

# 가장 효율적인 음향 압축기의 튜브형상

° 전영두\*, 김양한\*\*

## Tube Shape for Highly Efficient Sonic Compressor

° Young-Doo Chun and Yang-Hann Kim

### ABSTRACT

When a tube is oscillated at a resonant frequency, acoustic variables such as density, velocity, and pressure undergo very large perturbation, often described as nonlinear oscillation. In order to analyze these phenomena, nonlinear governing equation has been derived and solved numerically. Numerical simulations were accomplished to study the effect of the tube shape on the maximum pressure we can obtain. The tubes of cylindrical, conical, and cosine-shape, which have same volume and length, were investigated. Results show that the resonant frequency and patterns of pressure waves strongly depend on not only the tube shape but also the amplitude of driving acceleration. The degree of non-linearity of wave patterns was also measured by the newly defined *nonlinear energy ratio* of the pressure signals. It was found that the 1/2 cosine-shape tube is more suitable to induce high compression ratio than other shapes.

### 1. 서론

음향 압축기(sonic compressor)란 닫힌 튜브 내부에 공명을 일으켜 큰 압력 변화를 유도하는 원리를 이용하는 것으로서, 기술적 한계 및 제조원가 등의 제약으로 인해 아직까지 상용화되지는 못했으며 대부분의 연구결과가 특허<sup>(1-3)</sup>로 등록되어 있다. 에어컨이나 냉장고 등에 널리 사용되는 왕복동형이나 로타리형 압축기는 구조상 구성요소들간에 마찰이 심하게 발생하기 때문에, 접촉면에서 마모가 일어날 뿐만아니라 이로인한 에너지 손실은 압축효율을 떨어뜨리는 요인이 된다. 그러나, 음향 압축기는 구성요소들간의 마찰이 존재하지 않기 때문에 마모방지를 위한 윤활 문제나 에너지 손실 문제를 해결할 수 있고<sup>(4)</sup>, 윤활성이 없는 대체냉매에 대해서도 원활한 동작이 가능한 장점이 있기 때문에 최근 들어서 주목을 받고 있다<sup>(4)</sup>. 그러나, 공명이 일어나면 튜브 내부에서의 반응은 매우 커져 선형범위를 벗어나게 되고 비선형 거동을 하게

되므로, 정확한 해석을 위해서는 비선형 해석을 수행해야하는 어려움이 있다.

그동안 대부분의 연구들<sup>(5-8)</sup>은 실린더 튜브에서의 충격파 생성과정과 전파특성에 초점을 맞추고 있고, 음향 압축기를 위한 튜브 역시 대부분 실린더 형상으로 설계되었다<sup>(1, 2)</sup>. 실린더 튜브는, 내부에 충격파(shock)가 생성되면 음향학적 포화(acoustic saturation)상태<sup>(9)</sup>에 도달하여 압력 변화량이 제한을 받게 되므로, 음향 압축기의 성능이 떨어지는 단점이 존재한다<sup>(3)</sup>. 그러나, 최근 미국의 마크로소닉사(Macrosonix Corp.)가 연구 개발한 RMS(Resonant Macrosonic Synthesis)<sup>(3, 9, 10)</sup>에서는, 공명 발생시 나타나는 비선형 음파의 모양이 튜브 형상에 크게 영향을 받는다는 것을 알아내고, 튜브의 형상을 적절히 변화시켜 충격파의 생성을 억제함으로써 압력 변화량을 대폭 증가시킬 수 있음을 보여 주었다.

본 논문은 높은 효율을 갖는 음향 압축기용 튜브 형상을 제안하고 있다. 이를 위해, 임의의 축대칭 형상을 갖는 튜브의 내부음장을 해석할 수 있는 이론을 정립하고, 이를 수치적으로 해석할 수

\* 한국과학기술원 기계공학과

\*\* 정회원, 한국과학기술원 기계공학과

있는 해석 코드를 개발하여, 여러형상의 튜브에 대한 모의실험을 수행한다.

