

# 박막형 소음기: 이론과 적용 가능성

김양한\*, 전영두\*\*

## Membrane-duct: its theory and feasibility

Yang-Hann Kim and Young-Doo Chun

### ABSTRACT

Theoretical analysis of noise reduction by a membrane-duct system is presented. When acoustic waves propagate in the membrane-duct, the part of membrane is also excited and its motion is coupled with interior medium. For an infinite plane membrane-duct system, a simple coupled governing equation is derived and solved. One of the characteristics of dispersion relation is that evanescent waves occur below critical frequency. Attaching damping materials to the membrane may improve the absorption efficiency of acoustic energy. The results show that the membrane-duct system can be applied to diminish and absorb low frequency noise in duct instead of passive muffler, such as simple expansion chamber or absorption material.

### 1. 서론

소음기는 대체적으로 보아 흡음형, 즉 대상 소음을 흡음재로의 움직임에 의하여 열 에너지로 변환하는 원리를 이용한 형태의 소음기와 반사형, 즉 제어 하고자 하는 소음을 임피던스 부정합(impedance mismatch)에 의하여 발생하는 음파의 반사현상을 이용하여 제어 하고자 하는 공간으로 방사되지 않도록 하는 방법 등으로 구분할 수 있다. 반사형 소음기는 흡음형 소음기보다 저주파수 영역의 소음 저감에 사용되는 것이 일반적이며, 상대적으로 흡음형 소음기는 보다 높은 주파수 영역에서 사용된다. 이것은 흡음재의 재료 특성이 일반적으로 고주파수(통상 약 500 Hz 이상) 영역에서 좋은 흡음 성능이 있기 때문이다. 이와는 달리 반사형 소음기는 비교적 저주파수 영역의 개념이라 할 수 있다. 물론 일반적으로는 이러한 두 소음기의 특성을 적절히 혼합한 형태의 복합적 소음기가 공조기(ventilation system)나 수송용 차량의 배기구 등에

사용된다. 반사형 소음기의 단점은 흡음형에 비하여 비교적 큰 공간을 요구하는 점에 있다. 이것은 원하는 임피던스 부정합을 덕트의 급격한 단면적 변화에 의하여 만들고 있기 때문이다. 그러나, 사실 임피던스 부정합은 이러한 단순한 방법 이외의 다른 다양한 방법으로 성취할 수 있다.

만일 적절한 임피던스 부정합을 만들되 기존의 반사형 소음기처럼, 설치공간이 많이 필요하지 않은 소음기를 만들 수 있다면, 반사형 소음기의 취약점을 개선한 저주파용 소음기가 실용화 될 수 있을 것이다. 만일 Fig. 1 과 같이 박막(membrane)을 단순 확장관 대신 설치한다면 입사파의 주파수 성분(크기 포함)에 따라서 설치된 박막은 내부 매질과 연성(couple)되어 움직이게 될 것이다.

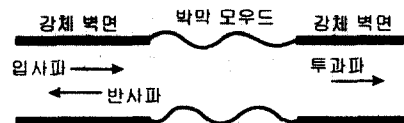


FIG. 1 Illustration of wave propagation in rigid and membrane duct

\* 정희원, 한국과학기술원 기계공학과

\*\* 비희원: 한국과학기술원 기계공학과 대학원

이때 입사하는 음파의 입장에서 보면, 박막의 운동은 하나의 임피던스 부정합으로 인식될 것임을 상상할 수 있다. 즉, 단순 확장관과 유사하게 반사 및 투과 현상이 발생할 수 있을 것임을 알 수 있다. 박막형 소음기에 대한 기본적인 아이디어는 저주파 소음에너지 변환이 임피던스 부정합에 있고, 만일 박막 자체가 에너지를 소산 시킬 수 있는 메커니즘(mechanism), 예를 들면 댐핑(damping), 을 부가할 수 있다면 저주파 소음을 반사파와 박막의 댐핑으로 저감할 수 있으리라는 점에 있다.

