

# 유한요소 모델 개선 프로그램 개발

<sup>o</sup>왕 세명\*, 고 창성\*\*

## Development of finite element model updating program

S. M. Wang\*, C. S. Ko\*\*

### ABSTRACT

The finite element analysis (FEA) is widely used in modern structural dynamics because the performance of structure can be predicted in early stage. However, due to the difficult in determination of various uncertain parameters, it is not be easy to obtain a reliable finite element model. To overcome these difficulties, updating program of FE model is developed by consisting of pretest, correlation and updating. In correlation, it calculates modal assurance criteria, cross orthogonality, mixed orthogonality and coordinate modal assurance criteria. For the model updating, the continuum sensitivity analysis and design optimization tool (DOT) are used. The SENSUP program is developed for model updating to obtain physical parameter sensitivity. The developed program is applied to practical examples such as the base plate of HDD, BLDC spindle motor, and upper housing of induction motor. And the sensor placement for the square plate is compared using several methods.

### 1. 서 론

구조물을 최적화 하기 위해서는 그것의 동특성을 미리 예측할 수 있어야 한다. 실험과 해석의 여러 가지 방법이 사용 되어 지고 있지만 그 중에서도 유한 요소 해석 방법이 널리 쓰이고 있다. 신뢰할 만한 유한 요소 모델을 가지고 있으면 설계단계에서 구조물의 성능파악이 용이하지만 복잡한 시스템의 경우 불확실한 인자들에 의해 모델링은 간단하지 않다. 따라서 체계적인 방법이 필요하다.

이를 위해서 많은 학자들의 활발한 연구가 진행되고 있으며, 상용화된 소프트웨어들도 나와있다[1,2,3]. 또한 이런 프로그램들은 모듈단위로 개발 되고 있으며 크게 세가지로 나누어질 수 있다. 예비 실험

(pretest), 검증(correlation), 개선(update)이 그것이다.

개선 과정에서는 민감도를 요구하게 되는데 기존의 상용 소프트웨어들은 반해석적 (semi-analytical)[4] 방법이나 유한 차분법 (finite difference)을 이용하고 있다. 그리고 개선을 위해서 최적 프로그램을 주로 이용하고 있다.

본 연구에서는 개발한 연속체 민감도(continuum sensitivity analysis)[5]와 상용최적화 프로그램 DOT(design optimization tools)[6]를 이용한 개선프로그램을 UNIX 환경에서 개발하였고 아울러 예비실험과 검증을 위해서 윈도우 환경의 GUI 에 의한 프로그램을 개발하였다. 그리고 예비 실험과 검증을 위해 워크스테이션에 있는 MSC/NASTRAN 을 제어하기 위해 WINSOCK library 를 이용하였고 축약된 시스템 행렬을 얻기 위해 DMAP(direct matrix abstraction program) alter[7]가 자동으로 생성되게 하였다.

또한 본 프로그램을 이용하여 실제 HDD 의 하판,

\* 광주과학기술원 기전공학과

\*\* 금호 타이어

BLDC 스핀들 모터 그리고 유도 모터의 상부 하우징에 대해 적용해 보았고 사각 평판에 대해 센서 위치 선정 방법을 비교해 보았다.

## 2. 상관관계 기법 (correlation technique)

가장 간단한 방법으로는 고유 주파수를 비교하는 방법이 있고, 모드형상을 눈으로 비교해 보는 방법이 있다. 보다 정량화 해서 나타내기 위해서 크게 두 가지로 나뉘어 질 수 있는데 모드형상 상관관계와 자유도 상관관계 이다.

### 2.1 모드 형상 상관관계법

#### 1) Modal Assurance Criteria (MAC)

MAC 값은 두 벡터간의 상관관계의 정도를 평가하는 것으로 가장 널리 쓰인다.

$$MAC^{a-x}(i, j) = \frac{\left| \{\Psi\}_i^{aT} \{\Psi\}_j^x \right|^2}{\left( \{\Psi\}_i^{aT} \{\Psi\}_i^a \right) \left( \{\Psi\}_j^{xT} \{\Psi\}_j^x \right)} \quad (1)$$

MAC 값은 0 과 1 사이의 값을 가지며, 1 에 가까울수록 높은 상관관계를 나타내며 벡터의 스케일에 영향을 받지 않는 특징이 있다.