## 2. 지배방정식 및 해석방법

튜브 지름에 비해 큰 파장을 갖는 음파가 내부에 전파할 경우, 일반적으로 평면파의 특성을 지니므로, 길이 방향으로의 1차원적 지배방정식을 얻을 수 있다<sup>(1)</sup>.

$$\frac{\partial V}{\partial x} + A \frac{\partial V}{\partial x} = H \quad (1)$$

$$\text{where } \mathbf{V} = \begin{Bmatrix} \rho \\ u \\ p \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} u & \rho & 0 \\ 0 & u & 1/\rho \\ 0 & \gamma p & u \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H} = \begin{Bmatrix} -\rho u \frac{1}{S} \frac{dS}{dx} \\ -a_{nbc} + \frac{\mu_{eff}}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{S} \frac{\partial(uS)}{\partial x} \right) \\ -\gamma p u \frac{1}{S} \frac{dS}{dx} \end{Bmatrix}$$

여기서,  $\rho$ 는 밀도,  $u$ 는 튜브에 대한 매질의 상대속도,  $p$ 는 압력,  $S$ 는 단면적,  $\mu_{eff}$ 는 유효점성,  $\gamma$ 는 비열비이다. 그리고,  $a_{nbc}$ 는 공명기의 가진속도를 나타낸다. 이때, 튜브의 양쪽 끝면에서는 특성(characteristic)경계조건을 응용하여 경계조건을 구현할 수 있고, 공간상 미분과 시간상 적분의 구조를 갖는 유한차분방식을 이용하여 식 (1)의 비선형 지배방정식을 수치적으로 풀 수 있다<sup>(1)</sup>.

또한, 튜브 가진을 위해 작용하는 외력은 튜브 질량  $m$ 에 관계된 관성력과 튜브 내부에서 작용하는 압력차로 기인된 힘의 조합으로 구해진다.

$$F_{ext}(t) = ma_{nbc} + S(0)p(0,t) - S(l)p(l,t) + \int_0^l p(x,t) \frac{dS(x)}{dx} dx \quad (2)$$

만일 튜브의 속도가  $v_{nbc}$  일 경우, 시간  $T_p$  동안의 평균 입력파워는 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\langle \dot{W} \rangle_{T_p} = \langle F_{ext} v_{nbc} \rangle_{T_p}, \quad (3)$$

단일 튜브의 경우, 항상 단면적이 작은 쪽 면에

서 압력의 변화가 가장 심하게 나타나기 때문에, 단면적이 작은 쪽 면에서 생성되는 최고압력과 최저압력의 비로 정의된 압축율을 이용하여 음향 압축기의 가압성능이 평가될 수 있다.

$$\text{compression ratio} = \frac{p_{max}}{p_{min}} \quad (4)$$

## 3. 모의 실험

튜브 형상에 따른 내부음장의 변화와 가압성능의 평가를 위해서, 여러가지 튜브에 대한 모의실험을 수행할 수 있다. 이번 연구에서는 Fig. 1과 같이, 실린더 튜브, 콘 튜브, 1/2 코사인(cosine) 튜브, 3/4 코사인(cosine) 튜브들로 제한하여 수치해석을 수행하였고, 체계적인 비교를 위하여 이들은 모두 같은 길이와 같은 부피를 갖도록 제한해서 주로 튜브의 형상(면적변화)에 의한 영향을 파악할 수 있도록 하였다. 물론 존재 가능한 튜브형상은 무수히 많으나, 이들 튜브는 면적변화의 대표적인 경향들을 간단히 묘사할 수 있고, 또한 수식으로 쉽게 표현될 수 있는 장점이 있다.

튜브 내부의 매질로는 27 °C, 306 kPa의 냉매 R-12를 가정하였으며, 이때 밀도는 14.74 kg/m<sup>3</sup>, 비열비는 1.129에 해당된다. 또한 튜브 전체가 조화운동을 한다고 가정하였다.