음파 진행 방향과 평행하게 위치한 박막과 내부 매질과의 연성(couple)에 의해 발생하는 공간상의 감쇠현상을 이용하여 진행파의 저주파 소음을 저감하려는 연구<sup>(1, 2)</sup>가 그 동안 수행 되어 왔으며, 실험을 통해 검증한 바 있다. 또한 박막-공동(cavity)계의 흡음특성에 관한 연구<sup>(3)</sup>가 이루어져 왔으며, 흡음재의 첨가 및 다중 박막 배열을 이용하여 저주파수 대역에서의 소음 저감을 효과적으로 얻을 수 있음을 보고한 바 있다. 이러한 연구 결과들은, 박막을 이용한 덕트 시스템이 기존의 반사형 소음기의 특성과 비슷하게 저주파수 대역의 소음 저감을 매우 효과적으로 얻을 수 있고, 적용 대상 소음에 따라 보다 쉽게 튜닝(tuning)할 수 있음을 보여 준다.

본 논문은 박막-덕트 시스템을 이용하여 덕트 내부에 전파하는 저주파수 대역의 소음을 저감시키는 방법론에 대해 다루고 있다.

## 2. 기본 이론

### 2-1. 무한평면 박막-덕트의 1 차원 모델링

박막과 매질간의 연성(couple)현상을 이해하기 위해, Fig. 2 와 같이 무한평면의 박막 사이에 있는 매질에 파동이 전파하는 경우를 생각해 보자.

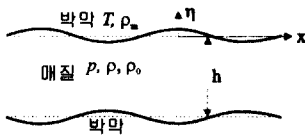


FIG. 2 Schematic diagram of an infinite membrane-duct system

이때 해석의 편의성을 위해 박막 외부에는 매질이 존재하지 않는다고 가정한다. 그리고, 박막 사이의 매질에 전파하는 음파의 파장이 박막간의 간격  $h$  에 비해 매우 클 경우를 생각하여 평면파가 전파한다고 가정하자. 즉,  $kh \ll 1$  의 조건으로서 이는 연구 목적이 덕트 내부의 저주파수 대역 소음저감인 것을 감안하면 타당한 가정이라 할 수 있다.

매질과 박막의 연성된 운동 지배방정식을 유도하기 위해, 먼저 박막사이의 매질에 대한 질량 보존 관계식을 유도해 보면 다음과 같다.

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\rho_0 \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{h} \frac{\partial \eta}{\partial t} \right) \quad (1)$$

이때  $\rho_0$  와  $u$  는 매질의 밀도와  $x$  방향으로의 속도이고,  $\eta$  는 박막의 변위이다. 식 (1)의 오른쪽 둘째항은 박막의 운동에 기인된 질량 변화를 나타내고 있다. 그리고, 내부 매질의  $x$  방향으로의 운동량 관계식은 오일러(Euler) 식으로 표현된다.

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} \quad (2)$$

또한 매질에서 파동이 전파하는 과정을 등엔트로피(isentropic) 과정이라 가정하면,

$$\frac{p}{\rho} = c_0^2 \quad (3)$$

의 관계를 얻을 수 있고,  $c_0$  는 매질에서의 파동 전파속도를 나타낸다. 따라서, 식 (1), (2), (3)으로부터 내부 매질에서 전파하는 음파에 관한 식을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + \frac{\rho_0}{h} \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} \quad (4)$$

식 (4)의 오른쪽 둘째항은 박막의 운동에 의해 첨가된 것으로, 만일 강체 벽면을 가정하게 되면 이항은 0 이 되므로 일반적으로 잘 알려져 있는 평면파의 파동 방정식을 표현하게 됨을 알 수 있다.

또한 박막의 운동은 다음과 같이 기술된다.

$$T \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} - b \frac{\partial \eta}{\partial t} - s\eta + p = \rho_m \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} \quad (5)$$

여기서,  $b$ 와  $s$ 는 각각 박막에 존재하는 댐핑(damping)과 강성(stiffness)이며,  $\rho_m$ 는 박막의 밀도이고,  $T$ 는 박막에 작용하는 장력이다. 따라서, 식 (4)와 식 (5)는 Fig. 2에 있는 박막-덕트 시스템의 내부 매질과 박막의 운동을 1차원적으로 간결히 묘사할 수 있는 지배방정식이 된다.

