

능동구속감쇠 기법을 이용한 복합적층보의 진동제어

강 영규*, 김 재환, 최 승복

Vibration Control of Laminated Composite Beams using Active Constrained Layer Damping Treatment

Young Kyu Kang*, Jaehwan Kim and Seung Bok Choi

ABSTRACT

The flexural vibration of laminated composite beams with active and passive constrained-layer damping has been investigated to design structure with maximum possible damping capacity. The equations of motion are derived for flexural vibrations of symmetrical, multi-layer laminated beams. The damping ratio and modal damping of the first bending mode are calculated by means of iterative complex eigensolution method. This paper addresses a design strategy of laminated composite under flexural vibrations with active control.

1. 서론

점탄성 재료는 에너지 소산력(energy dissipation)이 우수하여 수동구속감쇠층(passive constrained-layer damping, PCLD)⁽¹⁻⁴⁾ 또는 비구속감쇠층(unconstrained-layer damping, UCLD)^(5,6)의 형태로 진동 및 소음제어에 많이 활용되어 왔다. 특히 유연구조물의 설계에 있어서 효과적인 구조감쇠를 얻기 위해서 점탄성 재료를 많이 활용하고 있다. 또한 최근에는 능동구속감쇠층(active constrained-layer damping)⁽⁷⁾을 이용하여 구조물의 감쇠특성을 향상시키는 연구가 활발히 진행되고 있다. 능동구속감쇠층은 수동구속감쇠층에 비해서 효과는 뛰어나지만 제작비용이 많이 드는 단점이 있다. 본 논문에서는 테일러링 기법으로 감쇠를 조절할 수 있는 복합재료를 주구조물로 하여 점탄성재료와 구속재를 이용하여 부분적으로 피복된 복합적층보의 동특성을 유한요소법을 이용하여 해석하였다. 또한 능동제어를 위한 압전세라믹 작동기와 구속감쇠층을 동시에 이용한 진동제어를 연구하였다. 그 결과를 토대로 효과적인 구조감쇠를 얻기 위한 압전감지기/작동기 및 구속감쇠층의 설계 기법을 제시

하고자 한다.

2. 방법

해석을 위한 유한요소 정식화 과정에서 다음의 몇 가지를 가정하였다. 첫째로 주구조물(core structure)과 구속재(constraining layer)는 순수한 굽힘운동을 한다. 둘째로 주구조물과 구속재의 중립축은 동일한 휨선(deflection line)을 가진다. 셋째로 수동구속감쇠의 경우에 구속재의 길이는 항상 일정하다. 넷째로 구조물을 구성하는 모든 층들은 동일한 휨방향의 변위(w)를 갖는다. 이러한 가정들은 적층판과 점탄성층의 두께가 얇은 경우에 전단감쇠가 주된 역할을 하므로 타당하다.

구속감쇠층을 가진 복합적층보를 2차원의 판요소로 모델링하였으며, 운동방정식을 유도하는 과정에서 확장된 해밀톤의 원리(extended Hamilton's principle)를 이용하였다. 구속감쇠층이 있는 복합적층보의 운동방정식은 다음의 식을 만족한다.

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} [T - U + U_v + W] dt = 0 \quad (1)$$

식(1)에서 t_1 과 t_2 는 임의의 두 시점이며, T 는 각 구성요소들의 운동에너지, U 는 위치에너지이며, U_v 는 점탄성층의 전단변형에 의한 변형에너지이며, W 는 외력에 의한 일이다. Fig. 1에 능동구속감쇠층을 갖는 외팔 복합적층보를 나타내었다.

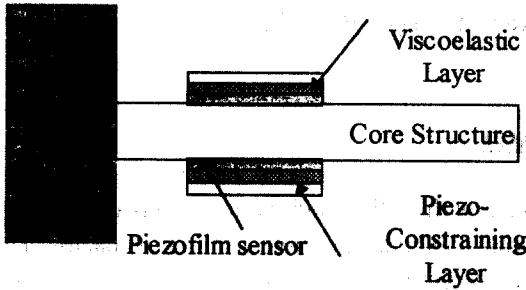


Fig. 1 Laminated composite beam with ACLD

복합적층보 자체와 구속재가 횡방향 진동시의 변위벡터 u 와 변형률 벡터 ϵ 는 다음과 같이 표현된다.

$$u = \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -z \frac{\partial w}{\partial x} \\ z \frac{\partial w}{\partial y} \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z\beta_x \\ z\beta_y \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & z & 0 \\ 0 & 0 & z \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} u \quad (2)$$

$$\epsilon = \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z \frac{\partial \beta_x}{\partial x} \\ z \frac{\partial \beta_y}{\partial y} \\ z \frac{\partial \beta_y}{\partial x} + z \frac{\partial \beta_x}{\partial y} \end{bmatrix} = z\kappa \quad (3)$$