#### 2) Cross and Mixed Orthogonalities (COM and MOM)

COM 값과 MOM 값은 식 (2)와 식(3)으로 정의 되며 상관관계가 높으면 비대각 행렬이 대각 행렬에 비해 상대적으로 작은 값을 가지게 된다. 또한 실제의 경우 시스템 행렬의 축약이나 확장에 크게 영향을 받는다.

$$COM^{a-x} = [\Psi]^a T [M] [\Psi]^x \quad (2)$$

$$MOM = [\Psi]^x T [M] [\Psi]^x \quad (3)$$

### 2.1 자유도 상관관계법

#### 1)Coordinate Modal Assurance Criteria (CoMAC)

CoMAC 은 주어진 모드쌍에 대한 MAC 값에 대한 각각의 자유도의 기여도를 나타낸다. 또한 CoMAC 값은 모드 형상의 스케일에 크게 영향을 받으므로 주의 해야 한다.

$$CoMAC(j) = \frac{\left( \sum_{i=1}^n \Psi_i^a(j) \cdot \Psi_i^x(j) \right)^2}{\left( \sum_{i=1}^n \Psi_i^a(j) \cdot \Psi_i^a(j) \right) \cdot \left( \sum_{i=1}^n \Psi_i^x(j) \cdot \Psi_i^x(j) \right)} \quad (4)$$

## 3. 센서의 위치 결정

### 3.1 센서 위치결정 방법

#### 1) Visual Inspection (VI)

가장 간단한 방법으로 관심 있는 모드 형상을 보고, 높은 변위를 갖는 곳을 센서 위치로 선택한다.

#### 2) Guyan Reduction ratio (GR)

센서 위치의 후보 자유도(candidate DOF)에 대해 Guyan 축약된 질량 행렬과 강성 행렬의 비를 계산한다.

$$GR_i = K_{ii} / M_{ii} \quad (5)$$

GR<sub>i</sub>의 값이 큰 것을 차례로 줄여 나간다.

#### 3) Modal Kinetic Energy (MKE)

$$MKE = \Psi_{im} \otimes M \Psi_{im} \quad (6)$$

여기서,  $\otimes$  는 요소와 요소의 곱이다. 모든 관심 모드에서 큰 운동에너지를 갖는 후보 자유도를 센서 위치로 선정하는 것이다. Average Modal Kinetic Energy (AMKE)는 MKE 의 행을 평균 취해 준 것이다.

#### 4) Driving Point Residue (DPR)

$$DPR = \Psi_{im} \otimes \Psi_{im} \Omega_m \quad (7)$$

여기서  $\Omega_m$  는 관심 주파수의  $m \times m$  행렬이다. 센서 위치는 DPR 값이 큰 곳을 선택한다. Average Driving Point Residue (ADPR)도 AMKE 와 마찬가지로 행을 평균해 준 것이다.

### 3.2 적합도 판정

위에서 선택된 센서 위치에 대해서 적당한 MAC 값과 COM 값으로 적합도를 평가한다. 원래 이 값들은 실험과 해석간의 상관관계를 나타내는 것이지만 여기서는 적합도 판정에 쓰기 위해서 해석 모드만을 가지고 계산한다. 실제로 이런 방법에 의해 결정된 것은 완전히 정확하지 않는 것을 염두 해 두어야 한다. 왜냐하면, 초기 생성된 유한 요소 모델이 실제 모델과 차이가 있기 때문이다. 그렇지만 이런 방법들을 이용해서 결정된 것과 실험자의 경험이 합쳐 진

다면 보다 정확한 실험을 할 수 있을 것이다.

#### 4. 적용 과정

##### 4.1 예비 실험 설계 및 검증

센서 위치 결정을 위한 예비 실험 설계 단계는 상관관계를 계산하는 중요하다. 다음 그림 1 과 그림 2 는 예비 실험 설계와 상관관계 순서를 나타낸 것이다.