지배 방정식에 대한 물리적 이해를 도모하기 위해, 시간에 대한 조화운동  $p = \bar{p}e^{j\omega t}$ ,  $\eta = \bar{\eta}e^{j\omega t}$ 를 가정하면, 식 (4)와 (5)는 각각 다음과 같이 공간의 함수로만 표현할 수 있다.

$$\left(\frac{d^2}{dx^2} + \frac{\omega^2}{c_0^2}\right)\bar{p} + \frac{\rho_0\omega^2}{h}\bar{\eta} = 0 \quad (6)$$

$$\bar{p} + \left(T\frac{d^2}{dx^2} + \rho_m\omega^2 - s - j\omega b\right)\bar{\eta} = 0 \quad (7)$$

따라서, 식 (6)과 (7)을 압력에 관한 식으로 정리하면 다음과 같다.

$$\left(\frac{d^2}{dx^2} + \frac{\omega^2}{c_0^2}\right)\left(T\frac{d^2}{dx^2} + \rho_m\omega^2 - s - j\omega b\right)\bar{p} = \frac{\rho_0\omega^2}{h}\bar{p} \quad (8)$$

## 2-2. 질량 효과만 포함한 박막의 경우

만일 질량 효과만 있는 박막의 경우, 식 (8)은 다음과 같이 간단히 표현된다.

$$\left\{\frac{d^4}{dx^4} + \omega^2\left(\frac{1}{c_0^2} + \frac{1}{c_m^2}\right)\frac{d^2}{dx^2} + \frac{\omega^4}{(c_0c_m)^2} - \frac{\rho_0\omega^2}{hT}\right\}\bar{p} = 0 \quad (9)$$

여기서, 박막에서의 파동속도는  $c_m = \sqrt{T/\rho_m}$ 으로 정의된다. 이때 매질에서 전파하는 파동의 특성을 알아보기 위해서,  $\bar{p} = \hat{p}e^{-jkx}$ 라 가정하여 식 (9)에 대입하면 분산관계(dispersion relation)를 얻을 수 있다.

$$k^4 - \omega^2\left(\frac{1}{c_0^2} + \frac{1}{c_m^2}\right)k^2 + \omega^2\left(\frac{\omega^2}{(c_0c_m)^2} - \frac{\rho_0}{hT}\right) = 0 \quad (10)$$

식 (10)의 분산 관계식으로부터  $\omega$ 의 범위에 따라  $k$ 가 실수값이나 허수값, 혹은 복소수 값을 갖게 됨을 알 수 있다. 즉,  $k$ 가 실수값만을 갖게 될 경

우는 공간상으로의 감쇠없이 전파하는 파동을 의미하며,  $k$ 가 허수값일 경우는 전파되지 않고 감쇠가 일어나는 것을 말하며,  $k$ 가 복소수일 경우는 감쇠하면서 파동이 전파하는 것을 의미한다.

식 (10)으로부터  $k$ 가 허수값을 갖기 위한 조건을 구해보면 다음과 같다.

$$0 < \omega < \omega_{critical}, \quad \text{where } \omega_{critical} = c_0\sqrt{\frac{\rho_0}{h\rho_m}} \quad (11)$$

이때  $\omega_{critical}$ 은 임계 주파수(critical frequency)로 정의되고, 임계 주파수 아래의 저주파수 대역의 소음은 전파되지 못하고 공간상으로 감쇠가 된다. 이것은 참고문헌(1), (3)과 동일한 결과이다.

## 2-2. 댐핑과 강성 효과를 갖는 박막의 경우

박막이 댐핑과 강성효과가 있는 물질로 둘러싸여 있는 일반적인 경우를 생각해 보자. 박막의 속도  $\bar{v}_m = j\omega\bar{\eta}$ 를 이용하여 식 (7)을 표현하면,

$$\begin{aligned} \bar{p} &= L\bar{v}_m \\ \text{where } L &= \frac{1}{j\omega}\left(-T\frac{d^2}{dx^2} - \rho_m\omega^2 + s + j\omega b\right) \end{aligned} \quad (12)$$

이 된다. 여기서,  $L$ 은 임의의 위치의 박막에서의 점(point) 임피던스를 표현하는 선형연산자(linear operator)에 해당된다. 식 (12)을 살펴보면, 고주파수 대역에서는 주로 박막의 질량에 관계하고, 저주파수 대역에서는 주로 박막의 강성에 관계하고 있음을 알 수 있다.

