)과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{nc}{2(\Delta x + d_s)} \leq f_{singular} \leq \frac{nc}{2(\Delta x - d_s)} \quad (31)$$

7. 모의해석

모의해석을 통해 실제 측정시에 발생할 수 있는 오차 요인 가운데 측정잡음 오차는 상호스펙트럼을 이용하면 제거할 수 있으므로 센서간의 특성차이에 의한 영향만을 살펴보았다.

모의해석시 관내 음장을 모의로 만들기 위해 식 (4)와 유체입자의 속도를 나타내는 식 (32)를 이용하면 식 (33)과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$v(x, t) = \{k^+ P^+ \exp(-jk^+ x) - k^- P^- \exp(jk^- x)\} \frac{\exp(j\omega t)}{\rho\omega} \quad (32)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \frac{k^+ \exp(-jk^+ L)}{\rho\omega} & \frac{-k^- \exp(jk^- L)}{\rho\omega} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P^+ \\ P^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v|_{x=0} \\ v|_{x=L} \end{bmatrix} \quad (33)$$

여기서, ρ 는 유체의 밀도이다. 관내 모의음장 조건은 임의로 다음과 같이 가정하였다. 즉, 식 (33)에서 $L=10\text{m}$, $v|_{x=0}=10$, $v|_{x=L}=50$ 이고 유체종류는 공기이며, 온도는 20°C 이고, 유체의 속도는 10 m/sec 인 경우로 가정하였다. 모의음장은 이러한 조건들을 식 (33)에 적용하여 구하였다. 그리고 센서는 4개의 센서가 10 cm 간격으로 배열되어 있다고 가정하였다.

각 채널별 센서의 특성을 나타내는 전달함수(H_n)을 전달함수의 크기와 위상에 오차가 포함되어 있는 형태로 나타내면 식 (34)와 같다.

$$H_n = (1 + a_m \cdot \varepsilon_{mn}) \cdot \exp(ja_p \cdot \varepsilon_{pn} \cdot \pi/180) \cdot H \quad (34)$$

여기서, a 는 오차의 크기를 나타내고, ε 은 0과 1 사이에서 균일하게 분포하는 랜덤수(random number)를 나타내며, 하첨자 n, m, p 는 채널 번호, 전달함수의 크기 및 위상을 의미한다.

먼저, $H=1$ 이고 전달함수의 크기에만 오차가 존재하는 경우, 즉, $a_p=0$ 이고 $a_m=0.01, 0.05, 0.1$ 인 각

경우에 대해 채널별 ε_{mn} 값이 Table 1과 같을 때 오차를 보정하지 않고 유속을 구해보면 Fig. 3과 같이 얻어진다. Fig. 3을 보면 유속은 전달함수의 크기에 별로 영향을 받지 않고 또한 그 크기의 변화에도 민감하지 않음을 알 수 있다.

Table 1. Random number distribution of ε on each channel

	Ch. 1	Ch. 2	Ch. 3	Ch. 4
ε_{mn}	0.0258	0.9210	0.7008	0.1901
ε_{pn}	0.5387	0.3815	0.0512	0.2851

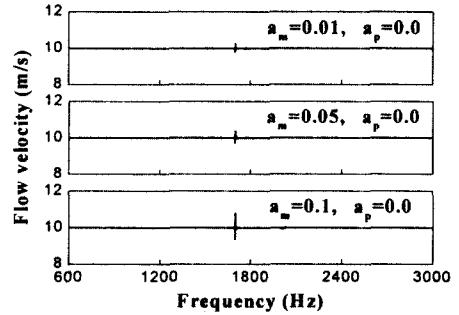


Fig. 3 Numerical simulation results for flow velocity of 10 m/sec including errors induced by the only magnitude mismatch between sensors.

또한, $H=1$ 이고 전달함수의 위상에만 오차가 존재하는 경우, 즉, $a_m=0$ 이고 $a_p=0.1, 0.5, 1$ 인 각 경우에 대해 채널별 ε_{pn} 값이 Table 1과 같을 때 오차를 보정하지 않고 유속을 구해보면 Fig. 4와 같이 얻어진다. Fig. 4를 보면 유속은 전달함수의 위상에 많은 영향을 받고, 그 크기의 변화에도 매우 민감함을 알 수 있다.

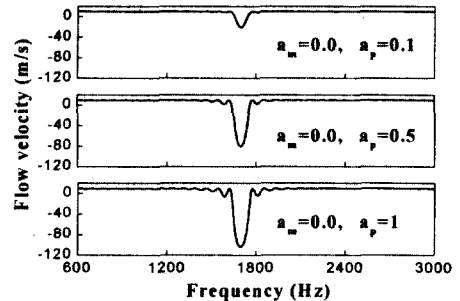


Fig. 4 Numerical simulation results for flow velocity of 10 m/sec including errors induced by the only phase mismatch between sensors.