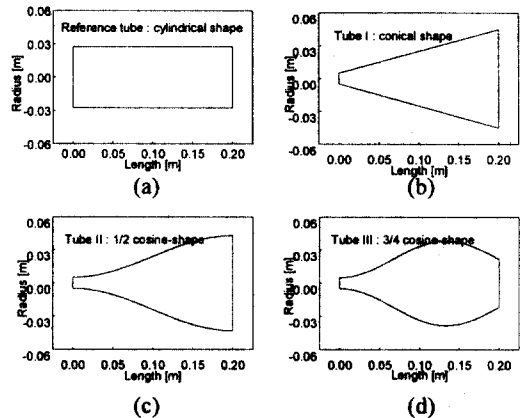


FIG. 1. Geometries of test tubes: (a) reference tube (cylindrical shape), (b) tube I (conical shape), (c) tube II (1/2 cosine-shape), and (d) tube III (3/4 cosine-shape)

**Table 1. Resonance frequencies of test tubes**

(unit: [Hz])

	1*	2	3	4	5
Reference	381.4		1144.0		1905.4
Tube I	489.1	850.8	1215.0	1583.2	1954.4
Tube II	560.1	854.0	1190.8	1556.5	1929.8
Tube III	614.9	940.9	1251.9	1595.7	1958.5

(\* : fundamental resonant frequency)

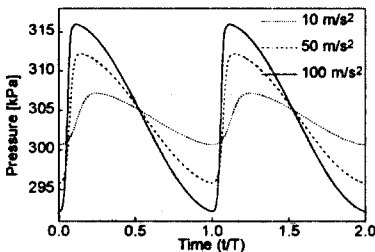
선형해석을 통해 Fig. 1의 튜브들에 대한 공명주파수를 예측해 보면 Table. 1과 같다. 이들 튜브는 서로 길이와 부피가 같지만, 기본 공명주파수는 튜브의 형상에 따라 크게 달라지며, 실린더 튜브의 경우가 가장 낮게 나타난다. 또한 실린더 튜브의 경우 단면적이 변하지 않기 때문에, 튜브 내부의 고차 공명주파수는 기본 공명주파수와 하모닉(harmonic)관계가 있으나, 일반적으로 단면적이 변하는 튜브의 경우는 그렇지 않다.

**3-1. 모의실험(I): 실린더 튜브**

Fig. 1(a)의 기준형 튜브는 실린더 형으로서

$$r(x) = 0.0275 \quad \text{for } 0 \leq x \leq 0.2 \text{ unit [m]} \quad (5)$$

의 반지름을 갖는다. Fig. 2는 튜브 한쪽 끝면에서 예측된 두 주기동안의 압력신호로서, 튜브의 가속도가 각각 10 m/s<sup>2</sup>, 50 m/s<sup>2</sup>, 100 m/s<sup>2</sup>의 크기를 갖고 공명주파수로 가진된 경우이다. 공명주파수는 모두 381.4 Hz로서 가속도의 크기와 상관없이 거의 일정함을 보였다.



**FIG. 2. Pressure patterns predicted at one end of the reference tube at resonance during two cycles when the amplitudes of driving acceleration are 10 m/s<sup>2</sup>, 50 m/s<sup>2</sup>, and 100 m/s<sup>2</sup>.**

가속도가 작을 때에도 이미 압력신호는 사인파(sine)형으로부터 왜곡되었으며, 가속도가 커짐에 따라 충격파로 변해 가는 것을 알 수 있다. 특히 가속도가 100 m/s<sup>2</sup>일 경우는 충격파로 인해 불연속 압력점프가 발생하고 있음을 뚜렷이 볼 수 있다. 실린더 튜브에서 충격파가 쉽게 발생하는 이유는, Table. 1에서와 같이 튜브 내부음장의 고유주파수와 가진주파수(기본 공명주파수와 동일)의 하모닉스가 서로 일치하기 때문이라 할 수 있다. 이러한 비선형 현상의 정량화를 시도하기 위해서, 본 연구에서는 압력신호의 비선형 에너지비(nonlinear energy ratio)를 다음과 같이 제안한다.

$$\text{Nonlinear energy ratio} = 1 - \frac{G_{pp}(\omega_0)}{R_{pp}(0) - \mu_p} \quad (6)$$