이때 매질의 압력이 박막에 전달하는 평균 입력파워를 예측하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \langle W \rangle_t &= \langle p v_m \rangle_t = \frac{1}{2} \text{Re}(\bar{p} \bar{v}_m^*) \\ &= \frac{1}{2} \left\{ b |\bar{v}_m|^2 - \text{Re} \left( \frac{T \bar{v}_m^*}{j\omega} \frac{d^2 \bar{v}_m}{dx^2} \right) \right\} \end{aligned} \quad (13)$$

여기서,  $\langle \rangle_t$ 는 시간에 대한 평균을 의미한다. 식 (13)으로부터, 매질에 전파하는 파동의 음향 에너지가 박막의 댐핑에 의해 소실되고 있음을 알 수 있다. 그러므로, 덕트 내부에서 전파하는 소음의 음향 에너지가 박막의 댐핑효과로 인해 소진되어

소음저감 효과를 극대화시킬 수 있음을 알 수 있다. 또한 댐핑 효과는 저주파수 대역뿐만 아니라 고주파수 영역에서도 에너지를 흡수하기 때문에 박막만으로 이루어진 경우에서의 단점을 보완할 수 있다.

### 3. 유한크기의 박막-덕트 시스템

앞 절은 무한평면의 박막으로 구성된 덕트 내부에서의 소음저감 특성을 정성적으로 분석하였다. 그러나, 실제 박막 소음기를 구현하기 위해선 유한한 크기의 박막-덕트 시스템을 고려해야 하며, 이에 대한 실질적 소음저감 특성을 분석해야 한다. 이를 위해 Fig. 3 과 같은 사각형 덕트에서 윗면 ( $y=H$ )에만 박막이 있고 나머지 면은 강체 벽면인 덕트 시스템으로 가정하자.

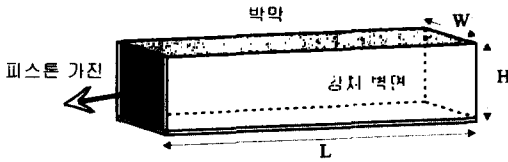


FIG. 3 Schematic diagram of a finite membrane-duct system

여기서, 치수는  $L=0.6$  m,  $W=0.13$  m,  $H=0.1$  m 이다. 이때 박막과 강체 벽으로 둘러싸인 내부매질을, 한쪽 끝면( $z=0$ )의 피스톤(벽면속도  $V_{piston}$ ) 운동으로 가진시킬 때, 내부매질로 전파하는 파동현상을 이용하여 소음저감 특성을 파악하고자 한다. 해석의 편의성을 위해 박막 외부에 매질이 존재하지 않는 경우를 가정한다. 만일 외부 매질을 고려할 경우는 주파수 영역에 따라 부가 질량(added mass) 혹은 방사 댐퍼(radiation damper)로써 작용하게 될 것이다. Fig. 3 의 덕트 시스템에서 전파되는 파동현상을 3 차원 모델링을 통해 지배방정식을 유도하면 다음과 같다.

$$\nabla^2 \eta = \frac{1}{c_m^2} \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - \frac{p}{T} \Big|_{y=h} \quad (14)$$

$$\nabla^2 p = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + 2\rho_0 \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} \delta(y-h) + 2\rho_0 \frac{\partial V_{piston}}{\partial t} \delta(z) \quad (15)$$

여기서,  $p(x, y, z, t)$ 와  $\eta(x, z, t)$ 는 각각 덕트 내부 매질의 음압과 박막의 변위를 나타낸다. 이 경우 경계조건을 표현하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial p^-}{\partial x} \Big|_{x=0} = \frac{\partial p^-}{\partial x} \Big|_{x=b} = 0 \quad (16.a)$$

$$\frac{\partial p^-}{\partial y} \Big|_{y=0} = \frac{\partial p^-}{\partial y} \Big|_{y=-h} = 0 \quad (16.b)$$

$$\frac{\partial p^-}{\partial z} \Big|_{z=0} = \frac{\partial p^-}{\partial z} \Big|_{z=L} = 0 \quad (16.c)$$

$$\eta|_{x=0} = \eta|_{x=b} = \eta|_{z=0} = \eta|_{z=L} = 0 \quad (16.d)$$

수학적 편의성을 위해서 지배 방정식을 식 (14), (15)와 같이 동차(homogeneous) 경계조건 및 비동차(in-homogeneous) 운동방정식으로 표현하였다. 유한 경계조건을 갖는 내부음장과 박막의 변위는 비연성 독립계의 고유 모드(eigen mode)의 조합으로 확장할 수 있기 때문에, 음압과 박막의 변위는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\eta = e^{i\omega t} \sum_{m,n} \Psi_{mn} \sin\left(\frac{m\pi x}{b}\right) \sin\left(\frac{n\pi z}{L}\right) \quad (17)$$

$$p = e^{i\omega t} \sum_{r,q,l} \Phi_{rql} \cos\left(\frac{r\pi x}{b}\right) \cos\left(\frac{q\pi y}{h}\right) \cos\left(\frac{l\pi z}{L}\right) \quad (18)$$