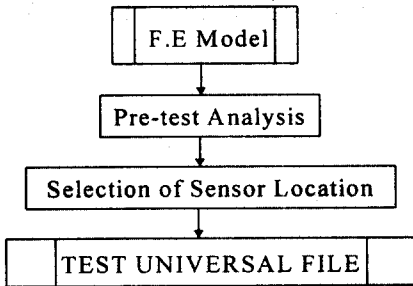


그림 1. 실험 설계 과정

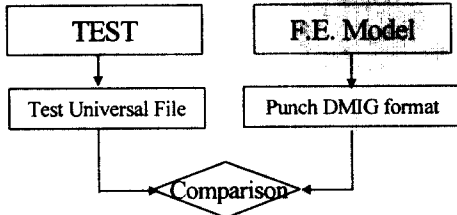


그림 2. 자료 교환 및 비교

그림 1 을 보면 유한 요소 모델로부터 예비 실험을 해석한 후 센서 위치를 결정하게 된다. 그런 후 결정된 센서 위치를 Universal File Format(UFF)로 Export 시켜 모드 실험 및 해석기인 LMS CADA-X 로 보낸다. CADA-X 에서는 이 UFF 를 Import 시켜 실험을 수행한다. 시험 결과를 그림 2 에서 보는 바와 같이 UFF 형식으로 다시 Export 시켜 준다. 그리고 MSC/NASTRAN 의 유한 요소 모델로부터 해석 결과를 얻기 위해 bulk section 에 ASET/OMIT 카드에 실험 절점을 집어넣고, 축약된 시스템 행렬을 얻기 위해 DMAP alter 가 자동으로 들어간다. 나온 결과는 Direct Matrix Input Generation (DMIG) 형식의 punch 파일로 나온다. Universal File Format 는 진동 실험 분야에서는

많이 쓰이는 형식으로 U15 는 가속도계 위치, U82 는 연결성, U35 는 구조 응답 등을 제공한다.

##### 4.2 모델 개선

그림 3 의 개선 과정을 보면 최적 설계 툴은 DOT 를 이용하고 민감도 계산을 위해서 SENSUP 프로그램을 만들었다.

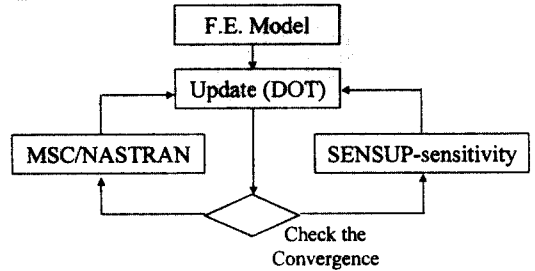


그림 3. 모델 개선 과정

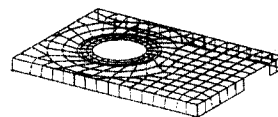
일반적인 최적 설계문제를 모델 개선과 관련하여 나타 낼 수 있는데 목적함수로는 고유주파수의 차의 합으로 표현 할 수 있으며 제한조건으로는 총중량을 선택할 수 있으나 무시가능 하다. Side Constraint 로는 불확실한 인자의 상/하한 을 놓을 수 있다. 개선될 인자로는 유한 요소 모델의 스프링, 두께, 보의 경우 너비와 높이이다. 보의 경우 민감도가 보 단면적 성질(i.e., A, Iyy, Izz, Izy, J)에 대해 나오기 때문에 연쇄법칙(chain rule)을 이용하여 보의 설계 인자에 대해 계산되었다.

#### 5. 예제

##### 5.1 HDD 의 하판

HDD 하판의 유한요소 모델은 그림 4 와 같다. 판 요소를 사용하여 모델링 되었으며 일곱 개의 영역에 물성치를 줄 수 있다.

HDD\_Bottom Model



6

그림 4. 하판의 유한요소 모델

자유단 조건에서 해석 결과를 보면 다음과 같다.



1 차모드(756 Hz) 2 차모드(1359 Hz) 3 차모드(1648 Hz)

그림 5. 하판 해석 결과

위의 모드 형상으로부터 센서위치를 다음 그림 6과 같이 선택 하였다.

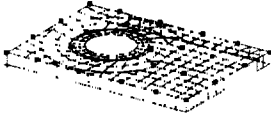


그림 6. 센서 위치 선정

이 위치들에 대해 적합도를 판정하여 표 1 과 2에 나타내었다.