여기서,  $R_{pp}(0)$ 는 압력신호의 시간지연(time delay)이 0인 자기상관치(auto-correlation)를 나타내고,  $\mu_p$ 는 압력신호의 평균값이며,  $G_{pp}(\omega_0)$ 는 가진주파수  $\omega_0$  성분의 스펙트럼(auto-spectrum)을 나타낸다. 즉, 식 (6)의 분모는 정적 신호성분(static signal component)을 제외한 압력신호 전체의 크기에 해당되며, 분자는 가진주파수  $\omega_0$  성분만의 크기에 대응된다. 따라서, 비선형 에너지비는 항상 0에서 1 사이의 값을 갖게 되며, 특히 순수 조화신호(pure sine signal)에 대해서는 0을, 델타함수(delta function) 형태의 신호에 대해서 1의 값을 갖게 된다. 그리고, 신호가 사인파(sine)형에서 많이 왜곡될수록 큰 값을 나타낸다.

Fig. 2에서 가속도의 크기가 100 m/s<sup>2</sup>일 경우, 신호에 대해 비선형 에너지비를 구해 보면 0.227이 되며, 많은 양의 입력에너지가 고차 하모닉스(higher harmonics) 성분으로 분산되어 있음을 알 수 있다. 이 경우 충격파가 발생을 하고 있지만, 압축율을 구해 보면 1.081로서 거의 압축이 일어나지 않음을 알 수 있다.

**3-2. 모의실험(II): 콘 튜브**

Fig. 1(b)의 튜브 I은 콘 타입으로서,

$$r(x) = r_0 + A \left( \frac{x}{l} \right) \quad \text{for } 0 \leq x \leq l \quad (7)$$

으로 묘사되고,  $r_0$ 은 0.005 m,  $l$ 은 0.2 m,  $A_1$ 는 0.04 m 이다.

가속도의 크기를 각각 100 m/s<sup>2</sup>, 200 m/s<sup>2</sup>, 300 m/s<sup>2</sup>로 변화 시키면서 관찰해 보았으며, 각 가속도마다 주파수를 위로-아래로 스위핑(sweeping)하는 방식으로 모의실험을 수행하였다(Fig. 3). 가속도의 크기에 따라 공명주파수가 크게 변함을 알 수 있는데, 공명 발생시 반응이 매우 커지므로 내부의 매질특성이 공간에 따라 달라지게 되고, 이로 인해 공명주파수가 영향을 받게 되는 비선형 현상으로 생각할 수 있다. Fig. 3(a)는  $x=0$ 에서의 압축율을 나타낸다. 기준형 튜브에 비해 훨씬 큰 압축율을 보이며, 특히 가속도가 300 m/s<sup>2</sup>의 경우 최고 압축율이 3.1에 이른다. 가속도의 크기가 증가할수록 공명주파수는 높아지고, 반응커브가 고주파수 쪽으로 치우치는 현상이 나타났다. 가속도가 200 m/s<sup>2</sup>일 경우 공명주파수에서 불연속적인 반응커브를 얻을 수 있다. 또한 가속도가 300 m/s<sup>2</sup>일 경우는, 가진할 때 주파수 스위핑(frequency sweeping)방향에 따라서 다른 반응커브를 얻을 수 있는데,

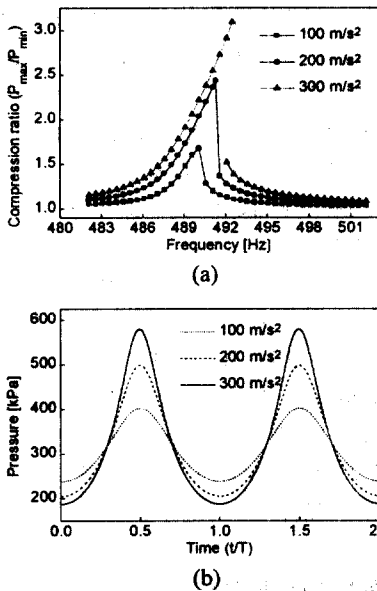


FIG. 3. Simulation results of tube I (conical tube) for the driving acceleration of 100 m/s<sup>2</sup>, 200 m/s<sup>2</sup>, and 300 m/s<sup>2</sup>. (a) compression ratio at small end, (b) pressure patterns at small end at resonance