이때  $\Psi_{mn}$  과  $\Phi_{rql}$  는 각각 박막과 내부음장의 모드 계수(modal coefficient)를 나타내고, 식 (14), (15)의 지배 방정식을 만족하도록 결정되어진다<sup>(1)</sup>.

내부 매질의 음압과 피스톤 속도  $V_{piston}$  간의 주파수 응답함수를 이용하여, 덕트 내부에서의 공간상 음압분포를 예측하였으며, 이를 통해 소음저감 정도를 살펴 보았다(Fig. 4) 이 경우 박막은  $\rho_m = 1.33$  kg/m<sup>2</sup>,  $T=50$  N/m 의 값을 갖는다고 가정하였다. Fig. 4(a)는 임계 주파수보다 낮은 주파수 영역에서 감쇠파(evanescent wave)의 공간에 대한 음압분포를 보여주는데, 피스톤 면으로부터 멀어질수록 급격히 반응이 줄어들음을 볼 수 있다.

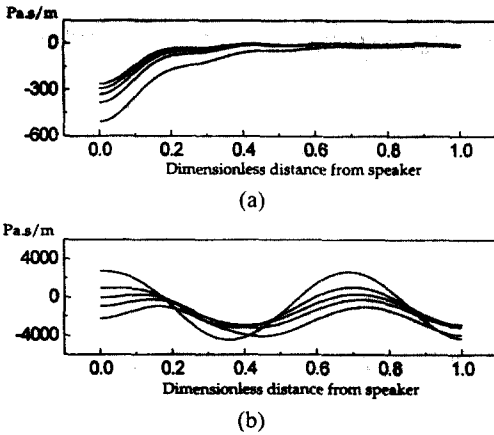


FIG. 4 Magnitude ratio of FRF to the maximum value along the dimensionless distance from the piston. (a) evanescent modes below the critical frequency, (b) propagating modes above the critical frequency.

Fig. 4(b)는 임계 주파수 보다 높은 주파수 영역에서 나타나는 피크 주파수성분의 음압분포로서 공간상 감쇠가 일어나지 않고, 소음이 그대로 전파되고 있음을 말해준다.

Fig. 5는 주파수에 따른 내부 음압과 피스톤 속도 간의 주파수 응답함수를 보여 준다. 굵은 실선은 강체벽면으로 둘러싸인 경우의 것이며, 가는 실선은 박막( $\rho_m = 1.33 \text{ kg/m}^2$ ,  $T=50 \text{ N/m}$ )이 있는 경우인데, 서로의 비교를 통해 음장의 변화 및 연성관계를 확인할 수 있다. 강체벽면이 박막으로 대체될 경우 내부 공명주파수가 모두 증가했음을 알 수 있다.

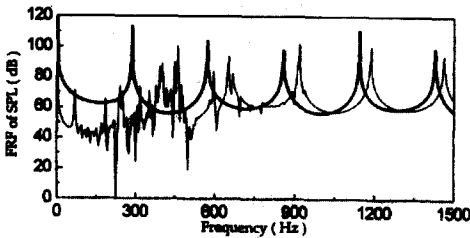


FIG. 5 FRF of SPL in duct. Thick line: rigid duct, thin line: membrane-duct system.  $\rho_m = 1.33 \text{ kg/m}^2$ ,  $T=50 \text{ N/m}$ .

300Hz 이하 주파수 영역에서는 약 21dB 정도 소음 저감이 일어나고 있음을 알 수 있으나, 600Hz 이상의 고주파수 영역에서는 강체벽면의 경우와 거의 동일하게 소음저감이 일어나지 않고 있음을 보여 준다. 이때 박막의 밀도가 줄어들면, 식 (11)에서 알 수 있듯이, 임계 주파수는 증가하게 되어 소음 저감을 얻을 수 있는 저주파수 대역폭이 넓어지게 된다. 이는 소음 특성에 따라 박막의 밀도를 조절하여 원하는 주파수 구간에 소음저감이 일어날 수 있도록 튜닝(tuning)할 수 있음을 의미한다.