여기서 w 는 횡방향 변위이며, β_x 와 β_y 는 각각 x 축과 y 축에 대한 회전이며, κ 는 곡률벡터이다. u 와 κ 는 아래와 같이 표현된다.

$$u = \{w \ \beta_x \ \beta_y\}^T \quad (4)$$

$$\kappa = \left\{ \frac{\partial \beta_x}{\partial x} \ \frac{\partial \beta_y}{\partial y} \ \left(\frac{\partial \beta_y}{\partial x} + \frac{\partial \beta_x}{\partial y} \right) \right\}^T \quad (5)$$

운동에너지 T 는 다음과 같이 정의된다.

$$T = \int \frac{1}{2} \rho \dot{u}^T \dot{u} dv \quad (6)$$

여기서 ρ 는 밀도, v 는 구조물의 부피이다. 복합적층보의 변형에너지는 고전 적층판 이론(classical laminated plate theory)으로부터 유도되며, 전체 변형에너지는 다음과 같이 표현된다.

$$U = \frac{1}{2} \int_A \kappa^T D \kappa dA \quad (7)$$

여기서 A 는 단면적이며, D 는 이방성 판의 굽힘강성행렬(flexural stiffness matrix)로 다음과 같이 표현된다.

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^{NLAY} (\bar{Q}_{ij})_k (z_k^3 - z_{k-1}^3) \quad (8)$$

여기서 \bar{Q} 는 변환된 단층강성도이며, z_k 와 z_{k-1} 는 각각 k 번째 층의 상하면으로부터 적층판의 중립축까지의 거리이다.

굽힘진동시에 점탄성층이 받는 전단변형각 γ 는 Fig. 2로부터 다음과 같이 표현된다.

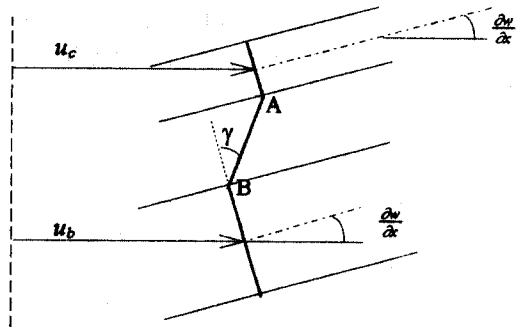


Fig. 3 Shear angle of VE layer under flexural motion

$$\gamma = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{u_A - u_B}{t_v} = \frac{u_c + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{t_D}{2}}{t_v} \quad (9)$$

여기서 $t_D = t_s + 2t_v + t_c$ 로 표현되며, 하부침자 s, v, c 는 각각 주구조물, 점탄성층 및 구속재를 의미한다. 또한 점탄성 전단층에 대해서 전단변형각과 전단 응력은 다음의 관계를 가진다.

$$\begin{pmatrix} \tau_x \\ \tau_y \end{pmatrix} = G_v \begin{pmatrix} \gamma_x \\ \gamma_y \end{pmatrix} \quad (10)$$

여기서 G_v 는 점탄성재료의 복소전단계수(complex shear modulus)이다. 점탄성층의 전단변형에 의한 변형에너지 U_v 는 다음과 같이 표현된다.

$$U_v = 2 \int_V \frac{1}{2} \left\{ \gamma_x \quad \gamma_y \right\} \begin{bmatrix} \tau_x \\ \tau_y \end{bmatrix} dV_v \quad (11)$$

외력에 의한 일은 다음과 같다.

$$W = \sum_{i=1}^{n_f} \mathbf{u}^T(\mathbf{x}_i) \mathbf{f}(\mathbf{x}_i) \quad (12)$$

여기서 $\mathbf{f}(\mathbf{x}_i)$ 는 \mathbf{x}_i 에 작용하는 힘벡터이며, $\mathbf{u}(\mathbf{x}_i)$ 는 \mathbf{x}_i 에서의 변위벡터이며, n_f 는 외력의 갯수이다.

변위 \mathbf{u} , 곡률 κ , 및 회전변위 α 는 4절점 12자유도를 갖는 사각평판요소를 이용하여 절점변위(nodal displacement)로 표현하면 다음과 같다.

$$\mathbf{u} = \Psi_v \mathbf{q}^e \quad (13)$$

$$\kappa = \Psi_\kappa \mathbf{q}^e \quad (14)$$

$$\alpha = \begin{pmatrix} \frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial w}{\partial y} \end{pmatrix} = \Psi_\alpha \mathbf{q}^e \quad (15)$$

여기서 Ψ_u, Ψ_κ 및 Ψ_α 는 각각 \mathbf{u}, κ 및 α 에 대한 보간함수이며 \mathbf{q}^e 는 요소절점의 변위벡터이다. 운동 에너지와 위치에너지, 전단변형 에너지 및 외력에