마치 히스테리시스(hysteresis)와 같은 형태가 나타나며<sup>(9,10)</sup>, 이로 인해 반응커브는 특정 주파수 범위에서 2개의 서로 다른 값을 갖는 다중함수 형태를 취한다. 따라서, 보다 큰 압축율을 얻기 위해서는, 가진주파수를 공명주파수까지 스위핑(swept up)하면서 튜브를 가진해야 할 것이다. Fig. 3(b)는  $x=0$ 에서 공명주파수로 가진될 때의 압력신호를 보여준다. 실린더 튜브와 달리 큰 압력변화에도 불구하고 충격파가 발생하지 않고, 가속도의 크기가 증가할수록 압력신호의 피크(peak)는 점점 좁아지는 반면에, 골(trough)은 점점 넓어지는 경향을 보인다. 초기압력  $p_0 = 306$  kPa을 기준으로, 피크(peak)에서의 가압은 효과적으로 이루어지나 골(trough)에서의 감압은 효과적이지 않음을 알 수 있다.

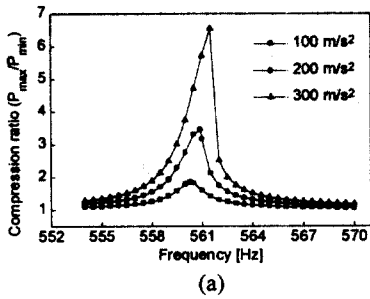
### 3-3. 모의실험(III) : 1/2 코사인 튜브

Fig. 1(c)의 튜브 II 형상은 다음과 같다.

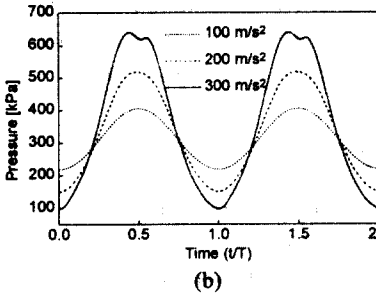
$$r(x) = r_0 + A_2 \left( 1 - \cos\left(\pi \frac{x}{l}\right) \right) \quad \text{for } 0 \leq x \leq l \quad (8)$$

여기서,  $r_0$ 은 0.005 m,  $l$ 은 0.2 m,  $A_2$ 는 0.019 m이며, 튜브의 명칭은 반지름의 변화가 반주기의 코사인(cosine) 함수에 관계함에 착안하였다.

Fig. 4(a)은 튜브 II에 대해, 튜브 I 경우와 같은 방법으로  $x=0$ 에서 예측한 압축율을 나타낸다. 가속도의 크기가 증가할수록 공명주파수가 높아지는 하지만, 튜브 I에 비해 크지 않은 정도이다. 가속도가 300 m/s<sup>2</sup>일 경우, 비록 공명주파수를 경계로 압축율이 급작스럽게 변하고 있지만, 튜브 I에서의 히스테리시스(hysteresis) 경향은 나타나지 않았다. 그러나, 압축율의 변화경향을 살펴보면 가속도의 크기를 증가시킬 경우 히스테리시스(hysteresis) 경향이 나타날 것으로 예상된다. 그리고, Fig. 3(a)와 비교하면, 같은 가속도에 대해 압축율이 상당히 향상되었음을 알 수 있고, 특히 가속도 300 m/s<sup>2</sup>의 경우 놀랍게도 압축율이 6.5에 이르며, 이는 상용 기계식 압축기의 동작범위에 해당된다. Fig. 4(b)는 공명주파수로 가진될 때의  $x=0$ 에서의 압력신호이다. 매우 큰 압력변화가 일어나고 있지만, 충격파는 생성되지 않았다.