Fig. 6은 박막의 장력을 변화시키면서 주파수에 따른 내부 음압과 피스톤 속도 간의 주파수 응답 함수를 예측한 것이다. 식 (11)에서 알 수 있듯이 박막의 장력은 임계 주파수를 결정짓는데 무관하므로, 소음저감 가능한 저주파수 대역폭은 두 경우 서로 동일함을 알 수 있다. 그러나, 장력이 증가할 수록 소음저감량은 줄어들게 되므로 소음저감 측면에서는 장력이 크지 않은 경우가 유리하다고 할 수 있다.

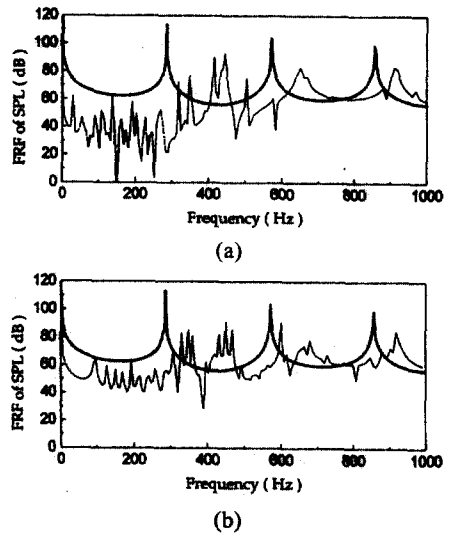


FIG. 6 FRF of SPL in duct. Thick line: rigid duct, thin line: membrane-duct system. (a)  $\rho_m = 1.33 \text{ kg/m}^2$ ,  $T=10 \text{ N/m}$ , (b)  $\rho_m = 1.33 \text{ kg/m}^2$ ,  $T=100 \text{ N/m}$ .

#### 4. 요약

본 연구에서는 박막-덕트 시스템을 이용하여 저주파수 대역에서의 소음저감을 얻고자 하였으며, 박막형 소음기의 가능성을 타진해 보았다.

무한평판 박막-덕트 시스템을 1차원으로 간단히 모델링하여 연성 지배방정식을 유도하고, 박막과 내부매질로 전파하는 파동특성을 해석하였다. 저주파수의 소음저감 폭을 결정짓는 임계 주파수는 박막의 밀도와 박막사이의 간격으로 쉽게 튜닝할 수 있어, 원하는 주파수 구간에서의 효과적인 소음저감을 이룰 수 있음을 확인하였다. 또한 박막에 댐핑효과를 첨가하면 내부에서 전파하는 소음의 음향 에너지를 소실시킬 수 있기 때문에 더욱 효과적인 소음저감을 이룰 수 있음을 알 수 있었다. 또한 유한한 크기의 박막-덕트 시스템에 대한 해석을 통해, 박막형 소음기로서의 가능성을 확인할 수 있었으며, 박막의 장력을 낮춤으로써 소음저감 효과를 향상시킬 수 있음을 알았다.

이러한 결과들을 종합해 보면, 박막형 소음기는 흡음형 소음기의 성능이 떨어지는 저주파수 대역에서 효과적으로 소음저감을 이룰 수 있고, 보다 작은 부피로 구현할 수 있기 때문에 반사형 소음기의 단점을 보완할 수 있을 것으로 기대된다.

#### 후기

본 연구는 한국과학기술평가원 (KISTEP) 의 국가지정연구실 프로그램 지원에 의해서 연구되었음을 밝힙니다.

#### 참고 문헌

- (1) 박수경, 김양한, “박막과 음장의 연성에 의한 저주파 소음 저감,” 한국소음진동공학회지 제 7 권 제 4 호, pp. 579~588, (1997)
- (2) L. Huang, “A theoretical study of duct noise control by flexible panels,” J. Acoust. Soc. Am., 106(4), pp. 1801~1809, (1999)
- (3) 김양한, 임종민, “박막-공동계의 주파수 특성과 응용,” 한국소음진동공학회지 제 9 권 제 6 호, pp. 1123~1130, (1999)