표 1. MAC 적합성

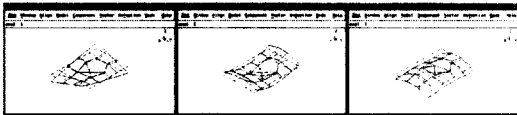
0.99765192144933623000	0.00420675471942627220	0.00165323242387161850
0.00110094051374520290	0.96138300689804689000	0.00664010580032065190
0.00820513839674415790	0.04156691856453018800	0.94120805641711025000

표 2. COM 적합성

-0.99831034124764972000	-0.04465567406102469700	-0.03279337375282903700
-0.01779068970244135000	0.97842444711667216000	0.19141789943750259000
0.00704058277513394670	0.14587190825688952000	-0.96468225600906955000

위 결과를 해석해 보면 대각 행렬이 모두 1에 가까우므로 위에서 선택된 가속도계 위치는 해석모형을 전부 나타낸다고 볼 수 있다. 이제 이것을 UFF로 실험기기로 보낸다.

모드 실험을 수행한 결과 그림 7과 같은 모드 형상을 얻었다.



1 차 모드 (756 Hz) 2 차모드(1364 Hz) 3 차모드(1637 Hz)

그림 7. 하판 실험 결과

표 3-5와 그림 8을 보면 실험과 해석모델 사이에 상관 관계가 좋다는 것을 알 수 있다. CoMAC 값이 어떤 자유도에서는 안 좋지만 전체적으로 MAC, COM, MOM 값들은 좋게 나오는 것을 알 수 있다. 따라서 개선은 수행하지 않았다.

표 3. MAC correlation

0.98770515138914633000	0.0004638742376308795	0.00018141152436187947
0.00105069809910473900	0.94855777383293581300	0.02625477961275648800
0.00276649809314963560	0.0299027522113335300	0.888580811111952300

표 4. COM correlation

0.99362136282853543700	0.01270147800610132000	0.0819536885253149000
-0.00528740611206074060	0.97561186897067109000	0.0883172311822445400
0.02637004788659949270	0.02739911145434399000	0.9535349506253107000

표 5. MOM correlation

0.00000000000000000000	0.019534678411943000	0.07800274954578157200
0.019534678411943000	0.00000000000000000000	-0.07300050658054086100
0.07800274954578157200	-0.07300050658054086100	0.00000000000000000000

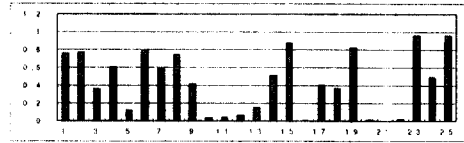


그림 8. CoMAC correlation

### 5.2 스핀들 모터

그림 9에는 BLDC 모터와 베어링 모델을 나타낸다. 베어링을 모델링 할 때 각 볼을 스프링 요소 2개를 가지고 모델링 했는데 하나는 반경반향 다른 하나는 축방향으로 물성치를 주었다.

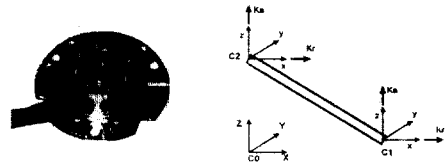


그림 9. BLDC 스핀들 모터 모델

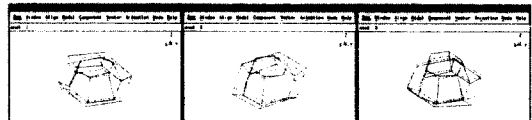
위의 유한 요소 모델을 가지고 해석한 결과는 그림 10과 같다.



1 차모드(2210 Hz) 2 차모드(2458 Hz) 3 차모드(3772 Hz)

그림 10. BLDC 모터 해석 결과

모터의 모드 실험을 수행한 결과 그림 11과 같은 결과를 얻었다.



1 차모드(2308 Hz) 2 차모드(2767 Hz) 3 차모드(3732 Hz)

그림 11. BLDC 모터 실험 결과

표 6에는 이 모터의 상관관계를 나타내었고 그림 12에는 CoMAC 값을 나타내었다. MAC 값은 비교적 좋게 나오나 두 번째 주파수의 오차가 커서 만족스

럽지 못하다.

표 6. Comparison

Mode No	FEM	EMA	error (%)	MAC(%)
1	2210	2308	4.4343	0.962949
2	2458	2767	12.6525	0.908920
3	3772	3732	1.0604	0.754565

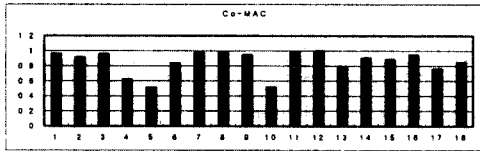


그림 12. CoMAC correlation

고유 주파수의 차이에 가장 크게 영향을 미치는 것은 스프링 요소의 상수 값이다. 따라서 여기서는 스프링 상수를 인자로 선택하여 모델 개선을 수행한다. 스프링 물성치는 크게 4 부분으로 나누어져 있어 표 7에 그 초기값과 개선 후의 최종 파라미터 값을 나타낸다. 표 8를 보면 개선후의 오차는 상당히 줄어든 것을 볼 수 있으며 MAC 값도 그대로 유지되는 것을 확인 할 수 있다. 그림 13은 CoMAC 값을 나타낸다.