(a)



(b)

**FIG. 4.** Simulation results of tube II (1/2 cosine-shape) for the driving acceleration of 100 m/s<sup>2</sup>, 200 m/s<sup>2</sup>, and 300 m/s<sup>2</sup>. (a) compression ratio at small end, (b) pressure patterns at small end at resonance

튜브 I(Fig. 3(b))와는 달리, 가속도가 증가할수록 압력신호는 피크의 폭과 골의 폭이 서로 비슷하다. 또한 초기압력  $p_0 = 306$  kPa 을 기준으로, 피크에서 효과적으로 가압이 이루어질 뿐만 아니라 골에서도 효과적인 감압이 이루어지고 있다.

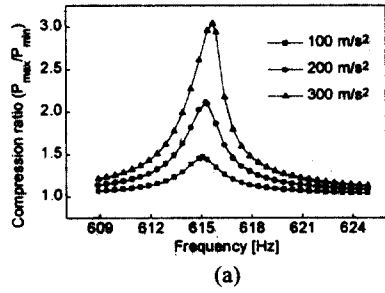
### 3-4. 모의실험(IV) : 3/4 코사인 튜브

Fig. 1(d)의 튜브 III 형상은 다음과 같다.

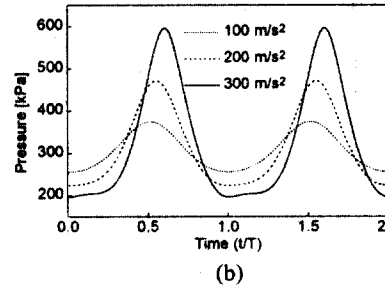
$$r(x) = r_0 + A_1 \left( 1 - \cos\left(\frac{3\pi}{2} \cdot \frac{x}{l}\right) \right) \text{ for } 0 \leq x \leq l \quad (9)$$

여기서,  $r_0$  은 0.005 m,  $l$  은 0.2 m,  $A_1$  는 0.0166 m 이며, 튜브의 명칭은 반지름의 변화가 3/4 주기의 코사인 함수에 관계함에 착안하였다.

Fig. 5(a)는  $x=0$  에서의 압축율을 나타낸다. 튜브 I, II 의 경우와 달리, 가속도의 크기가 증가하더라도 공명주파수는 거의 변함없이 일정하고, 반응 커브도 치우침없이 공명주파수를 기준으로 거의 대칭형태를 유지하고 있다. 그러나, 압축율은 튜브



(a)



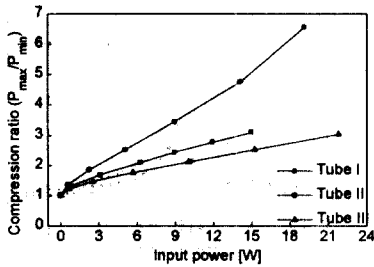
(b)

**FIG. 5.** Simulation results of tube III (1/4 cosine-shape) for the driving acceleration of 100 m/s<sup>2</sup>, 200 m/s<sup>2</sup>, and 300 m/s<sup>2</sup>. (a) compression ratio at small end, (b) pressure patterns at small end at resonance

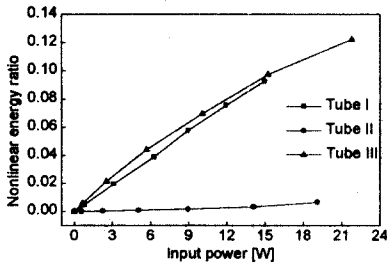
II 에 비해 훨씬 낮게 예측되었다. Fig. 5(b)는 공명 주파수로 가진될 때  $x=0$  에서의 압력신호이다. 튜브 I 과 같이(Fig. 3(b)), 가속도가 증가할수록 피크의 폭은 점점 좁아지는 반면에, 골의 폭은 점점 넓어지고 평평해지고 있다. 또한 피크의 위치가 달라지고 있으며, 골에서의 감압은 효과적으로 이뤄지지 않고 있다.

### 3-5. 모의실험 결과정리

Fig. 6(a)는 튜브 I, II, III 의 압축효율을 서로 비교하고 있으며, 튜브 II 의 경우 압축율이 가장 높게 나타남을 알 수 있다. 따라서, 압축효율 측면에서 튜브 II 가 음향압축기로 가장 적합할 것으로 판단된다. 또한 Fig. 6(b)는 튜브 I, II, III 에서, 공명발생 시  $x=0$  에서의 압력신호에 대한 비선형 에너지비를 비교하고 있으며, 튜브 III 의 경우 가장 높게 나타나는 반면에 튜브 II 의 경우 튜브 I, III 에 비해 현저히 낮게 나타난다.