의한 일 등을 식 (1)에 대입하여 변분을 취하면 절점변위에 대한 운동방정식이 다음과 같이 주어진다.

$$\mathbf{M}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{F}_{\text{Ext}} \quad (16)$$

복합재료의 감쇠는 구조동역학적인 관점에서 일반구조재료보다 더 중요하다. 고분자 기지재료의 특성으로 인해서 섬유방향으로는 매우 낮은 감쇠를 보이며, 섬유의 직각방향은 매우 높은 감쇠를 나타낸다. 복합재료의 감쇠는 이방성을 가지며 적층순서나 적층각도의 변화를 통해서 제어할 수 있다. 본 논문에서는 비감쇠용량(specific damping capacity, SDC)의 개념을 이용하여 복합적층보의 감쇠해석을 수행하였다. 비감쇠용량은 다음과 같이 표현된다.

$$\phi = \Delta U / U \quad (17)$$

여기서 ΔU 는 소산된 에너지이다. 식(13), (14), (15)에 의해서 식 (17)을 이산화하여 절점변수로 표현되면 비감쇠용량 ϕ 는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\phi = \frac{\mathbf{q}^T (\mathbf{K}_D + \mathbf{K}_{v_D}) \mathbf{q}}{\mathbf{q}^T (\mathbf{K} + \mathbf{K}_v) \mathbf{q}} \quad (18)$$

$$\mathbf{K}_D = \sum_{elem} \int_A \Psi_\kappa^T \mathbf{D}^A \Psi_\kappa dA \quad (19)$$

$$\mathbf{K}_{v_D} = \frac{1}{3} \sum_{elem} \int_A G_v \phi_v \frac{t_D^2}{2t_v} \Psi_v^T \Psi_v dA \quad (20)$$

$$\mathbf{K}_v = \frac{1}{3} \sum_{elem} \int_A G_v \frac{t_D^2}{2t_v} \Psi_v^T \Psi_v dA \quad (21)$$

여기서 하첨자 D 는 감쇠와 관련됨을 의미하며, ϕ_v 는 점탄성재료의 비감쇠용량이다.

점탄성 재료의 물성은 주파수와 온도의 함수이므로 감쇠비와 모드감쇠를 구하기 위해서는 비선형 고유치 문제를 풀어야 한다. 본 논문에서는 감쇠행렬이 포함된 운동방정식을 상대방정식으로 표현한 다음 역순환법(inverse iteration)⁽⁸⁾으로 복소고

유치 문제를 풀었다.

3. 결과 및 고찰

압전세라믹 작동기와 구속감쇠층이 부착된 탄소/에폭시 복합적층보의 감쇠비(ζ), 모드감쇠($2\zeta\omega$) 및 고유주파수를 유한요소법을 이용하여 해석하였다. 적층순서는 $[\theta_1/0_2/90_2]$ 이고 적층각도 θ 는 0, 15, 30, 45, 60 및 90도이다. 프리프랙의 두께는 0.125mm이며 시편의 크기는 230 x 20 x 2mm이다. Fig. 1에 시편의 형상을 나타내었으며 Table 1에 탄소/에폭시 복합재료의 물성을 나타내었다. 사용한 점탄성재료는 3M사의 ISD-112이며 크기는 20 x 50 x 0.127mm이다. 점탄성 재료의 온도조건은 20 °C로 하였다. 구속재는 알루미늄이며 크기는 20 x 50 x 0.254mm이다. 능동구속감쇠를 위한 압전 작동기의 크기는 50mm x 20mm x 0.5mm이며, 일본 Fuji세라믹의 C-82재질이다. 또한 감지를 위한 압전 필름센서(PVDF)의 두께는 0.028mm이며, g_{31} 상수는 216E-3 Vm/N이다.

수동구속감쇠층이 동일한 위치에 부착되어도 적층각도에 따라서 전체 복합적층보의 감쇠가 달라진다. Fig. 2와 Fig. 3은 적층보의 적층각도에 따른 구속감쇠에 의한 감쇠비 및 모드감쇠의 변화를 보여준다. 능동구속감쇠에서는 반속도 되먹임제어를 이용하였으며, 되먹임 이득은 10이다.

Table 1 Mechanical Properties of Carbon/Epoxy laminates(CU125NS)

Property	Symbol	Value
Young's modulus(0 deg)	E_1	114.7×10^9 Pa
Young's modulus(90 deg)	E_2	7.589×10^9 Pa
Shear Modulus	G_{12}	4.77×10^9 Pa
Poisson's ratio	ν_{12}	0.28
Volume density	ρ	1510 kg/m ³
Damping capacity(0°)	φ_{S1}	0.013966
Damping capacity(90°)	φ_{S2}	0.049120
Damping capacity(Shear)	φ_{S12}	0.074344

수동구속감쇠층만이 존재할 경우에는 강성이 큰 시편보다는 유연한 시편이 감쇠비가 우수함을 알 수 있다.