표 7. Parameter value

Part				
1	4.00E+06	6.50E+06	6.00E+08	1.4768E+07
2	4.00E+05	6.50E+06	6.00E+08	6.6375E+06
3	6.00E+06	6.50E+06	8.30E+07	1.4988E+07
4	5.00E+06	6.50E+06	6.40E+06	6.4000E+06

표 8. 개선후의 Correlation

Mode No	FEM	EMA	Error. (%)	MAC(%)
1	2321	2308	0.56326	0.946828
2	2596	2767	6.1755	0.902981
3	3813	3732	2.17042	0.751769

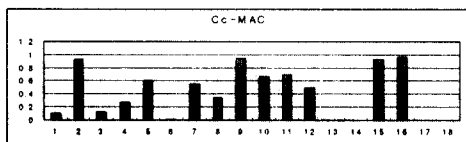


그림 13. CoMAC correlation

### 5.3 유도모터의 상부하우징

유도 모터의 상부 하우징은 그림 14와 같이 모델링 되었으며 리브 파트는 CBAR 요소를 사용하여 강성을 주게 하였다.



그림 14. 상부 하우징의 유한요소 모델

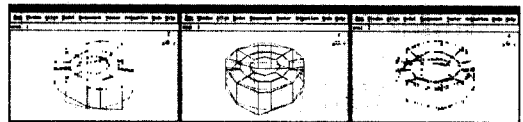
해석결과 보면 첫째 모드와 셋째 모드는 판에서 일어나고 둘째 모드는 축방향으로 움직이는 것을 알 수 있다.



1 차모드(637 Hz) 2 차모드(765Hz) 3 차모드(863Hz)

그림 15. 상부하우징 해석 결과

실험 결과를 보면 다음 그림 16과 같다. 해석과 비교했을 때 2 번째 모드와 3 번째 모드가 바뀐 것을 확인 할 수 있다.



1 차모드(635 Hz) 2 차모드(865Hz) 3 차모드(937Hz)

그림 16. 상부하우징 실험 결과

표 9에서 상관 관계를 보면 MAC 값은 2 번째 모드와 3 번째 모드가 바뀌었기 때문에 비대각 행렬에 1에 가까운 수치가 나온다. 그림 13의 CoMAC 값을 보면 저차 절점에서 거의 상관성을 보여 주지 못하고 있다.

표 9. MAC correlation

0.94408836411750330000	0.00134316000551293670	0.00013445422764404860
0.0013305357504196660	0.90031287909406394919	0.05213582969227345000
0.00890507823888549950	0.90536152029397205000	0.0000573899473620838

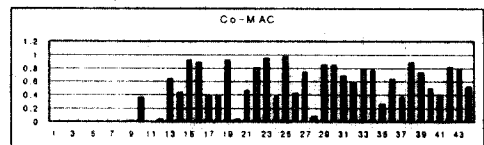


그림 17. CoMAC correlation

이 모델에 대해서 2 번째 모드가 3 번째 모드로 가

기 위해서는 리브 파트의 강성이 추가 되어 한다. 표 10 에는 보 요소의 초기 값과 모델 개선 후 최종 값을 나타낸다. 표 11 에는 개선 후 상관관계를 나타낸다. MAC 값은 대각행렬로 나오고 CoMAC 값도 저차 절점에서 많은 상관관계를 나타낸다.