Fig. 3 과 Fig. 4 를 보면 공통적으로 1700 Hz 부분에서 큰 오차를 보이는데, 이 오차는 센서간격이 10 cm 로 인한 특이조건 때문에 발생하는 오차이며, 이 특이조건 주파수는 식 (30)의 결과와 일치한다.

$H=1$ 이고 전달함수에서 $a_m = 0.1$, $a_p = 1$ 인 경우에 대해 채널별 ϵ_{mn} 과 ϵ_{pn} 값이 Table 1 과 같을 때 본 논문에서 제시한 방법으로 오차를 보정하여 유속을 구해보면 Fig. 5 와 같이 얻어진다. Fig. 5 를 보면 본 논문에서 제시한 오차보정 방법 적용시에 특이조건 주파수 부분에서만 약간의 오차가 발생하며 그 외의 주파수 부분에서는 센서특성에 의한 오차가 잘 보정되는 것을 알 수 있다.

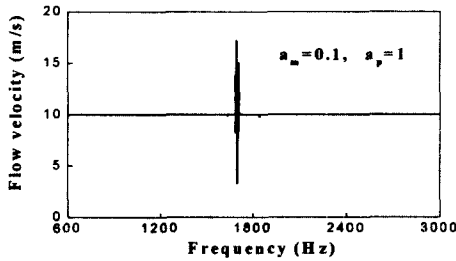


Fig. 5 Numerical simulation results for flow velocity of 10 m/sec after phase and magnitude mismatches between sensors have been compensated.

8. 실험

관 내부의 유량을 직접 실험으로 측정하기 위해 Fig. 6 과 같이 실험장치를 구성하였다. 관의 내부직경은 40cm, 관의 길이는 3m 이고, 직경 1/4 인치인 마이크로폰 4 개를 10cm 간격으로 관의 내부표면과 일치하도록(flush mount) 설치하였다. 유동장은 공기 압축기 및 공기 저장탱크 그리고 일정량의 유량이 흐르도록 하는 자동유량 조절밸브를 이용하여 형성시켰다. 유량 측정결과와의 비교를 위해 관내부에 상용 유량측정장치를 설치하여 유량을 직접 측정하였다. 관내 유량은 0, 8, 10, 12 liter/sec 로 변화시키면서 실험을 수행하였다.

식 (27)로부터 관의 내경크기로 인해 1 차원 음파만 전파되는 주파수 영역의 상한주파수는 5 kHz 이며, 식 (31)로부터 센서간격에 의해 발생하는 특이조건 주파수 영역은 1610~1830 Hz 이다.

Fig. 7 은 주파수 범위가 600~3000 Hz 영역에서 오차를 보정하지 않고 구한 유량을 나타낸다. Fig. 7 로부터 주파수 범위가 1600~1900 Hz 인 부분에서 예상대로 센서간격에 의한 특이값이 나타나는 것을 볼 수 있다. 또한 전 주파수 영역에서는 모의 해석시 센서간의 위상 특성차이에 의해 나타나는 오차 영향이 포함된 Fig. 4 와 같은 형태의 유량값이 얻어지는 것을 볼 수 있다.

Fig. 8 은 오차보정을 하여 구한 유량을 보여준다.

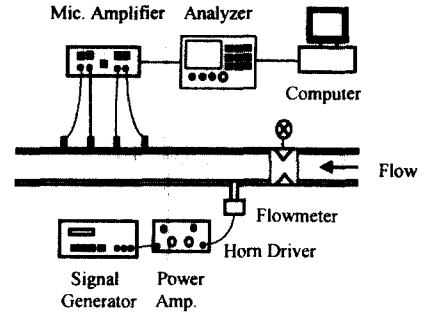


Fig. 6 Experimental setup for the measurement of flow rate inside of pipe using a microphone array

Fig. 8 로부터 특이값이 나타나는 1600~1900 Hz 부분을 제외한 주파수 영역에서는 비교적 실제 유량에 가깝게 측정되는 것을 볼 수 있다. 전 주파수 영역에 대해 통계적인 평균 유량값을 구하기 위해 주파수별 측정값들을 산술 평균하게 되면 특이값에 의해 평균값이 편이가 될 수 있다. 따라서 이를 피하기 위해 주파수별 유량값들의 빈도수를 히스토그램(histogram)으로 그린 후 이에 대한 Gauss 분포곡선 적합식(curve fitting)를 구해서 그 적합식의 평균값을 유량측정값으로 정하였다.

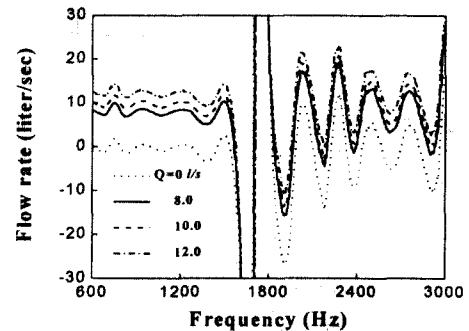


Fig. 7 Measured flow rates of the air inside of pipe using 4 microphones when true flow rate $Q=0, 8, 10, 12$ liter/sec.