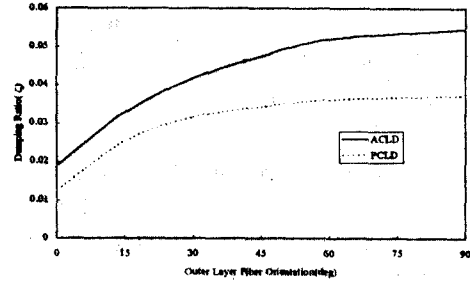


Fig. 2 Damping ratio of laminated composite beams

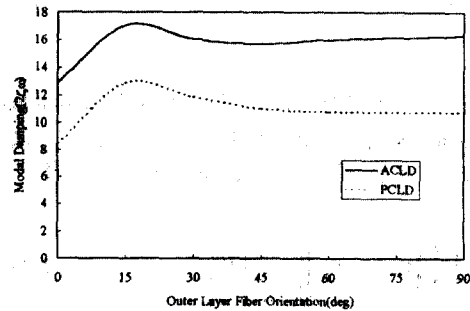


Fig. 3 Modal damping of laminated composite beams

Fig. 2에서 보면 감쇠비는 수동구속감쇠 뿐만 아니라 능동구속감쇠의 경우에도 유연한 시편이 우수함을 알 수 있다. 특히 90도 시편의 경우에는 능동구속감쇠에 의해서 감쇠비의 증가폭이 큰 것을 알 수 있다.

감쇠비 뿐만 아니라 고유주파수도 동시에 고려하는 모드감쇠(modal damping)의 관점에서 보면 수동구속감쇠층과 압전세라믹 작동기를 동시에 적용한 능동제어의 경우에도 보의 적층각도에 따라서 진동제어 특성이 달라진다. Fig. 3에서 보면 15도의 시편이 수동구속감쇠뿐만 아니라 능동구속감쇠에서도 가장 좋은 모드감쇠를 가지며, 유연한 시편이 능동제어에 의해서 모드감쇠의 증가가 두드러짐을 알 수 있다.

4. 결론

압전세라믹 작동기와 구속감쇠층을 갖는 지능형 복합적층보의 동특성에 관한 연구를 수행하였으며 본 논문의 결론을 요약하면 다음과 같다.

첫째로 능동 및 수동구속감쇠층을 갖는 복합적

층보의 진동특성을 수치모사한 결과 첫번째 굽힘 진동 모드의 감쇠비 및 모드감쇠가 적층각도에 따라서 달라지며 굽힘강성이 작은 유연한 시편일수록 감쇠비 효과가 크다. 둘째로 모드감쇠의 경우에는 강성의 영향으로 인해 15도 시편이 가장 좋은 모드감쇠를 가지며, 능동구속감쇠에 의해서 유연한 시편의 모드감쇠 증가폭이 크다. 따라서 적절한 적층각도와 되먹임 이득을 이용하면 구조물의 감쇠를 극대화할 수 있다.

참고문헌

1. Rao, D. K., 1977, "Vibration of Short Sandwich Beams," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 52, No. 2, pp. 253-263.
2. Douglas, B. E., and Yang, J. C. S., September 1978, "Transverse Compressional Damping in the Vibratory Response of Elastic-Viscoelastic-Elastic Beams," *AIAA Journal*, Vol. 16, No. 9, pp. 925-930.
3. Soni, M. L., and Bogner, F. K., May 1982, "Finite Element Vibration Analysis of Damped Structures," *AIAA Journal*, Vol. 20, No. 5, pp. 700-707.
4. Rao, M. D., and He, S., April 1993, "Dynamic Analysis and Design of Laminated Composite Beams with Multiple Damping Layers," *AIAA Journal*, Vol. 31, No. 4, pp. 736-745.
5. Roy, P. K. and Ganesan, N., 1996, "Dynamic Studies on Beams with Unconstrained Layer Damping Treatment," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 195, No. 3, pp. 417-427.
6. Yi, S., Ahmad, M. F. and Hilton, H. H., July 1996, "Dynamic Response of Plates with Viscoelastic Free Layer Damping Treatment," *Transactions of the ASME Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 118, No. 3, pp. 362-367.
7. Shen, I. Y., March 1994, "Bending-Vibration Control of Composite and Isotropic Plates through Intelligent Constrained-Layer Treatments," *Smart Materials and Structures*, Vol. 3, No. 1, pp. 59-70.
8. Lin, R. M., and Lim, M. K., November 1996, "Complex Eigensensitivity-based Characterization of Structures with Viscoelastic Damping," *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 100, No. 5, pp. 3182-3191.