(a)



(b)

**FIG. 6.** Simulation results for tube I, tube II, and tube III. The tubes are excited with their resonance frequencies with varying input power. (a) compression ratio at small end v.s. input power, and (b) nonlinear energy ratio of pressure signal at small end v.s. input power

이는 튜브 II의 경우 입력에너지가 고차 하모닉스로 분산되는 것을 효과적으로 억제하여 가진주파수에 에너지가 집중될 수 있도록 하기 때문에, 가속도의 크기가 증가하더라도 압력신호가 사인파(sine)형을 계속 유지하는 것이다. Fig. 6(a)와 비교해보면, 고차 하모닉스로서의 에너지 분산이 적어 비선형 에너지비가 작을수록 압축효율이 높게 나타나는 경향을 확인할 수 있다.

#### 4. 결론

음향 압축기의 압축성능은 튜브형상에 밀접한 영향을 받게 된다. 본 연구에서는 튜브의 형상(면적변화)에 따른 내부음장의 변화와 가압성능을 평가하기 위해서, 부피와 길이가 동일한 여러가지 튜브를 대상으로 모의실험을 수행하였으며, 이로부터 형상변화에 따른 음장변화의 경향을 유추해 낼 수 있었다. 1/2 코사인 형상의 경우, 동일한 입력파위에 대한 압축율이 가장 높게 예측되었으며 입력에

너지가 효과적으로 가진주파수에 집중될 수 있기 때문에, 큰 압력변화가 일어나더라도 압력신호가 사인파(sine)형을 계속 유지할 수 있었다. 따라서, 효율적인 음향 압축기를 위한 튜브 설계에 있어 1/2 코사인 형상이 가장 적합하다고 판단된다.

#### 후 기

본 연구는 1998년 3월부터 1999년 4월까지 수행된 (주)대우전자와의 산학협동과제로 진행되었으며, 많은 지원에 깊이 감사드립니다.

#### 참고 문헌

- (1) H. Mandroian, "Standing wave pump," U.S. Patent, 3,743,446 (1973)
- (2) T. S. Lucas, "Standing wave compressor," U.S. Patent, 5,020,977 (1991)
- (3) T. S. Lucas and T. W. Van Doren, "Resonant macrosonic synthesis," U.S. Patent 5,515,684 (1996)
- (4) S. Ashley, "Sound waves at work," Mechanical engineering, 120 (3), 80-84, (1998)
- (5) R. Betchov, "Nonlinear oscillations of a column of gas," Phys. Fluid. 1, 205-227, (1958)
- (6) R. A. Saenger and G. E. Hudson, "Periodic shock waves in resonating gas columns," J. Acoust. Soc. Am. 32, 961-970, (1960)
- (7) W. Chester, "Resonant oscillations in closed tubes," J. Fluid Mech. 18, 44-64 (1964)
- (8) D. A. Webster and D. T. Blackstock, "Finite-amplitude saturation of plane sound waves in air," J. Acoust. Soc. Am. 62, 518-523 (1977)
- (9) C. C. Lawrenson, B. Lipkens, T. S. Lucas, D. K. Perkins, and T. W. V. Doren, "Measurements of macrosonic standing waves in oscillating closed cavities," J. Acoust. Soc. Am. 104(2), pp. 623-636 (1998)
- (10) Y. A. Ilinskii, B. Lipkens, T. S. Lucas, T. W. Van Doren, and E. A. Zabolotskaya, "Nonlinear standing waves in an acoustical resonator," J. Acoust. Soc. Am., 104 (5), pp.2664~2674 (1998)
- (11) 전영두, 김양한, "단한 튜브 내부의 비선형 특성과 공명현상에 관한 연구," 한국소음진동공학회 1999년도 춘계학술대회논문집, pp.777~782