Fig. 9 는 유량값 빈도수의 히스토그램과 그에 대한 Gauss 분포 곡선을 나타낸다. Fig. 9 에서 Gauss 분포곡선의 평균값은 실제 유량값과 잘 일치함을 볼 수 있으며, 실제값에 대한 측정값의 상대오차 백분율과 Gauss 분포곡선의 표준편차값을 Table 2 에 나타내었다. Table 2 로부터 유량 측정값의 최대 오차와 최대 표준편차값은 각각 4.8%와 0.45 가 되는 것을 알 수 있다.

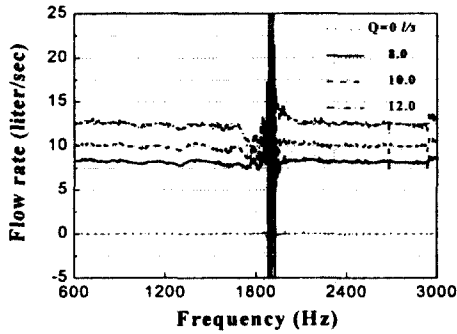


Fig. 8 Estimated flow rates for $Q=0, 8, 10, 12$ liter/sec after phase and magnitude mismatches between sensors have been compensated.

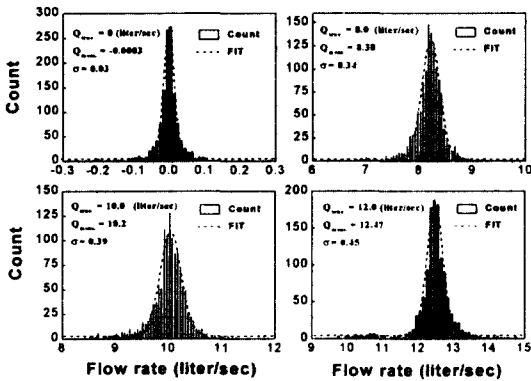


Fig. 9 Histograms of the estimated flow rate at each discrete frequencies and Gaussian distribution curve fit.

Table 2. The flow rate and theirs estimated from the Gaussian distribution curve fit

True flow rate Q (liter/s)	Estimated flow rate \hat{Q} (liter/s)	% error in flow rate $(\hat{Q}-Q /Q) \times 100$	Standard deviation of \hat{Q} (liter/s)
0	-0.0003	-	0.03
8.0	8.38	4.8	0.34
10.0	10.2	2	0.39
12.0	12.47	3.9	0.45

9. 결론

본 연구에서는 관내에서 전파되는 음파가 유량에 따라 파수가 변화하는 특성을 가지고 있는 것에 착안

하여 등간격으로 배열된 마이크로폰을 이용한 관내 유량을 측정하는 방법을 제시하였다. 유량과 상관되는 파수는 등간격의 관 내부 음압들의 상관관계를 이용하여 구할 수 있으며, 이 파수값으로부터 관 내부의 평균유량을 측정할 수 있다.

본 연구에서 제시하는 측정방법의 적용조건으로서 1차원 파동의 전파조건과 센서 간격에 따른 특이조건과 관련된 주파수 영역을 제시하였고 유량측정시 발생할 수 있는 오차의 종류와 이들의 보정방법도 제시하였다. 모의 해석을 통해 유량 측정방법, 특이조건, 주파수, 오차의 특성 및 오차보정 방법 등에 대해 살펴보았다. 그리고 실제 관 내부에 유동이 있는 경우에 대해 실험을 통해 유량을 측정해 보았으며 실제값과 비교하여 약 5% 오차범위 내에서 잘 일치하는 결과를 얻을 수 있었다.

참고문헌

- (1) R. J. Goldstein, 1983, "Fluid Mechanics Measurements", Springer-Verlag, New York.
- (2) R. N. Thurston, Allan D. Pierce, 1999, "Ultrasonic Instruments and Devices I", Academic Press, pp 353-358.
- (3) Julian R. Frederick, 1965, "Ultrasonic Engineering", Jhon Wiley & Sons, Inc., pp 198-208.
- (4) 전영두, 김양한, 정완섭, 1998, "마이크로폰 어레이를 이용한 관내음장 및 평균유속 측정", 대한기계학회논문집 22 권, pp 1761-1768.
- (5) Young-Key Kim and Yang-Hann Kim, 1996, "A three accelerometer method for the measurement of flow rate in pipe." J. Acoust. Soc. Am., Vol. 100, No. 2, pp. 717-726.
- (6) Frank Fahy, 1985, "Sound and Structural Vibration", Academic Press, pp 205-210.