표 10. CBAR 요소의 물성치

B1 [m]	0.000001	0.0001	1	0.001099
H1 [m]	0.000001	0.0001	1	0.001099
B2 [m]	0.000001	0.0001	1	0.000100052
H2 [m]	0.000001	0.0001	1	0.000100052

표 11. 개선후의 Correlation

Mode No	FEM	EMA	error (%)	MAC(%)
1	674	673	0.14	0.955897
2	863	765	12.8	0.852426
3	909	863	5.33	0.802957

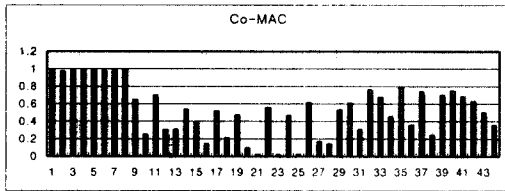


그림 18. CoMAC correlation

#### 5.4 Square Plate

사각 평판을 169 개의 절점과 144 개의 판 요소로 모델링한 후 해석결과는 다음 그림 19 와 같다.



1 차모드(731Hz) 2 차모드(1062Hz) 3 차모드 1302Hz)

그림 19. 사각 평판 해석 결과

VI 에 의한 센서 위치 결정은 그림 20 과 같이 25 개와 9 개를 선택했는데 표 12 와 같이 적합도를 모두 만족하였다. 그림 21 에서 AMKE, ADPR 은 후보 DOF 를 전 절점으로 하였고 GR ratio 는 그림 20 과 같이 25 개를 후보 DOF 로 하였다. 결과를 보면 AMKE 는 9 개, ADPR 과 GR ratio 는 8 개를 선택하였

다. 표 12 에 적합도를 보면 MAC 값은 좋으나 COM 값은 3 차 모드에 대해 안 좋게 나오는 것을 확인 할 수 있다. 따라서 중앙점이 3 차모드에 중요함을 알 수 있다.

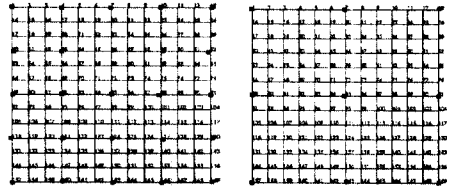
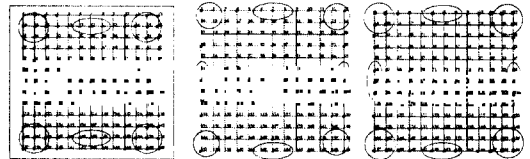


그림 20. VI 에 의한 센서 위치 결정



(a) AMKE (b) ADPR (c) GR ratio

그림 21. 센서 위치 결정

표 12. 적합도 판정

Mode	25 pts		9 pts		8 pts	
	MAC	COM	MAC	COM	MAC	COM
1	0.999	1	0.999	1	0.999	1
2	0.999	1	0.999	0.999	0.999	0.999
3	0.999	0.999	0.999	0.999	0.927	0.616

## 6. 결론

본 연구에서는 예비 실험과 검증용 위한 프로그램을 개발하였고 또한 개선 프로그램을 연속체 민감도와 최적화 프로그램을 사용하여 개발 하였다. 개발된 프로그램을 이용하여 실제 모드 실험을 하고 유한 요소 모델을 개선하는데 적용하였다.

따라서 본 프로그램을 이용하면 실험 하는데 시간을 단축 시킬 수 있고 유한 요소 모델의 검증 및 개선 시간을 단축 시킬 수 있다.

## 후 기

이 논문은 1999 년도 두뇌한국 21 사업에 의하여 지원되었음.

## 참 고 문 헌

- [1] M. I. Friswell and J. E. Mottreshead. Finite Element Model Updating in Structural Dynamics, Kluwer Academic Publishers, 1995
- [2] M. Imregun and W. J. Visser "A review of model updating Techniques", Shock and Vibration Digest Vol. 23(10), pp. 9-20, 1991
- [3] J. E. Mottershead and M. I. Frishwell "Model updating in structural dynamics: a survey", Journal of Sound and Vibration, Vol 167(2), pp.347-375, 1993
- [4] M. Brughmans, K. Wyckaert "MSC/NASTRAN Solution 200, Tightly Integrated to the test environment within LMS LINK: A Power Approach to Dynamic Analysis and Test Integration", Proc. 16<sup>th</sup> IMAC, pp. 26-29, 1998
- [5] S. Wang, "Design Sensitivity Analysis of Noise, Vibration, and Harshness of vehicle Body Structure", Mechanics of structures and Machines, Vol 27(3), pp.317-335, 1999
- [6] DOT Users Manual, Ver 4.20, Vanderplaats Research & Development, Inc., 1995.
- [7] D. Bella and M. Reymond MSC/NASTRAN DMAP Modulus Dictionary

